

Determina el valor de la composición de funciones que se indica en cada apartado, en $x = -4$, si $f(x) = x^2$ y $g(x) = \frac{x-1}{x}$.

- a) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$

$$a) (f \circ g)(-4) = f(g(-4)) = f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

$$b) (g \circ f)(-4) = g(f(-4)) = g(16) = \frac{15}{16}$$

$$c) (f \circ f)(-4) = f(f(-4)) = f(16) = 256$$

$$d) (g \circ g)(-4) = g(g(-4)) = g\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{1}{5}$$

Si $f(x) = \sqrt{2x^3}$ y $g(x) = x - 4$, halla el valor de estas funciones en los puntos que se indican, determinando primero la composición de funciones correspondiente.

- a) $(f \circ g)(5)$ b) $(g \circ f)(5)$

Justifica, a partir de los apartados anteriores, si la composición de funciones es conmutativa.

$$a) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 4) = \sqrt{2(x - 4)^3}$$

$$(f \circ g)(5) = \sqrt{2}$$

$$b) (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x^3}) = \sqrt{2x^3} - 4$$

$$(g \circ f)(5) = \sqrt{250} - 4 = 5\sqrt{10} - 4$$

$$(f \circ g)(5) \neq (g \circ f)(5) \rightarrow \text{La composición de funciones no es conmutativa.}$$

Si $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = \frac{x}{x+1}$:

- a) Determina $g \circ f$, $f \circ g$ y $g \circ g$.

- b) Halla las funciones inversas de $f(x)$ y de $g(x)$, y comprueba que $f \circ f^{-1}$ y $g^{-1} \circ g$ dan la función identidad.

$$a) (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 2) = \frac{3x + 2}{3x + 3}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{x+1}\right) = 3 \cdot \frac{x}{x+1} + 2 = \frac{5x + 2}{x + 1}$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{x}{2x + 1}$$

$$b) y = 3x + 2 \rightarrow x = \frac{y-2}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-2}{3}\right) = 3 \cdot \frac{x-2}{3} + 2 = x$$

$$y = \frac{x}{x+1} \rightarrow xy + y = x \rightarrow x - xy = y \rightarrow x = \frac{y}{1-y} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$$

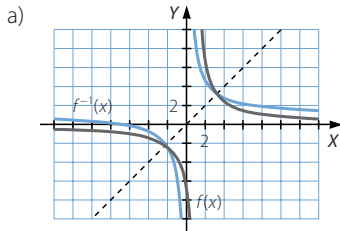
$$(g^{-1} \circ g)(x) = g^{-1}(g(x)) = g^{-1}\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{x}{x+1-x} = x$$

Averigua cuál es la función inversa de $f(x) = \frac{7+x}{x}$.

a) Representa las funciones $f(x)$ y $f^{-1}(x)$.

b) Comprueba si sus gráficas son simétricas respecto a la recta $y = x$.

$$y = \frac{7+x}{x} \rightarrow xy = 7+x \rightarrow xy - x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{y-1} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7}{x-1}$$



b) Las funciones son simétricas respecto a la recta $y = x$.