CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN
Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas.
Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados por el alumno/a.
OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNO DE LOS DOS BLOQUES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DEL MISMO.

OPCIÓN A

1A.
Sean A y B dos sucesos tales que P(A) = 0,7; P(B) = 0,6 y la probabilidad de no A o no B es 0,58.
a) ¿Son A y B incompatibles? ¿Son A y B independientes? Razona la respuesta.
b) Si se sabe que no ha ocurrido A, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra B?

2A.
En una asesoría fiscal se ha contratado a tres personas para hacer declaraciones de la renta. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30 %, la segunda el 45 % y la tercera el 25 % restante. Se ha comprobado que de las declaraciones realizadas por la primera persona, el 1 % son erróneas, la segunda comete errores en el 3 % de los casos y la tercera en el 2 % de los casos.
a) Calcula la probabilidad de que, al elegir al azar una declaración de la renta, ésta sea errónea.
b) Al elegir una declaración que resultó correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?

3A.
a) Los salarios de los trabajadores de un país siguen una distribución normal de media 2000 euros y desviación típica desconocida. Si la probabilidad de ganar más de 2100 euros es de 0,33, ¿cuál es la desviación típica?
b) Los salarios en euros de un segundo país también siguen una distribución normal con la misma media y desviación típica de 200 euros. ¿Es más fácil ganar más de 2100 euros en este segundo país que en el país del apartado anterior? Razona la respuesta.

4A.
En un hospital se utilizan cinco símbolos para clasificar las historias clínicas de sus pacientes, de manera que los dos primeros son letras y los tres últimos son dígitos. Suponiendo que hay 25 letras, ¿cuántas historias clínicas diferentes podrían hacerse si…?
a) No hay restricciones sobre las letras y los números.
b) las dos letras no pueden ser iguales.

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN B

1B.
De una urna, en la que inicialmente hay dos bolas blancas y dos negras, se hacen extracciones sucesivas de la manera siguiente: Se extrae una bola y, antes de la extracción siguiente, se devuelve a la urna añadiendo, además, otra del mismo color.
a) Hallar la probabilidad de que en la segunda extracción salga una bola blanca.
b) Si en la segunda extracción ha salido una bola negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera bola extraída fuera blanca?

2B.
Cierto meteorólogo ha comprobado en determinada ciudad:
1º) Que si un día llueve, con probabilidad 0,6 también llueve al día siguiente.
2º) Que si un día no llueve, hay un 30 % de posibilidades de que llueva al día siguiente.
Sabiendo que en esa ciudad ha llovido el lunes, determina la probabilidad de que llueva el miércoles de esa misma semana. Justificar la respuesta.

3B.
Un examen de oposición consta de 100 preguntas tipo test, con cuatro posibles respuestas cada una, de las cuales sólo una es correcta. Si un opositor no ha estudiado nada y responde al azar, calcular:
a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen si para ello hay que acertar 40 preguntas o más?
b) ¿Qué probabilidad tiene el opositor de contestar correctamente a menos de 15 preguntas?

4B.
En una cierta población se sabe que el 65% de sus habitantes escucha cada día la radio.
a) Si elegimos al azar a 7 personas de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que escuchen la radio al menos 3 personas?
b) Si elegimos al azar a 12 personas de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que la escuchen 5 de ellos?

www.yoquieroaprobar.es

1A: $P(A)=0{,}7 \qquad P(\overline{A}\cup\overline{B})=0{,}58$
$P(B)=0{,}6$

a) $P(\overline{A}\cup\overline{B}) = P(\overline{A\cap B}) = 1-P(A\cap B)=0{,}58 \Rightarrow P(A\cap B) = 1-0{,}58=0{,}42 \neq 0$

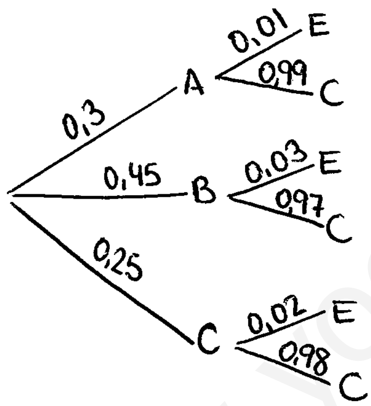
Por lo tanto A y B son COMPATIBLES

$$P(A\cap B)=0{,}42=\underset{P(A)}{\underset{\|}{0{,}7}}\cdot\underset{P(B)}{\underset{\|}{0{,}6}} \Rightarrow$$ A y B son INDEPENDIENTES

b) $$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{P(B)\cdot\cancel{P(\overline{A})}}{\cancel{P(\overline{A})}}=P(B)=0{,}6.$$

Como A y B son INDEPENDIENTES, la probabilidad de que ocurra B no está influída por la ocurrencia o no de A

2A: Sean las personas: A, B y C y sean E ≡ declaración errónea y
C ≡ declaración correcta.



a) P(E): TH. PROBABILIDAD TOTAL

$P(E)=0{,}3\cdot 0{,}01+0{,}45\cdot 0{,}03+0{,}25\cdot 0{,}02=0{,}0215$
(2,15%)

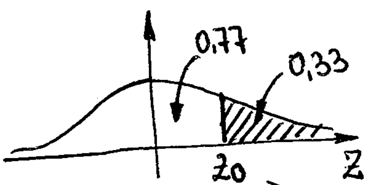
b) $$P(B/C)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{0{,}45\cdot 0{,}97}{1-0{,}0215}=$$

$=0{,}4461 \qquad (44{,}61\%)$

3A.

a) $N(2000,\sigma) \rightsquigarrow X \equiv$ Salario en €

$$P(X>2100)=0{,}33=P\left(Z>\frac{2100-2000}{\sigma}\right)$$



$\rightarrow$ En la tabla:
$z_0 \cong 0{,}74$

www.yoquieroaprobar.es

Por lo tanto:

$$P\left(Z > \frac{100}{\sigma}\right) = 0{,}33 = P(Z > 0{,}74) \iff \frac{100}{\sigma} = 0{,}74 \Rightarrow \sigma = \frac{100}{0{,}74} = 135{,}1 \text{ €}$$

b) $N(2000, 200) \rightsquigarrow Y \equiv$ salario en € en el segundo país.

$$X : N(2000; 135{,}1) \Rightarrow P(X > 2100) = 0{,}33 \quad (33\%)$$

$$Y : N(2000, 200) \Rightarrow P(Y > 2100) = P\left(Z > \frac{2100-2000}{200}\right) = P(Z > 0{,}5) = 1 - P(Z < 0{,}5) =$$
$$= 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085 \quad (30{,}85\%)$$

Es menos probable en el segundo país.

4A.

a) $\left.\begin{array}{l}\text{ORDEN: SÍ}\\ \text{REPET: SÍ}\end{array}\right\}$ $VR_{25,2} = 25^2 = 625$ posibilidades para las letras.

$VR_{10,3} = 10^3 = 1000$ " " " dígitos.

TOTAL: $625 \cdot 1000 = 625\,000$ historias clínicas.

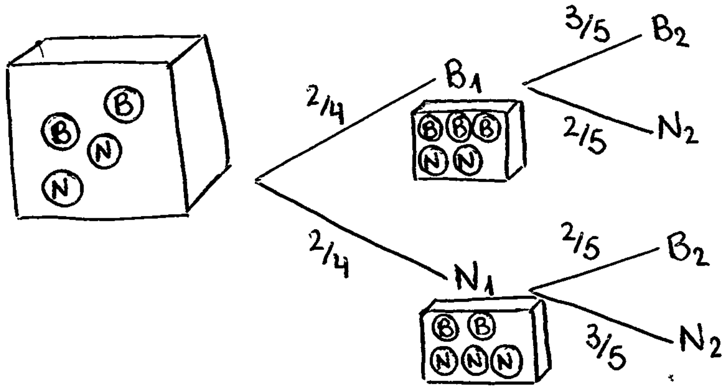
b) Letras: $\left.\begin{array}{l}\text{ORDEN: SÍ}\\ \text{REPET: NO}\end{array}\right\}$ $V_{25,2} = 25 \cdot 24 = 600$

Números: $VR_{10,3} = 10^3 = 1000$

TOTAL: $600 \cdot 1000 = 600\,000$ historias clínicas.

www.yoquieroaprobar.es

1B.



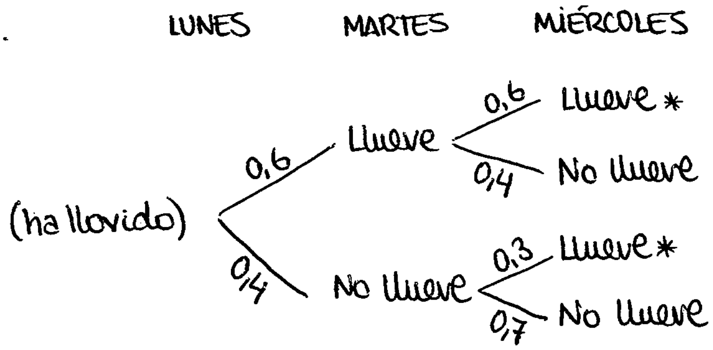
a) $P(B_2) = \frac{2}{4}\cdot\frac{3}{5} + \frac{2}{4}\cdot\frac{2}{5} =$

$= \frac{10}{20} = 0{,}5 \quad (50\%)$

b) $P(B_1/N_2) = \frac{P(B_1 \cap N_2)}{P(N_2)} =$

$= \frac{2/4 \cdot 2/5}{1-0{,}5} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \quad (40\%)$

2B.



P(Llueva el Miércoles) $= 0{,}6\cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}48 \quad (48\%)$

3B.

100 experimentos independientes e idénticos tipo Bernoulli $\begin{cases} p = 1/4 \\ q = 3/4 \end{cases}$

$X \equiv$ nº de preguntas acertadas $\rightsquigarrow X: B(100, 1/4)$

Aproximamos por la normal:

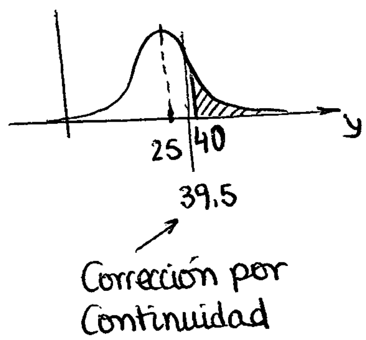
$X: B(100; 0.25) \xrightarrow[\substack{\mu = np = 25 \\ \sigma = \sqrt{npq} = 4.33}]{} Y: N(25; 4.33)$

$np = 25 > 5$

$nq = 75 > 5$

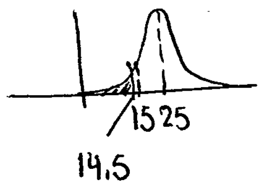
a) $P(X \geq 40) = P(Y > 39.5) = 1 - P(Y < 39.5) = 1 - P\left(Z < \frac{39.5 - 25}{4.33}\right) =$

$= 1 - P(Z < 3.35) = 1 - 0{,}9996 = 0.0004 \quad (0.04\%)$



www.yoquieroaprobar.es

b) $P(X<15) = P(Y<14{,}5) = P\left(Z<\frac{14{,}5-25}{4{,}33}\right) = P(Z<-2{,}42) = 1-P(Z<2{,}42) =$



$= 1-0{,}9922 = 0{,}0078$ (0,78%)

4B. Sea el suceso $R \equiv$ escuchar la radio; $P(R)=0{,}65=p \Rightarrow q=0{,}35$

a) $X: B(7;0{,}65)$

$$P(X\geq 3) = 1-P(X<3) = 1-\left[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\right]$$

$P(X=0) = \binom{7}{0}\cdot 0{,}65^0\cdot 0{,}35^7 = 0{,}35^7 = 0{,}00064$

$P(X=1) = \binom{7}{1}\cdot 0{,}65^1\cdot 0{,}35^6 = 7\cdot 0{,}65\cdot 0{,}35^6 = 0{,}00836$

$P(X=2) = \binom{7}{2}\cdot 0{,}65^2\cdot 0{,}35^5 = 21\cdot 0{,}65^2\cdot 0{,}35^5 = 0{,}0466$

$P(X\geq 3) = 1-(0{,}00064+0{,}00836+0{,}0466) = 0{,}9444$ (94,44%)

b) $X: B(12;0{,}65) \Rightarrow P(X=5) = \binom{12}{5}\cdot 0{,}65^5\cdot 0{,}35^7 = 0{,}0591$ (5,91%)