PREGUNTA 1: Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que $P(\overline{A})=0,6$; $P(B)=0,7$ y $P(A\cup B)=1$.

Calcula estas probabilidades:

a) $P(A\cap B)$ b) $P(A/B)$ c) $P(A\cap\overline{B})$

a)
$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\left(1-P(\overline{A})\right)+P(B)-P(A\cup B)=$$
$$=(1-0,6)+0,7-1=0,1$$

b)
$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,1}{0,7}=0,14$$

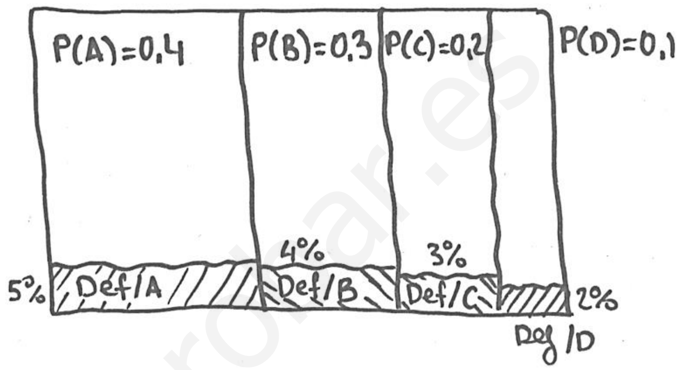
c)
$$P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=0,4-0,1=0,3$$

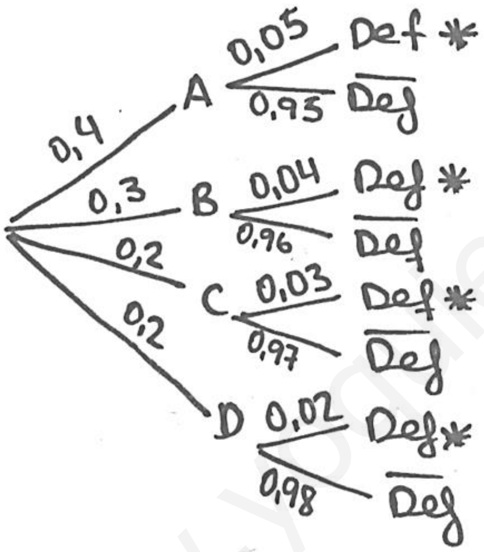
PREGUNTA 2: Una empresa automovilística fabrica su modelo *Inference* en cuatro factorías distintas, A, B, C y D. La factoría A produce el 40% de los coches de este modelo con un 5% de defectuosos, la B produce el 30% con un 4% de defectuosos, la C el 20% con un 3% de defectuosos y, por último, la factoría D el 10% restante con un 2 % de defectuosos. Si elegimos un coche del modelo *Inference* al azar, calcula:

a) La probabilidad de que sea defectuoso.

b) Si no es defectuoso, la probabilidad de que haya sido fabricado en la factoría C.

(NOTA: se valorará la adecuada notación estadística)





a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(Def) = P(A) \cdot P(Def/A) + P(B) \cdot P(Def/B) + P(C) \cdot P(Def/C) + P(D) \cdot P(Def/D) =$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}04 + 0{,}2 \cdot 0{,}03 + 0{,}1 \cdot 0{,}02 = 0{,}04$$

b) Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C/\overline{Def}) = \frac{P(C) \cdot P(\overline{Def}/C)}{P(\overline{Def})} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}97}{1 - 0{,}04} = \frac{0{,}19}{0{,}96} = 0{,}2$$

PREGUNTA 3: Se sabe que el 40 % de las mujeres embarazadas dan a luz antes de la fecha prevista. En un hospital, han dado a luz 125 mujeres en una semana.

a) ¿Cuál es el número esperado de mujeres a las que se les retrasó el parto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 45 y 60 mujeres se les haya adelantado el parto?

a) $0{,}6 \cdot 125 = 75$ mujeres se espera que tengan retraso en el parto.

b) $\hat{P} \equiv N\left(0{,}4;\ \sqrt{\dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{125}}\right) = N(0{,}4;\ 0{,}044)$

$$P\left(\frac{45}{125} < \hat{P} < \frac{60}{125}\right) = P(0{,}36 < \hat{P} < 0{,}48) =$$

$$= P\left(\frac{0{,}36 - 0{,}4}{0{,}044} < \frac{\hat{P} - 0{,}4}{0{,}044} < \frac{0{,}48 - 0{,}4}{0{,}044}\right) =$$

$$= P(-0{,}91 < Z < 1{,}82) = P(Z < 1{,}82) - [1 - P(Z < 0{,}91)] =$$

$$= 0{,}9656 - 1 + 0{,}8186 = 0{,}7842$$

PREGUNTA 4: El tiempo en minutos dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de Secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

91 68 39 82 55 70 72 62 54 67

a) Determínese un intervalo de confianza al 90 % para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.

b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95 %.

Primero calculamos la media de la muestra: $\overline{x} = \frac{660}{10} = 66$

a) $1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\left(66 - 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}}; 66 + 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}}\right) = (58{,}2; 73{,}8)$$

b) $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

Sustituyendo los valores y despejando se tiene:

$$n = \left(\frac{1{,}96 \cdot 15}{5}\right)^2 \rightarrow n = 34{,}57$$

Para que se cumplan las condiciones, y como n tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 35.