

1B- Un alfarero dispone semanalmente de 150 kg de arcilla de tipo A y de 22 kg de arcilla de tipo B para la fabricación de ánforas y jarrones. La producción de un ánfora requiere 3 kg de arcilla de tipo A y 1 kg de tipo B, pero la de un jarrón necesita 6 kg de arcilla de tipo A y 500 gramos de arcilla de tipo B. Por limitaciones de espacio para el almacén, como máximo puede fabricar 26 vasijas (entre ánforas y jarrones). El precio de venta de un ánfora es 20 euros y el de un jarrón es 30 euros. Utiliza técnicas de programación lineal para hallar el número de ánforas y de jarrones que debe fabricar el alfarero para que su recaudación sea máxima. ¿Cuál es esa recaudación máxima?

ÁNFORAS (x)
 3 Kg TIPO A
 1 Kg TIPO B
 PVP: 20 €

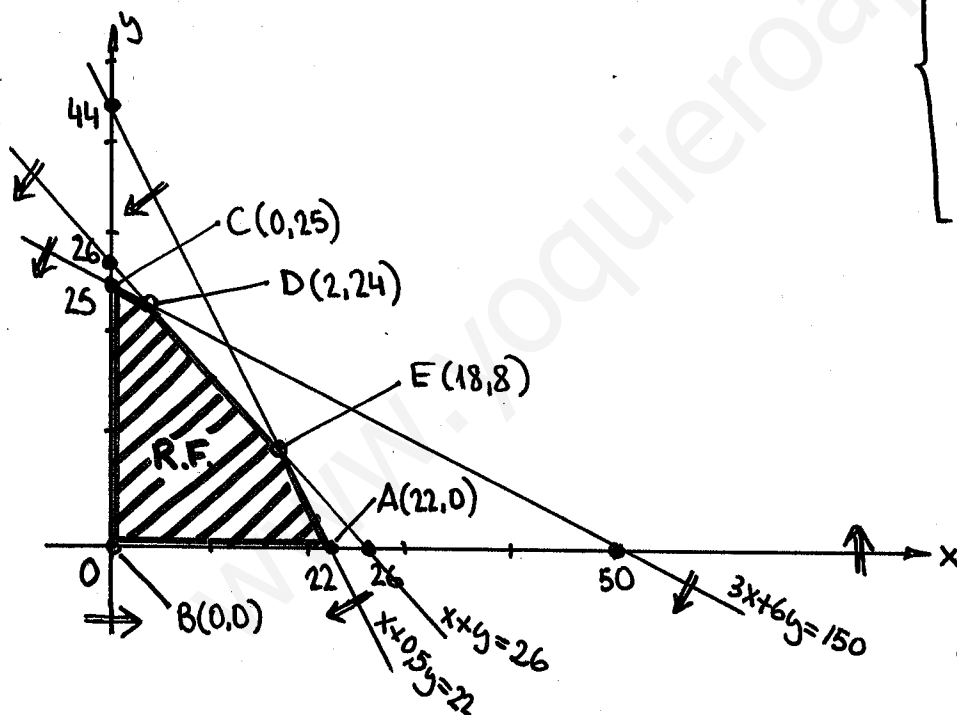
150 Kg TIPO A
 22 Kg TIPO B

PRODUCCIÓN TOTAL MÁXIMA: 26 VASIJAS

JARRONES (y)
 6 Kg TIPO A
 0,5 Kg TIPO B
 PVP: 30 €

Maximizar: $F(x,y) = 20x + 30y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 150 & (\text{TIPO A}) \\ x + 0,5y \leq 22 & (\text{TIPO B}) \\ x + y \leq 26 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$$3x + 6y = 150 \Rightarrow x + 2y = 50$$

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ 0 & 25 \\ 50 & 0 \end{array}$$

$$x + 0,5y = 22 \Rightarrow 2x + y = 44$$

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ 0 & 44 \\ 22 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} D: x + 2y = 50 \\ x + y = 26 \\ \hline y = 24 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} E: x + y = 26 \\ 2x + y = 24 \\ \hline x = 18 \Rightarrow y = 8 \end{array}$$

EVALUAMOS $F(x,y)$ EN LOS VÉRTICES:

$$F(A) = 20 \cdot 22 + 30 \cdot 0 = 440 \text{ €}$$

$$F(B) = 20 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0 \text{ €}$$

$$F(C) = 20 \cdot 0 + 30 \cdot 25 = 750 \text{ €}$$

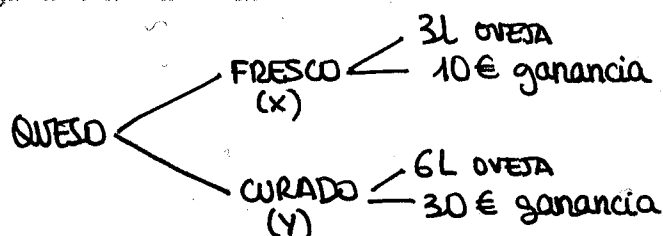
$$F(D) = 20 \cdot 2 + 30 \cdot 24 = 760 \text{ €} \Rightarrow \text{PUNTO ÓPTIMO:}$$

$$F(E) = 20 \cdot 18 + 30 \cdot 8 = 600 \text{ €}$$

2 ÁNFORAS y 24 JARRONES
Recaudación: 760 €

1B- En una quesería se producen dos tipos de queso de leche de oveja: fresco y curado. La elaboración de un queso curado requiere 6 litros de leche de oveja y la de un queso fresco 3 litros. La ganancia por la venta de un queso fresco es 10 euros y por la de uno curado es 30 euros. Se sabe que la quesería dispone diariamente de 1800 litros de leche de oveja y su capacidad de producción es de 500 quesos diarios. Debido a la demanda, la producción de queso fresco debe ser al menos el doble que la de queso curado.

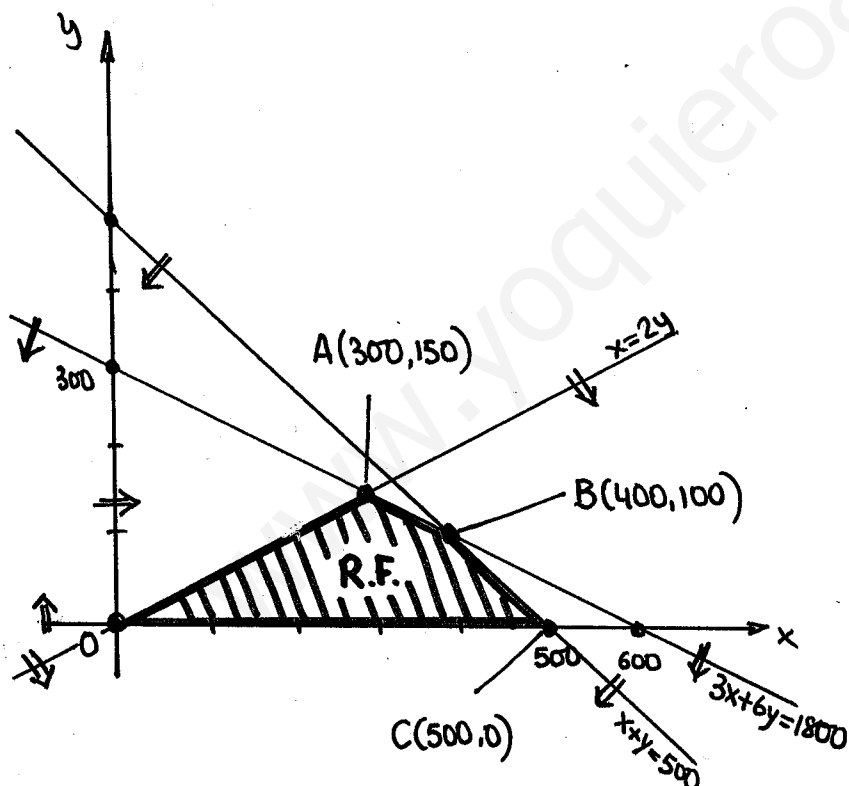
Utiliza técnicas de programación lineal para encontrar la producción de quesos que hace máxima la ganancia diaria total de la fábrica por la venta de quesos, así como dicha ganancia máxima.



- 1800L leche de oveja disponible
- 500 quesos: producción máxima
- Producción queso fresco el doble que la de curado.

Maximizar $F(x,y) = 10x + 30y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 1800 \\ x + y \leq 500 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$$3x + 6y = 1800 \Rightarrow x + 2y = 600$$

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ 0 & 300 \\ 600 & 0 \end{array}$$

$$x = 2y \quad \begin{array}{r|l} x & y \\ 0 & 0 \\ 200 & 100 \end{array}$$

$$A: \begin{cases} x = 2y \\ x + 2y = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 150 \\ x = 300 \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} x + 2y = 600 \\ x + y = 500 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} y = 100 \\ \hline x = 400 \end{array}$$

EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$\boxed{F(A) = 10 \cdot 300 + 30 \cdot 150 = 7500 \text{ €}} \Rightarrow \text{PUNTO ÓPTIMO: } \begin{array}{l} 300 \text{ uds. queso fresco} \\ 150 \text{ uds. queso curado} \end{array}$$

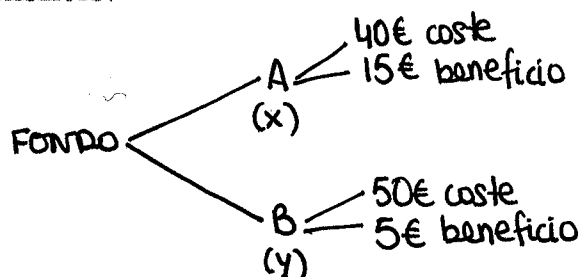
$$F(B) = 10 \cdot 400 + 30 \cdot 100 = 7000 \text{ €}$$

$$F(C) = 10 \cdot 500 + 30 \cdot 0 = 5000 \text{ €}$$

$$F(0) = 10 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0 \text{ €}$$

GANANCIA = 7500 €

1B- Un ahorrador dispone de 4000 € para invertir en dos tipos de fondos de inversión a cierto plazo. En el fondo A cada participación tiene un coste de 40 € y produce un beneficio de 15 €, mientras que en el fondo B cada participación da un beneficio de 5 € y su coste es de 50 €. Sabiendo que se puede adquirir un máximo de 60 participaciones del fondo A y al menos 40 del fondo B, utiliza técnicas de programación lineal para determinar cuántas participaciones de cada fondo se deben comprar para maximizar el beneficio y calcula ese beneficio.

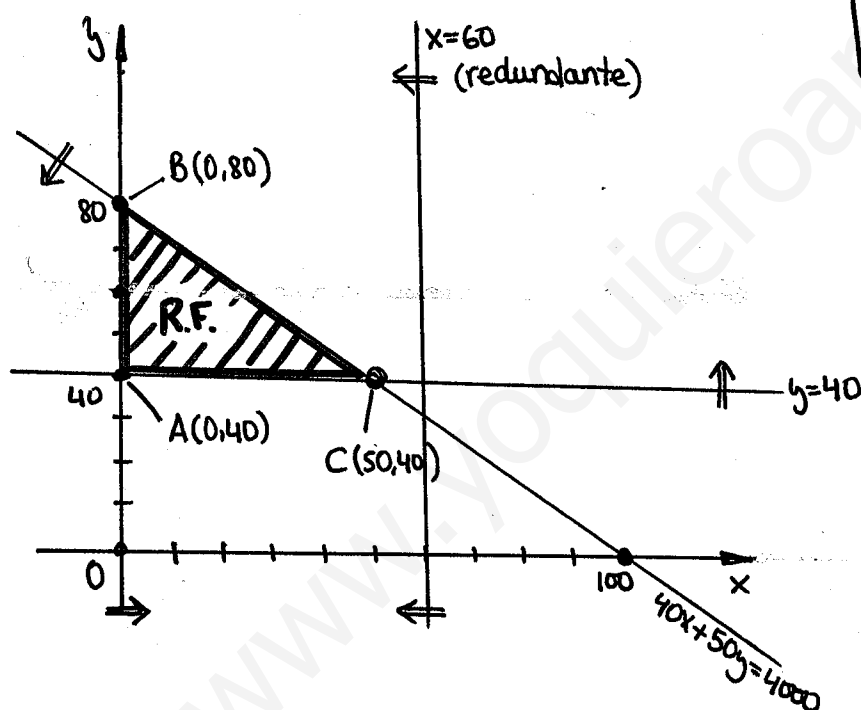


dispone de 4000€

60 participaciones : máx. de A
40 " : mín. de B

Maximizar $F(x,y) = 15x + 5y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 40x + 50y \leq 4000 \\ x \leq 60 \\ y \geq 40 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



$$40x + 50y = 4000 \Rightarrow 4x + 5y = 400$$

x	y
0	80
100	0

$$C: 4x + 5y = 400$$

$$y = 40 \Rightarrow x = 50$$

EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 15 \cdot 0 + 5 \cdot 40 = 200 \text{ €}$$

$$F(B) = 15 \cdot 0 + 5 \cdot 80 = 400 \text{ €}$$

$$F(C) = 15 \cdot 50 + 5 \cdot 40 = 950 \text{ €} \Rightarrow \text{Punto óptimo: } \begin{matrix} 50 \text{ tipo A} \\ 40 \text{ tipo B} \end{matrix}$$

Beneficio: 950 €

1B- Un agricultor quiere cultivar una finca de 200 hectáreas únicamente con dos cultivos: trigo y remolacha. Al menos 90 hectáreas deben ser de trigo. Cada hectárea de trigo necesita una dedicación anual del agricultor de 20 horas y proporcionará un beneficio neto anual de 800 euros. Cada hectárea de remolacha requiere 30 horas de dedicación anual pero da un beneficio neto anual de 1000 euros. El agricultor podrá dedicar este año a esos cultivos un total de 4500 horas. Utiliza técnicas de programación lineal para encontrar cómo debe repartir el cultivo en la finca entre trigo y remolacha para que el beneficio neto anual sea máximo. Calcula, además, ese beneficio neto máximo.

TRIGO (x) $\begin{cases} \text{Mínimo 90 hA} \\ 20 \text{ h/año} \\ B^o = 800 \text{ €/año} \cdot \text{hA} \end{cases}$

200 hA

4500 h/año como máximo

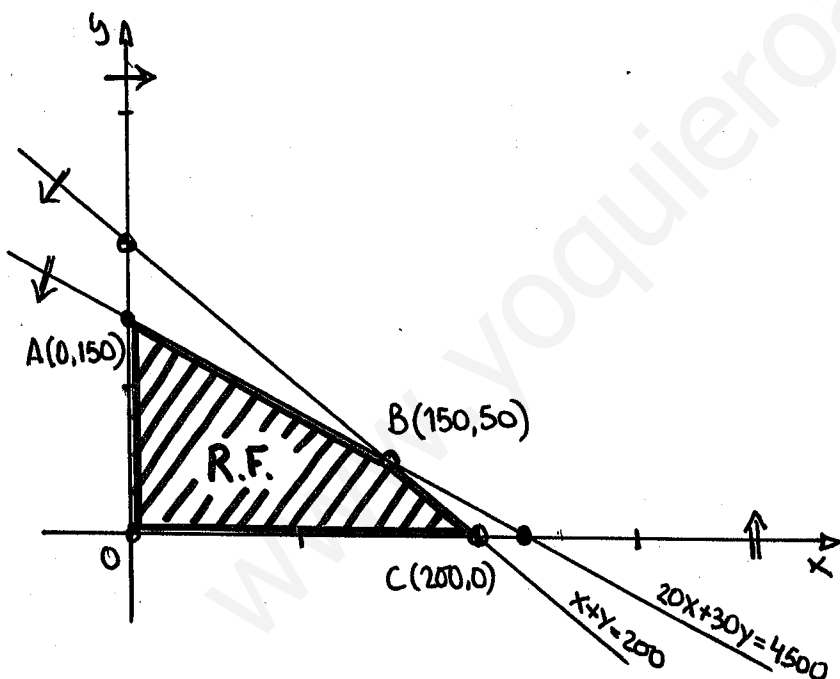
REMOLACHA (y) $\begin{cases} 30 \text{ h/año} \\ B^o = 1000 \text{ €/año} \cdot \text{hA} \end{cases}$

Maximizar: $F(x,y) = 800x + 1000y$ sujeta a:
$$\begin{cases} x + y \leq 200 \\ 20x + 30y \leq 4500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$20x + 30y = 4500 \Rightarrow 2x + 3y = 450$$

x	y
0	150
225	0

$$\begin{aligned} B: \quad & \begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 3y = 450 \end{cases} \\ & \underline{\hspace{1cm}} \\ & y = 50 \Rightarrow x = 150 \end{aligned}$$



EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 800 \cdot 0 + 1000 \cdot 150 = 150\,000 \text{ €}$$

$$F(B) = 800 \cdot 150 + 1000 \cdot 50 = 170\,000 \text{ €} \rightarrow \text{PUNTO ÓPTIMO}$$

$$F(C) = 800 \cdot 200 + 1000 \cdot 0 = 160\,000 \text{ €}$$

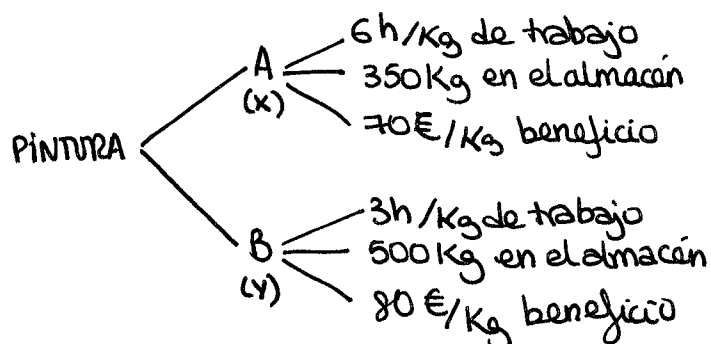
$$F(D) = 0 \text{ €}$$

150 hA TRIGO

50 hA REMOLACHA

Beneficio = 170 000 €

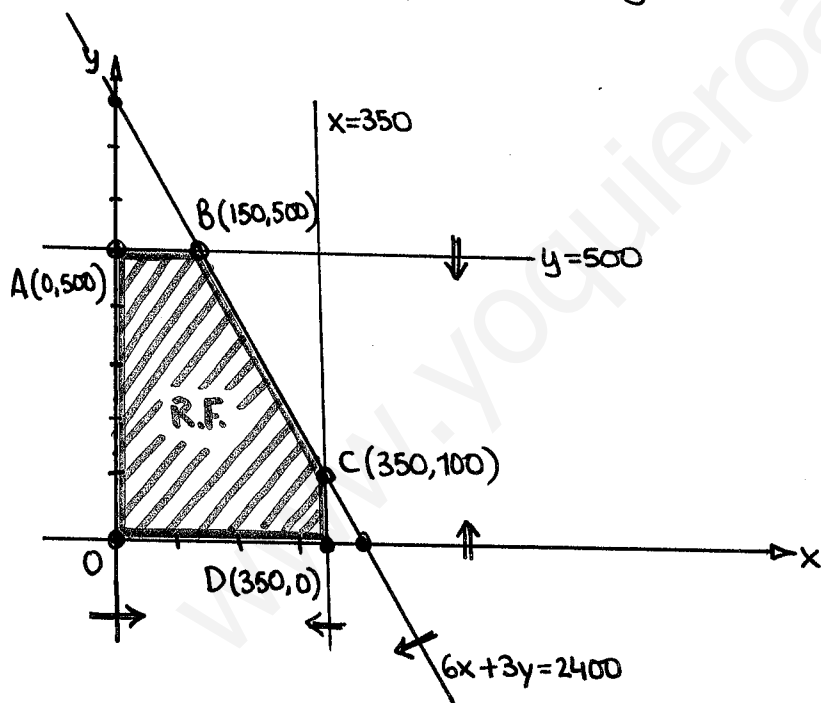
1B- Un trabajador autónomo se dedica a pintar edificios 300 días al año durante 8 horas cada día. Para organizarse mejor, adquiere al comienzo del año los dos tipos de pintura blanca que emplea: A y B. Cada tipo de pintura requiere un trabajo diferente: la pintura A necesita 6 horas de trabajo por kilo, mientras que la pintura B necesita 3 horas de trabajo por kilo. Además, el tamaño del envase es diferente, por lo que en su almacén caben como máximo 350 kilos de pintura tipo A y 500 kilos de pintura tipo B. Sabiendo que por cada kilo de pintura de tipo A obtiene un beneficio de 70 € y que por cada kilo de pintura de tipo B obtiene un beneficio de 80 €, utiliza técnicas de programación lineal para determinar cuánta pintura de cada tipo debe comprar al comienzo del año para maximizar su beneficio.



Trabajo: 300 días/año
8 h/día
↓
 $300 \cdot 8 = 2400 \text{ h/año}$

Maximizar $F(x,y) = 70x + 80y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 6x + 3y \leq 2400 \\ 0 \leq x \leq 350 \\ 0 \leq y \leq 500 \end{cases}$$



$$6x + 3y = 2400 \Rightarrow 2x + y = 800$$

x	y
0	800
400	0

EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 70 \cdot 0 + 80 \cdot 500 = 40000 \text{ €}$$

$$F(B) = 70 \cdot 150 + 80 \cdot 500 = 50500 \text{ €}$$

$$F(C) = 70 \cdot 350 + 80 \cdot 100 = 32500 \text{ €}$$

$$F(D) = 70 \cdot 350 + 80 \cdot 0 = 24500 \text{ €}$$

$$F(O) = 0 \text{ €}$$

→ PUNTO ÓPTIMO: 150 Kg tipo A
500 Kg tipo B

Beneficio: 50500 €

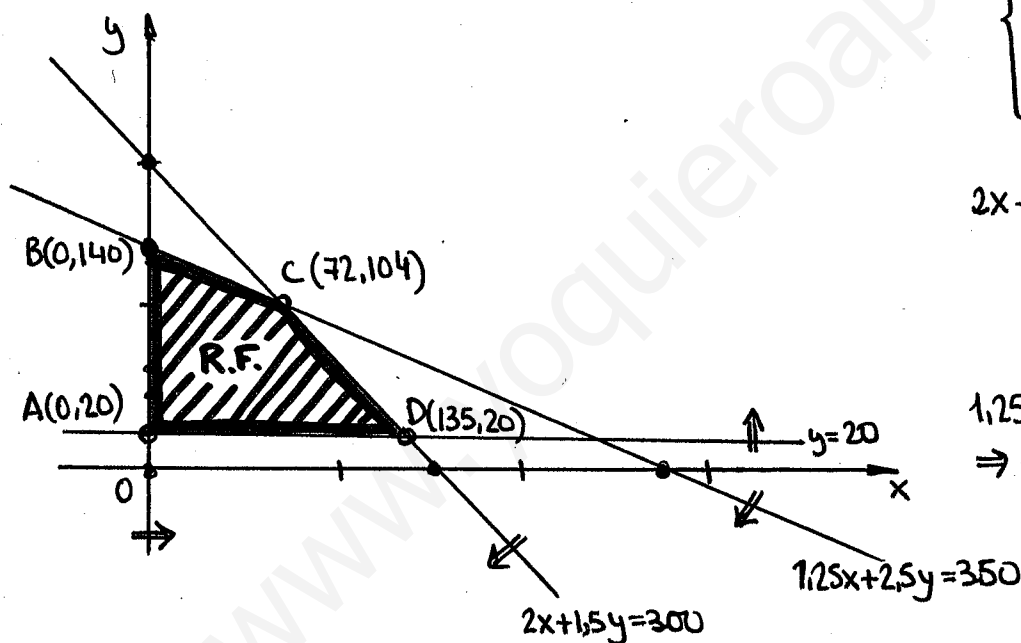
1B- En un taller textil se confeccionan 2 tipos de prendas: trajes y abrigos. Los trajes requieren 2 metros de lana y 1.25 metros de algodón y los abrigos requieren 1.5 metros de lana y 2.5 metros de algodón. Se disponen semanalmente de 300 metros de lana y de 350 metros de algodón, y esta semana deben fabricarse al menos 20 abrigos. Empleando técnicas de programación lineal, determina cuántos trajes y abrigos hay que hacer esta semana si se desea maximizar el beneficio obtenido, sabiendo que se ganan 250 euros por cada traje y 350 euros por cada abrigo. ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

TRAJES (x) $\begin{cases} 2\text{m lana} \\ 1,25\text{m algodón} \\ 250\text{€ / traje} \end{cases}$

ABRIGOS (y) $\begin{cases} 1,5\text{m lana} \\ 2,5\text{m algodón} \\ \text{Al menos 20} \\ 350\text{€ / abrigo} \end{cases}$

disponemos de $\begin{cases} 300\text{m lana} \\ 350\text{m algodón} \end{cases}$

Maximizar $F(x,y) = 250x + 350y$ sujeta a: $\begin{cases} 2x + 1,5y \leq 300 \\ 1,25x + 2,5y \leq 350 \\ y \geq 20 \\ x \geq 0 \end{cases}$



$$2x + 1,5y = 300 \Rightarrow 4x + 3y = 600$$

x	y
0	200
150	0

$$1,25x + 2,5y = 350 \Rightarrow 5x + 10y = 1400$$

$$\Rightarrow x + 2y = 280$$

x	y
0	140
280	0

$$\begin{cases} x + 2y = 280 \\ 4x + 3y = 600 \end{cases}$$

$$5y = 520 \Rightarrow y = 104$$

$$x = 72$$

EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 250 \cdot 0 + 350 \cdot 20 = 7000\text{€}$$

$$F(B) = 250 \cdot 0 + 140 \cdot 350 = 49000\text{€}$$

$$F(C) = 250 \cdot 72 + 350 \cdot 104 = 54400\text{€}$$

$$F(D) = 250 \cdot 135 + 350 \cdot 20 = 40750\text{€}$$

→ PUNTO ÓPTIMO:

72 trajes.

104 abrigos.

Beneficio = 54400€

1A- A una persona le tocan 10000 euros en la lotería de Navidad y le aconsejan que los invierta en dos tipos de acciones de la Bolsa, A y B. Las de tipo A tienen más riesgo pero producen un beneficio anual del 10% del capital invertido en ellas. Las de tipo B son más seguras, pero producen sólo un beneficio del 7% anual del capital invertido en ellas. Tras varias deliberaciones decide invertir como mucho 6000 euros en la compra de acciones de cada tipo. Además, decide invertir en acciones de tipo A al menos la misma cantidad que en acciones de tipo B. Utiliza técnicas de programación lineal para hallar la cantidad que debe invertir en cada tipo de acción para que el beneficio anual sea máximo. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

ACCIONES "A" (x) — B^0 : 10% Capital
Al menos las mismas que en B.

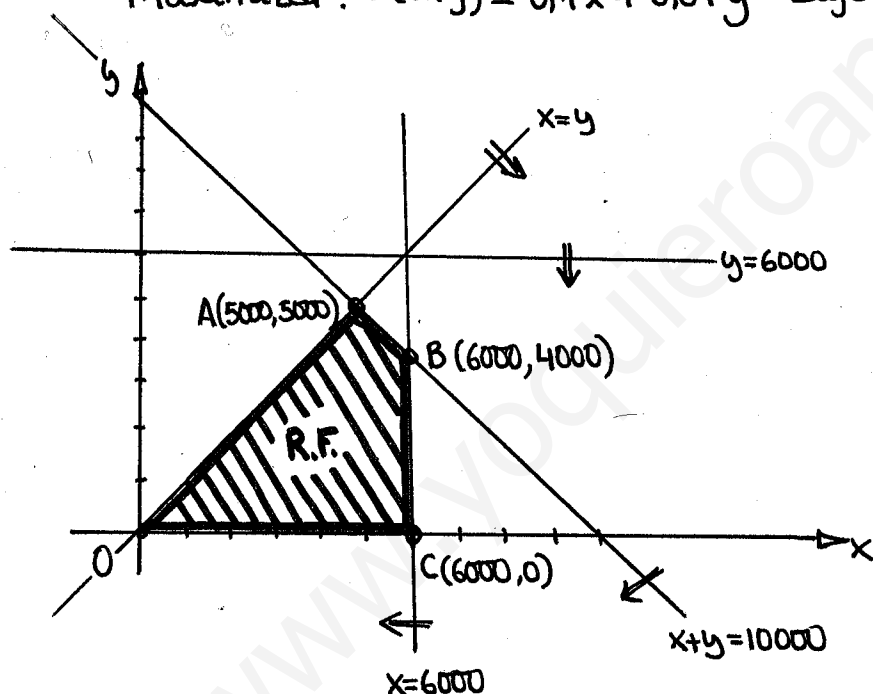
ACCIONES "B" (y) — B^0 : 7% Capital

10000€ disponibles

6000€ de máximo en cada tipo

Maximizar: $F(x,y) = 0,1x + 0,07y$ sujeta a:

$$\begin{cases} x+y \leq 10000 \\ x \leq 6000 \\ y \leq 6000 \\ x \geq y \end{cases}$$



EVALUAMOS $F(x,y)$

$$F(A) = 0,1 \cdot 5000 + 0,07 \cdot 5000 = 850 \text{ €}$$

$$F(B) = 0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 4000 = 880 \text{ €}$$

$$F(C) = 0,1 \cdot 6000 + 0,07 \cdot 0 = 600 \text{ €}$$

$$F(0) = 0 \text{ €}$$

→ PUNTO ÓPTIMO:

6000€ Acciones TIPO A.

4000€ Acciones TIPO B.

Beneficio : 880 €

1B- Un comercio dispone de 60 unidades de un producto A por el que obtiene un beneficio por cada unidad que vende de 250 €. También dispone de 70 unidades de otro producto B por el que obtiene un beneficio por unidad vendida de 300 €. El comercio puede vender como máximo 100 unidades de sus productos. Utilizando técnicas de programación lineal, determina las unidades de los productos A y B que el comercio debe vender para que su beneficio sea máximo y calcula dicho beneficio.

PRODUCTO A $\begin{cases} 60 \text{ uds. disponibles} \\ 250 \text{ € beneficio/ud} \end{cases}$
(x)

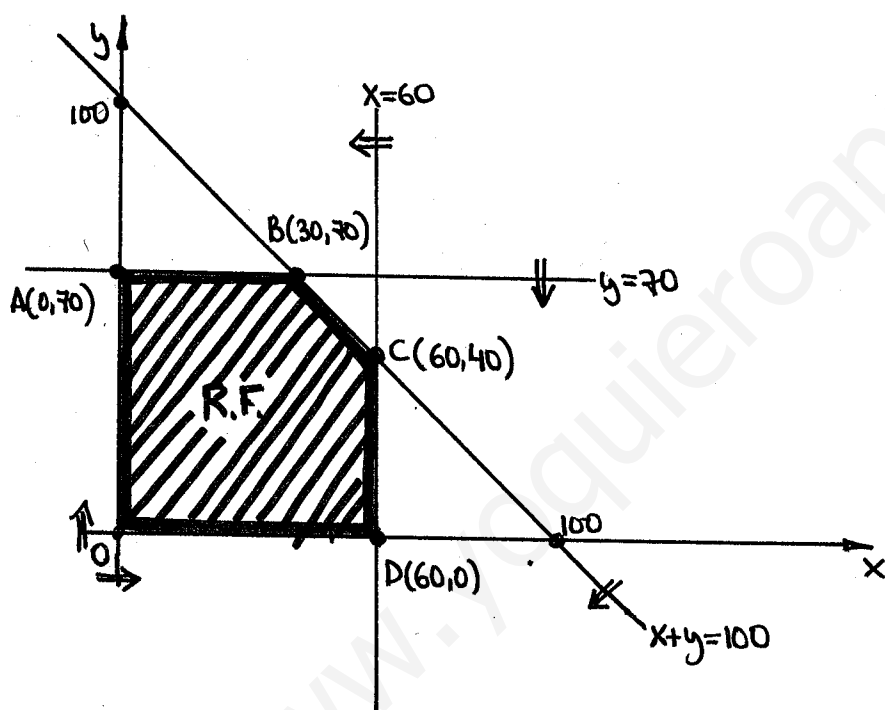
máximo: 100 uds total

PRODUCTO B $\begin{cases} 70 \text{ uds} \\ 300 \text{ € beneficio/ud} \end{cases}$
(y)

Maximizar $F(x,y) = 250x + 300y$ sujeta a: $x + y \leq 100$

$$0 \leq x \leq 60$$

$$0 \leq y \leq 70$$



EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 250 \cdot 0 + 300 \cdot 70 = 21000 \text{ €}$$

$$F(B) = 250 \cdot 30 + 300 \cdot 70 = 28500 \text{ €}$$

→ PUNTO ÓPTIMO:

$$F(C) = 250 \cdot 60 + 300 \cdot 40 = 27000 \text{ €}$$

$$F(D) = 250 \cdot 60 + 300 \cdot 0 = 15000 \text{ €}$$

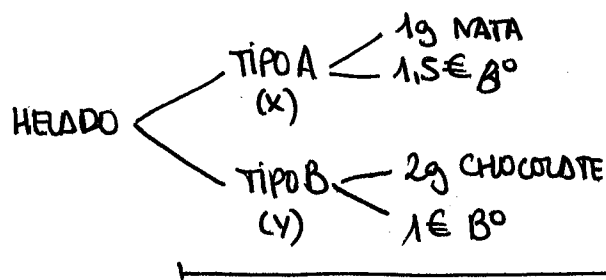
$$F(0) = 0 \text{ €}$$

30 uds. TIPO A

70 uds. TIPO B

Beneficio: 28500 €

1B- Un heladero artesano elabora dos tipos de helados A y B que vende cada día. Los helados tipo A llevan 1 gramo de nata y los helados tipo B llevan 2 gramos de chocolate. Se dispone de 200 gramos de nata, 400 gramos de chocolate y le da tiempo a elaborar como máximo 350 helados diariamente. Por cada helado tipo A obtiene un beneficio de 1.5 euros y por cada helado tipo B el beneficio es de 1 euro. Utilizando técnicas de programación lineal, determina las unidades de cada tipo de helado que debe elaborar diariamente para que su beneficio sea máximo y calcula dicho beneficio.



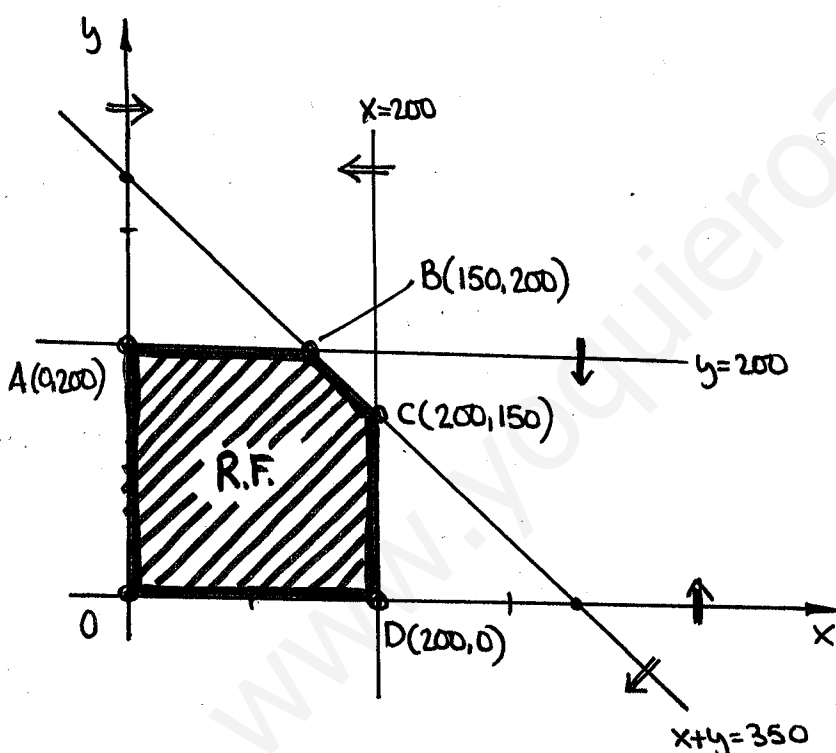
disponemos

- 200g NATA
- 400g CHOCOLATE

Máximo: 350 helados/día

Maximizar $F(x,y) = 1,5x + y$ sujeta a:

$$\begin{cases} x \leq 200 \\ 2y \leq 400 \Rightarrow y \leq 200 \\ x + y \leq 350 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



EVALUAMOS $F(x,y)$:

$$F(A) = 1,5 \cdot 0 + 200 = 200 \text{ €}$$

$$F(B) = 1,5 \cdot 150 + 200 = 425 \text{ €}$$

$$F(C) = 1,5 \cdot 200 + 150 = 450 \text{ €}$$

$$F(D) = 1,5 \cdot 200 + 0 = 300 \text{ €}$$

$$F(0) = 0 \text{ €}$$

→ PUNTO ÓPTIMO:

200 helados TIPO A

150 helados TIPO B

Beneficio: 450 €

1A- Para realizar una excursión, un IESO no puede utilizar más de 5 autobuses de 55 plazas cada uno, ni más de 9 microbuses de 33 plazas cada uno. El coste de cada autobús se eleva a 500 euros, mientras que el coste de cada microbús es de 300 euros. Además, han de viajar 3 profesores en cada autobús y 2 en cada microbús. Si como mucho hay 27 profesores que pueden participar en la excursión y el coste del transporte no puede exceder los 4300 euros, utiliza técnicas de programación lineal para determinar el número de autobuses y microbuses que han de contratarse para que el número de alumnos que puedan ir de excursión sea máximo. ¿A cuánto asciende ese número de alumnos?

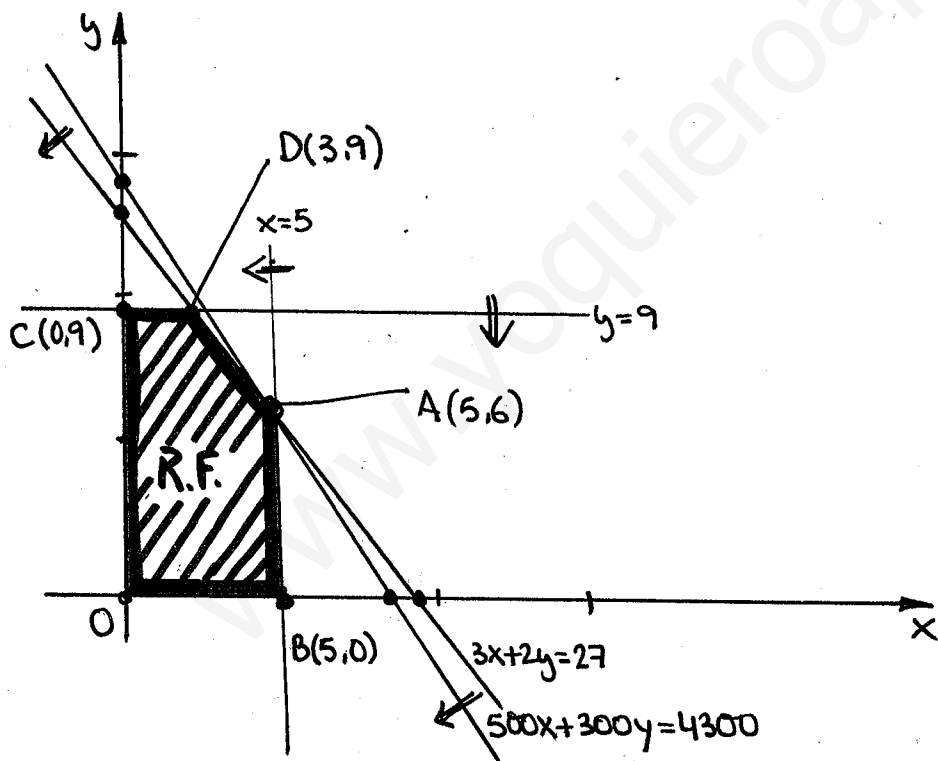
AUTOBUSES (x) → máximo de 5
55 plazas
500 €
3 profes

MICROBUSES (y) → máximo de 9
33 plazas
300 €
2 profes

27 profes disponibles
Coste máximo 4300€

Maximizar $F(x,y) = 55x + 33y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 500x + 300y \leq 4300 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$



$$500x + 300y = 4300 \Rightarrow 5x + 3y = 43$$

x	y
0	$43/3 \approx 14.3$
$8.6 \approx 43/5$	0

$$3x + 2y = 27$$

x	y
0	$27/2 = 13.5$
9	0

$$A: \begin{cases} 5x + 3y = 43 \\ 3x + 2y = 27 \end{cases}$$

$$y = 6 \Rightarrow x = 5$$

EVALUAMOS $F(x,y)$:

$F(A) = 55 \cdot 5 + 33 \cdot 6 = 473$ alumnos	→ PUNTO ÓPTIMO
$F(B) = 55 \cdot 5 + 33 \cdot 0 = 275$ "	
$F(C) = 55 \cdot 0 + 33 \cdot 9 = 297$ "	
$F(D) = 55 \cdot 3 + 33 \cdot 9 = 462$ "	
$F(O) = 0$ alumnos	

5 autobuses
6 micro buses
473 alumnos

1B- Un barco pesquero captura marisco y pescado. La clasificación automatizada de sus capturas, que ha de realizarse como mucho en 2 horas, exige un tiempo de 2 segundos por cada kg de marisco capturado y de 3 segundos por cada kg de pescado capturado. Por razones de conservación, puede capturar como mucho 3000 kg entre marisco y pescado, pero necesita al menos capturar 500 kg de pescado para atender compromisos comerciales. El barco obtiene un beneficio de 3 euros por kg de marisco capturado y de 2 euros por kg de pescado capturado. Utiliza técnicas de programación lineal para calcular la cantidad de marisco y de pescado que el barco ha de capturar para maximizar su beneficio. ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

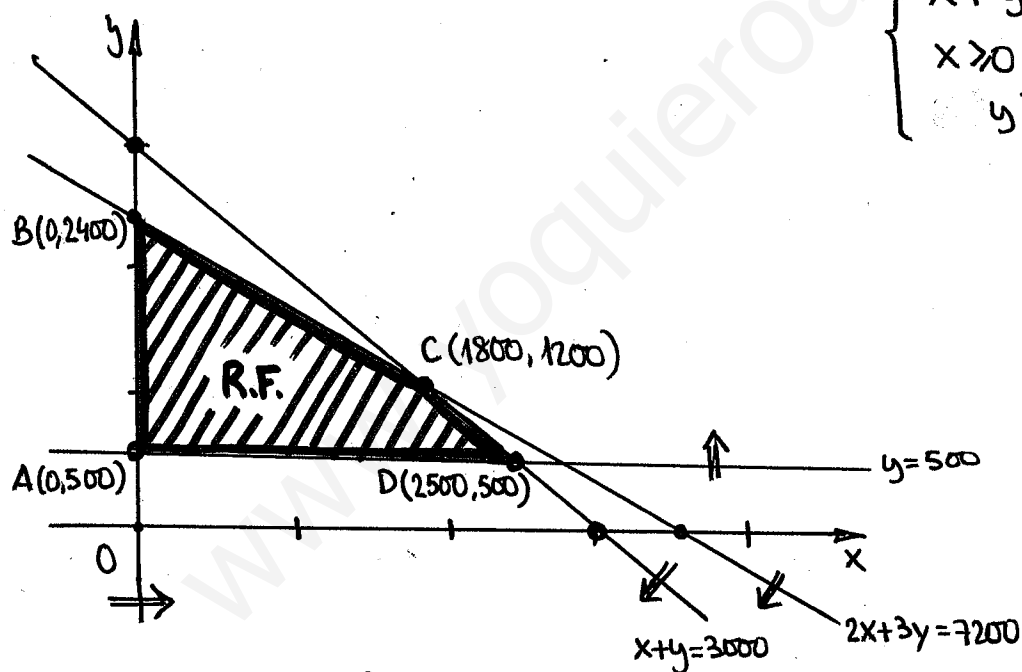
MARISCO (x) $\begin{cases} 2s/Kg \\ 3\text{€}/Kg \text{ de } B^o \end{cases}$

disponible $\begin{cases} 2h = 2 \cdot 60 \cdot 60 = 7200s \\ 3000 Kg \text{ total} \end{cases}$

PESCADO (y) $\begin{cases} 3s/Kg \\ 500Kg \text{ mínimo} \\ 2\text{€}/Kg \text{ de } B^o \end{cases}$

Maximizar $F(x, y) = 3x + 2y$ sujeta a:

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 7200 \\ x + y \leq 3000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 500 \end{cases}$$



$$2x + 3y = 7200$$

x	y
0	2400
3600	0

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 7200 \\ x + y & = & 3000 \\ \hline y & = & 1200 \\ x & = & 1800 \end{array}$$

EVALUAMOS $F(x, y)$:

$$F(A) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 500 = 1000 \text{€}$$

$$F(B) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 2400 = 4800 \text{€}$$

$$F(C) = 3 \cdot 1800 + 2 \cdot 1200 = 7800 \text{€}$$

$$F(D) = 3 \cdot 2500 + 2 \cdot 500 = 8500 \text{€}$$

→ PUNTO ÓPTIMO

2500 Kg de marisco
500 Kg de pescado
Beneficio = 8500 €