Ecuaciones de primer grado

Definición, elementos y solución de la ecuación de primer grado

Una *ecuación de primer grado* es una igualdad del tipo

$$\boxed{ax=b}$$

donde a y b son números reales conocidos, con $a\neq 0$. Al número desconocido x se le llama *incógnita*. A veces, al igual que cuando se trabaja con polinomios, a los números a y b se le llaman *coeficientes de la ecuación de primer grado*. Al número b también se le llama *término independiente*. Al sustituir la incógnita x por su valor se ha de verificar la igualdad. Claramente la incógnita ha de tomar el valor

$$\boxed{x=\frac{b}{a}}$$

ya que

$$ax=a\frac{b}{a}=\frac{\cancel{a}b}{\cancel{a}}=b$$

Observa que la división $\frac{b}{a}$ se puede llevar a cabo porque hemos supuesto que $a\neq 0$.

En realidad, para despejar x, lo que hemos hecho es dividir ambos miembros de la igualdad entre a:

$$ax=b\Rightarrow\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}}=\frac{b}{a}\Rightarrow x=\frac{b}{a}$$

Esta propiedad se aprende, no con demasiada corrección, con la siguiente frase: *"lo que está multiplicando pasa al otro miembro dividiendo"*. En este caso, como a multiplica a x, pasa al otro miembro dividiendo, con lo que $x=\frac{b}{a}$.

Sin embargo hay que tener cuidado con la técnica anterior, y tener en cuenta que en realidad la propiedad que se aplica es: *"si se dividen los dos miembros de una igualdad entre un mismo número distinto de cero, la igualdad no varía"*. Esta propiedad de las igualdades es, de hecho, la misma que esta otra: *"si se multiplican los dos miembros de una igualdad por un mismo número, la igualdad no varía"*. Observa y verás:

$$ax=b\Rightarrow\frac{1}{a}\cdot ax=\frac{1}{a}\cdot b\Rightarrow\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}}=\frac{b}{a}\Rightarrow x=\frac{b}{a}$$

Acabamos pues de recordar que dividir entre un número a distinto de cero es lo mismo que multiplicar por $\frac{1}{a}$.

Ejemplo 1

La solución de la ecuación de primer grado $3x=-4$ es $x=\frac{-4}{3}=-\frac{4}{3}$, ya que $3\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{12}{3}=-4$, con lo que se verifica la igualdad inicial. Observa que, realmente, tal y como se ha comentado anteriormente, para despejar la incógnita x, se han dividido los dos miembros de la igualdad entre 3:

$$3x=-4\Rightarrow\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{-4}{3}\Rightarrow x=-\frac{4}{3}$$

Como conclusión, decir que para resolver cualquier ecuación de primer grado, debemos llegar, mediante un proceso o una serie de pasos, a la igualdad $ax=b$ ya que, en este momento, tendremos la solución: $x=\frac{b}{a}$.

Procedimiento para resolver una ecuación de primer grado

Una ecuación de primer grado no aparece habitualmente en la forma $ax=b$, sino que se presenta como una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las que pueden aparecer corchetes, paréntesis y fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{2x}{3}-3\frac{x-1}{4}+x-5=\frac{5(x-3)}{6}-\frac{x-3\left[x+1-2(x+6)\right]}{2}-3(x+2)$$

Recordemos que la expresión que se encuentra a la izquierda de la igualdad recibe el nombre de *primer miembro de la ecuación* y que la expresión que está a la derecha de la igualdad se llama *segundo miembro de la ecuación*.

Los pasos para resolver una ecuación cualquiera de primer grado son los siguientes:

1. ***Eliminar los corchetes y paréntesis***.
2. ***Eliminar los denominadores***. Para ello se multiplican todos y cada uno de los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.
3. ***Trasponer términos***. Lo que se quiere decir con esto es que debemos presentar los términos en los que aparece la incógnita en uno de los miembros de la igualdad, y los términos que no tienen incógnita en el otro miembro de la igualdad. Para ello aplicamos la siguiente y conocida propiedad de las igualdades:
   "Si se suma o se resta la misma cantidad a los dos miembros de una igualdad, la igualdad no varía."
4. ***Reducir términos semejantes***. Una vez realizada la trasposición de términos podremos sumar y restar todos los términos de ambos miembros pues serán todos semejantes. De este modo la ecuación aparecerá ya de la forma $ax=b$.
5. ***Despejar la incógnita***. Una vez despejada la incógnita es conveniente simplificarla, caso de que sea posible.

Ilustraremos este proceso con varios ejemplos.

Ejemplo 2

$$2x-4+5x-3+6=7x+1-2-4+4x-5$$

Esta ecuación no tiene ni corchetes, ni paréntesis y además tampoco aparecen fracciones en ella. Por tanto nos podemos saltar los pasos 1 y 2, y comenzar directamente con el paso 3, es decir, con la trasposición de términos. Para ello vamos a presentar los términos con la incógnita en el primer miembro y los términos sin incógnita en el segundo. Observa que sumando 4, sumando 3 y restando 6 en ambos miembros de la igualdad, tenemos:

$$2x-\cancel{4}+5x-\cancel{3}+\cancel{6}+\cancel{4}+\cancel{3}-\cancel{6}=7x+1-2-4+4x-5+4+3-6\ ;$$

$$2x+5x=7x+1-2-4+4x-5+4+3-6$$

Ahora, si restamos $7x$ y $4x$ en ambos miembros de la igualdad obtenemos:

$$2x+5x-7x-4x=\cancel{7x}+1-2-4+\cancel{4x}-5+4+3-6-\cancel{7x}-\cancel{4x}\ ;$$

$$2x+5x-7x-4x=1-2-4-5+4+3-6$$

La trasposición de términos se aprende con frecuencia mediante la siguiente regla: *"lo que está sumando pasa al otro miembro restando, y lo que está restando pasa al otro miembro sumando"*. Observa que como 4 y 3 estaban restando en el primer miembro, pasan al segundo sumando, y que como 6 estaba sumando en el primer miembro, pasa al segundo miembro restando. De igual modo, como $7x$ y $4x$ estaban sumando en el segundo miembro sumando, pasan al primero restando. No olvides sin embargo que, para ser precisos, esta regla práctica es consecuencia de la propiedad de las igualdades descrita anteriormente:

"Si se suma o se resta la misma cantidad a los dos miembros de una igualdad, la igualdad no varía."

Ahora reducimos términos semejantes y despejamos la incógnita:

$$-4x=-9\Rightarrow x=\frac{-9}{-4}\Rightarrow x=\frac{9}{4}$$

Ejemplo 3

$$\frac{2x-1}{3}+3x-\frac{x-2}{9}=1-\frac{3x+2}{6}$$

Esta ecuación no tiene ni corchetes ni paréntesis, con lo que podemos ir directamente al paso número 2. Para eliminar los denominadores, multiplicaremos todos los términos por el mínimo común múltiplo de ellos. En este caso $\text{mcm}(3,\ 9,\ 6)=18$. Entonces:

$$18\cdot\frac{2x-1}{3}+18\cdot 3x-18\cdot\frac{x-2}{9}=18\cdot 1-18\cdot\frac{3x+2}{6}\ ;$$

$$6(2x-1)+54x-2(x-2)=18-3(3x+2)$$

Observa que lo que hemos hecho es dividir el mínimo común múltiplo (en este caso 18) entre cada uno de los denominadores, utilizando la siguiente propiedad de las fracciones:

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a}{c}\cdot b$$

En nuestro caso, fíjate lo que se ha hecho en el primer término: $18\cdot\frac{2x-1}{3}=\frac{18}{3}\cdot(2x-1)=6(2x-1)$

Se ha transformado de este modo la ecuación con denominares en una ecuación sin ellos, aunque ahora tenemos paréntesis. Pero estos se eliminan fácilmente:

$$12x-6+54x-(2x-4)=18-(9x+6)\ ;$$

$$12x-6+54x-2x+4=18-9x-6$$

En este paso hay que tener especial cuidado con los signos. Recuerda que un menos delante de un paréntesis cambiará de signo todo lo que va tras él, ya que restar un polinomio es sumar el opuesto del mismo.

Ahora sólo queda trasponer términos, reducir términos semejantes y despejar la incógnita que, aunque parece mucho, es lo más sencillo en el proceso de resolución de una ecuación de primer grado.

$$12x+54x-2x+9x=18-6+6-4\Rightarrow 73x=14\Rightarrow x=\frac{14}{73}$$

Ejemplo 4

$$2\frac{x+1}{5}-\frac{1-3x}{3}=\frac{4x-1}{6}3+2\frac{x}{15}$$

En este caso, parece que no hay paréntesis, pero sí que los hay ya que, por ejemplo $2\frac{x+1}{5}=\frac{2(x+1)}{5}=\frac{2x+2}{5}$. Así que lo primer que haremos es efectuar estos productos y dejar la ecuación solamente con denominadores:

$$\frac{2x+2}{5}-\frac{1-3x}{3}=\frac{12x-3}{6}+\frac{2x}{15}$$

Ahora multiplicamos por 30, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$6(2x+2)-10(1-3x)=5(12x-3)+2\cdot 2x\Rightarrow 12x+12-10+30x=60x-15+4x$$

Por último trasponemos términos, reducimos términos semejantes y despejamos la incógnita:

$$12x+30x-60x-4x=-15-12+10\Rightarrow -22x=-17\Rightarrow x=\frac{-17}{-22}\Rightarrow x=\frac{17}{22}$$

Ejemplo 5

$$\frac{2}{3}\left(\frac{x-1}{2}-\frac{1}{4}\right)-5\frac{2x-3}{3}=x\left(1-\frac{2}{3}\right)+\frac{x-1}{4}$$

Eliminemos paréntesis:

$$\frac{2x-2}{6}-\frac{2}{12}-\frac{10x-15}{3}=x-\frac{2x}{3}+\frac{x-1}{4}$$

Eliminemos denominadores multiplicando por el mínimo común múltiplo, que es 12:

$$2(2x-2)-1\cdot 2-4(10x-15)=12x-4\cdot 2x+3(x-1)\Rightarrow 4x-4-2-40x+60=12x-8x+3x-3$$

Trasponemos términos, reducimos términos semejantes y despejamos la incógnita:

$$4x-40x-12x+8x-3x=-3+4+2-60\Rightarrow -43x=-57\Rightarrow x=\frac{-57}{-43}\Rightarrow x=\frac{57}{43}$$

Ejemplo 6

Vamos a finalizar resolviendo la ecuación de primer grado con que se abría esta sección. Observa que no se explican como antes los pasos que se van dando. Debes de identificar cada uno de ellos.

$$\frac{2x}{3}-3\frac{x-1}{4}+x-5=\frac{5(x-3)}{6}-\frac{x-3\left[x+1-2(x+6)\right]}{2}-3(x+2)\ ;$$

$$\frac{2x}{3}-\frac{3x-3}{4}+x-5=\frac{5x-15}{6}-\frac{x-3\left[x+1-2x-12\right]}{2}-3x-6\ ;$$

$$\frac{2x}{3}-\frac{3x-3}{4}+x-5=\frac{5x-15}{6}-\frac{x-3x-3+6x+36}{2}-3x-6\ ;$$

$$\frac{2x}{3}-\frac{3x-3}{4}+x-5=\frac{5x-15}{6}-\frac{4x+33}{2}-3x-6\ ;$$

$$4\cdot 2x-3(3x-3)+12x-12\cdot 5=2(5x-15)-6(4x+33)-12\cdot 3x-12\cdot 6\ ;$$

$$8x-9x+9+12x-60=10x-30-24x-198-36x-72\ ;$$

$$8x-9x+12x-10x+24x+36x=-30-198-72-9+60\ ;$$

$$61x=-249\ ;$$

$$x=-\frac{249}{61}$$

Ecuaciones de segundo grado

Definición y elementos de la ecuación de segundo grado

Una *ecuación de segundo grado* es una igualdad del tipo:

$$\boxed{ax^2+bx+c=0}$$

donde a, b y c son números reales conocidos con $a \neq 0$, y reciben el nombre de *coeficientes* de la ecuación de segundo grado. Al igual que en el caso de las ecuaciones de primer grado, al número desconocido x se le llama *incógnita*.

Ecuaciones de segundo grado incompletas

- **Caso 1**: $b=0$

En este caso la ecuación de segundo grado toma la forma:

$$\boxed{ax^2+c=0}$$

Para resolverlas se despeja x^2 y luego se extrae la raíz cuadrada para despejar finalmente la incógnita x. Hay que tener en cuenta que:

- ✓ Si el radicando es mayor que cero obtendremos dos soluciones, la raíz cuadrada con signo positivo y la raíz cuadrada con signo negativo.
- ✓ Si el radicando es cero la solución es $x=0$.
- ✓ Si el radicando es negativo la ecuación de segundo grado no tiene soluciones reales.

Nota: el *radicando* de una raíz es "aquello que se encuentra dentro de la raíz".

Ejemplo 7

$$3x^2-24=0$$

Despejamos x^2:

$$3x^2=24 \Rightarrow x^2=\frac{24}{3} \Rightarrow x^2=8$$

Extraemos la raíz cuadrad de 8. Como 8 es positivo tenemos dos soluciones:

$$x=\sqrt{8}=\begin{cases} x_1=+\sqrt{8} \\ x_2=-\sqrt{8} \end{cases}$$

Observa que, cuando la ecuación de segundo grado, tiene dos soluciones, éstas se denotan con subíndices: x_1, x_2.

Ejemplo 8

$$6x^2+12=0$$

Despejamos x^2:

$$6x^2=-12 \Rightarrow x^2=-\frac{12}{6} \Rightarrow x^2=-2$$

Al intentar extraer la raíz cuadrada de -2, observamos que no podemos hacerlo porque -2 es negativo:

$x=\sqrt{-2}$ (no existe, pues no hay ningún número cuyo cuadrado sea -2)

Así pues, en este caso la ecuación no tiene soluciones reales.

- **Caso 2**: $c=0$

En este caso la ecuación de segundo grado toma la forma:

$$\boxed{ax^2+bx=0}$$

El proceso de resolución consiste en extraer factor común la incógnita x pues ésta aparece en ambos términos. Una de las soluciones siempre es $x_1=0$. La otra solución se obtiene de igualar a cero el otro factor y de resolver la correspondiente ecuación de primer grado.

Veámoslo:

$$ax^2+bx=0 \Rightarrow x(ax+b)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ ax+b=0 \Rightarrow ax=-b \Rightarrow x_2=-\dfrac{b}{a} \end{cases}$$

Ejemplo 9

$$3x^2-18x=0$$

Sacamos x factor común:

$$x(3x-18)=0$$

Una solución es $x_1=0$. La otra se obtiene de igualar a cero el factor $3x-18$:

$$x(3x-18)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ 3x-18=0 \Rightarrow 3x=18 \Rightarrow x=\dfrac{18}{3} \Rightarrow x_2=6 \end{cases}$$

Ecuación de segundo grado. Caso general

En este caso vamos a suponer que los tres coeficientes a, b y c son todos distintos de cero. Este caso es el más general y la ecuación de segundo grado queda, en su forma reducida, así:

$$\boxed{ax^2+bx+c=0}$$

La solución se obtiene de sustituir los coeficientes a, b y c en la siguiente fórmula:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Observa que el símbolo $\pm$ indica que, para obtener las dos posibles soluciones, hay que sumar por un lado y restar por otro:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ; \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Ejemplo 10

$$3x^2-5x-2=0$$

En este caso $a=3$, $b=-5$ y $c=-2$. Sustituyendo en la fórmula anterior:

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 3\cdot(-2)}}{2\cdot 3}=\frac{5\pm\sqrt{25-(-24)}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{5\pm 7}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{5+7}{6} \Rightarrow x_1=2 \\ x_2=\dfrac{5-7}{2} \Rightarrow x_2=-1 \end{cases}$$

A la expresión b^2-4ac, situada en el interior de la raíz de la fórmula que proporciona las soluciones, se le llama *discriminante* de la ecuación de segundo grado. Pueden ocurrir tres cosas:

- Si el discriminante es mayor que cero ($b^2-4ac>0$) la ecuación de segundo grado tiene dos soluciones reales (véase el ejemplo anterior).
- Si el discriminante es igual a cero ($b^2-4ac=0$) la ecuación de segundo grado tiene una única solución, que se suele llamar solución doble. Esta solución se obtiene mediante la expresión:
$$x=\frac{-b}{2a}$$
Es fácil ver la demostración:
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{0}}{2a}=\frac{-b\pm 0}{2a}=\frac{-b}{2a}$$
- Si el discriminante es menor que cero ($b^2-4ac<0$) la ecuación de segundo grado no tiene soluciones reales. La razón es, de nuevo, la no existencia de raíces cuadradas de números negativos en el conjunto de los números reales.

Ejemplo 11

$$4x^2-12x+9=0$$

Ahora tenemos que $a=4$, $b=-12$ y $c=9$. Por tanto el discriminante es:

$$b^2-4ac=\left(-12\right)^2-4\cdot 4\cdot 9=144-144=0$$

Como el discriminante es menor que cero, la solución de la ecuación de segundo grado es única. Ésta es:

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-\left(-12\right)}{2\cdot 4}=\frac{12}{8}\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

Procedimiento para resolver una ecuación de segundo grado

Al igual que en el caso de las ecuaciones de primer grado, una ecuación de primer grado no suele aparecer en su forma reducida, tal y como se ha tratado en el apartado anterior, sino que se presenta como una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las que pueden aparecer corchetes, paréntesis y fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{3\left(x^2-4x+1\right)}{2}-5\frac{x+3-x^2}{3}=x-\frac{-2x^2-2\left(x+2\right)}{4}-8$$

Los pasos para resolver una ecuación de segundo grado son muy similares a los que se seguían para resolver ecuaciones de primer grado:

1. ***Eliminar los corchetes y paréntesis***.
2. ***Eliminar los denominadores***. Para ello se multiplican todos y cada uno de los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.
3. ***Colocar todos los términos en el primer miembro.*** De este modo en el segundo miembro aparecerá un cero.
4. ***Reducir términos semejantes***. Una vez realizada la trasposición de términos podremos sumar y restar todos los términos de ambos miembros pues serán todos semejantes. De este modo la ecuación aparecerá ya en su forma reducida más general $ax^2+bx+c=0$, o bien se presentará en una de sus dos formas incompletas: $ax^2+c=0$, $ax^2+bx=0$.
5. ***Despejar la incógnita***. Para ello procederemos como ya se ha explicado en el caso de que la ecuación de segundo grado sea incompleta. Si la ecuación se presenta en su forma reducida más general se aplicará la fórmula ya conocida para despejar la incógnita:
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Veamos a continuación algunos ejemplos de resolución de ecuaciones de segundo grado.

Ejemplo 12

$$2\left(3x^2+5x\right)=2-x$$

Esta ecuación no tiene denominadores así que bastará eliminar el paréntesis y colocar todos los términos en el primer miembro de la ecuación:

$$2\left(3x^2+5x\right)=2-x \Rightarrow 6x^2+10x=2-x \Rightarrow 6x^2+10x-2+x=0 \Rightarrow 6x^2+11x-2=0$$

Los coeficientes son $a=6$, $b=11$ y $c=-2$. Entonces:

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{11^2-4\cdot 6\cdot(-2)}}{2\cdot 6}=\frac{-11\pm\sqrt{121+48}}{12}=\frac{-11\pm\sqrt{169}}{12}=\frac{-11\pm 13}{12}=\begin{cases} x_1=\dfrac{-11+13}{12} \Rightarrow x_1=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6} \\ x_2=\dfrac{-11-13}{12} \Rightarrow x_2=-2 \end{cases}$$

Ejemplo 13

$$\frac{5x}{4}-\frac{x^2}{12}-\frac{5}{3}=\frac{3x}{8}$$

Esta ecuación de segundo grado no tiene paréntesis, pero sí que aparecen denominadores. Multiplicamos todos los términos por el mínimo común múltiplo de los mismos, que es 24.

$$24\frac{5x}{4}-24\frac{x^2}{12}-24\frac{5}{3}=24\frac{3x}{8} \Rightarrow 6\cdot 5x-2\cdot x^2-8\cdot 5=3\cdot 3x \Rightarrow 30x-2x^2-40=9x$$

Ahora colocamos todos los términos en el primer miembro y reducimos términos semejantes:

$$30x-2x^2-40-9x=0 \Rightarrow -2x^2+21x-40=0$$

Los coeficientes ahora son $a=-2$, $b=21$ y $c=-40$. Por tanto:

$$x=\frac{-21\pm\sqrt{21^2-4\cdot(-2)\cdot(-40)}}{2\cdot(-2)}=\frac{-21\pm\sqrt{441-320}}{-4}=\frac{-21\pm\sqrt{121}}{-4}=\frac{-21\pm 11}{-4}=\begin{cases} x_1=\dfrac{-21+11}{-4} \Rightarrow x_1=\dfrac{-10}{-4}=\dfrac{5}{2} \\ x_2=\dfrac{-21-11}{-4} \Rightarrow x_2=8 \end{cases}$$

Ejemplo 14

$$(2x-5)\left(x-\frac{3}{2}\right)=0$$

En esta ecuación, para eliminar los paréntesis, tenemos que aplicar la propiedad distributiva (“todos por todos”):

$$2x\cdot x-2x\cdot\frac{3}{2}-5x+5\cdot\frac{3}{2}=0 \Rightarrow 2x^2-3x-5x+\frac{15}{2}=0$$

Eliminamos denominadores multiplicando todos los términos por 2, reducimos términos semejantes y despejamos:

$$2\cdot 2x^2-2\cdot 3x-2\cdot 5x+2\cdot\frac{15}{2}=2\cdot 0 \Rightarrow 4x^2-6x-10x+15=0 \Rightarrow 4x^2-16x+15=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{16\pm\sqrt{16^2-4\cdot 4\cdot 15}}{2\cdot 4}=\frac{16\pm\sqrt{256-240}}{8}=\frac{16\pm\sqrt{16}}{8}=\frac{16\pm 4}{8}=\begin{cases} x_1=\dfrac{16+4}{8} \Rightarrow x_1=\dfrac{20}{8}=\dfrac{5}{2} \\ x_2=\dfrac{16-4}{8} \Rightarrow x_2=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Comentemos finalmente que, como en el caso de esta ecuación, hay ecuaciones que se resuelven sin necesidad de hacer todo lo anterior. Si se multiplican varios factores y se obtiene como resultado cero, eso quiere decir que alguno de los factores ha de ser cero. Por tanto de la ecuación

$$(2x-5)\left(x-\frac{3}{2}\right)=0$$

se deduce que, o bien $2x-5=0$ con lo que $x=\frac{5}{2}$, o bien $x-\frac{3}{2}=0$ con lo que $x=\frac{3}{2}$, que son las mismas soluciones que se han obtenido anteriormente.

Ejemplo 15

Resolvamos ahora la ecuación que se ponía como ejemplo al principio de este apartado.

$$\frac{3(x^2-4x+1)}{2}-5\frac{x+3-x^2}{3}=x-\frac{-2x^2-2(x+2)}{4}-8$$

Eliminamos paréntesis:

$$\frac{3x^2-12x+3}{2}-\frac{5x+15-5x^2}{3}=x-\frac{-2x^2-2x-4}{4}-8$$

Eliminamos denominadores. Para ello multiplicamos por 12 cada uno de los términos de la ecuación:

$$12\frac{3x^2-12x+3}{2}-12\frac{5x+15-5x^2}{3}=12x-12\frac{-2x^2-2x-4}{4}-12\cdot 8\ ;$$

$$6(3x^2-12x+3)-4(5x+15-5x^2)=12x-3(-2x^2-2x-4)-96\ ;$$

$$18x^2-72x+18-20x-60+20x^2=12x+6x^2+6x+12-96$$

Colocamos todos los términos en el primer miembro y reducimos términos semejantes:

$$18x^2-72x+18-20x-60+20x^2-12x-6x^2-6x-12+96=0\ ;$$

$$32x^2-110x+42=0$$

Antes de obtener el valor de x mediante nuestra fórmula haremos algo muy importante. Si los coeficientes tienen un divisor común se pueden dividir todos los términos entre este divisor común, quedando una ecuación de segundo grado equivalente a la anterior, pero con la diferencia de que los coeficientes serán más pequeños y, por tanto, más fácil operar con ellos a la hora de aplicar la fórmula mediante la que obtenemos x.

Los coeficientes de nuestra ecuación tienen un divisor común: el 2. Así, dividiendo entre 2 cada uno de los términos obtenemos esta otra ecuación:

$$16x^2-55x+21=0$$

Los coeficientes de esta ecuación son $a=16$, $b=-55$ y $c=21$ (más fáciles de tratar que los de la ecuación anterior). De este modo:

$$x=\frac{55\pm\sqrt{(-55)^2-4\cdot16\cdot21}}{2\cdot16}=\frac{55\pm\sqrt{3025-1344}}{32}=\frac{55\pm\sqrt{1681}}{32}=\frac{55\pm41}{32}=\begin{cases}x_1=\dfrac{55+41}{32}=\dfrac{96}{32}\Rightarrow x_1=3\\ x_2=\dfrac{55-41}{32}=\dfrac{14}{32}\Rightarrow x_2=\dfrac{7}{16}\end{cases}$$