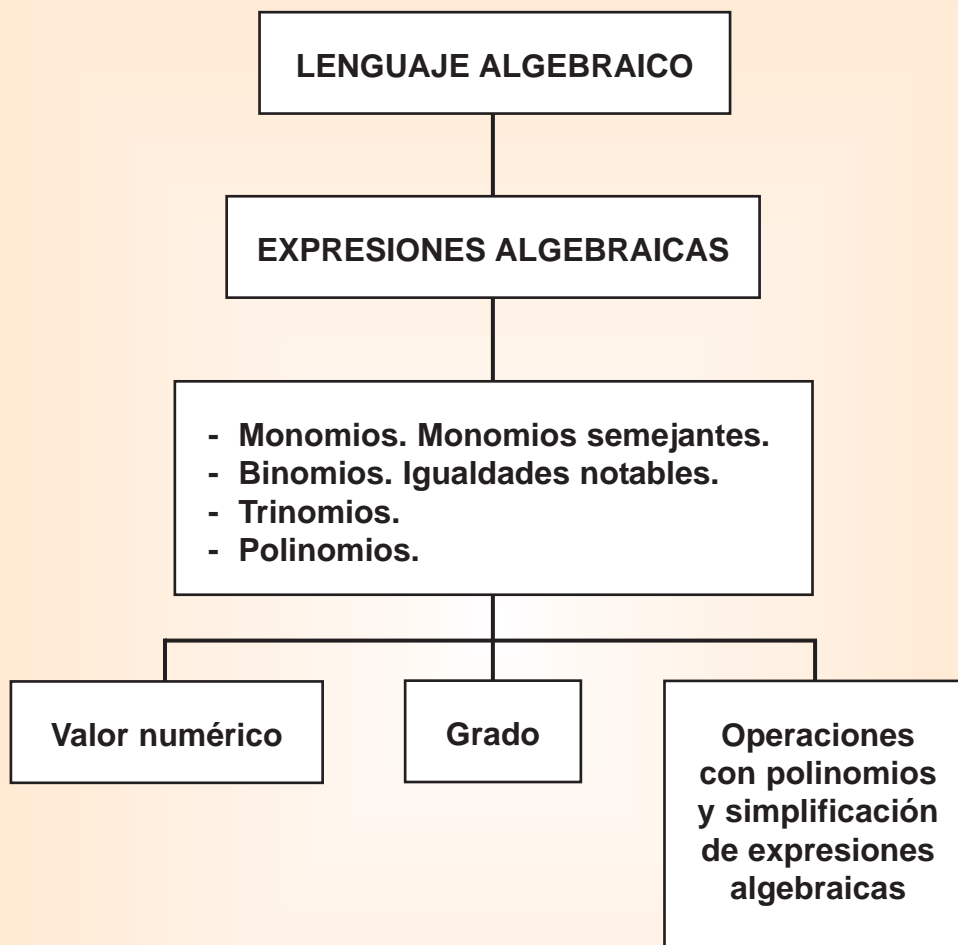


# 6

## EXPRESIONES ALGEBRAICAS



## 1. DEL LENGUAJE DE LOS NÚMEROS AL LENGUAJE ALGEBRAICO.

En ocasiones, en matemáticas, necesitamos operar con números desconocidos. Para ello, se toman letras para representar esas cantidades desconocidas o para utilizar un número cualquiera en lugar de uno concreto.

De esta manera aparecen expresiones en las que se combinan números con letras, es decir, aparecen expresiones algebraicas.

Analicemos el siguiente enunciado:

**"Ander tiene el doble de edad que su hermana más 3 años."**

Para poder calcular la edad de Ander necesitamos conocer primero la edad de su hermana, sin embargo, éste es un dato desconocido. Es en ese momento cuando se nos hace necesario la utilización del álgebra. Como la edad de la hermana es un dato desconocido lo vamos a representar con la letra  $x$ :

La edad de la hermana =  $x$

De esta manera veamos cómo se puede expresar "Ander tiene el doble de edad que su hermana más 3 años" de una forma más abreviada.

La edad de la hermana =  $x$

El doble de la edad de la hermana =  $2 \cdot x$

El doble de la edad de la hermana más tres =  $2 \cdot x + 3$

La forma  $2 \cdot x + 3$  se llama expresión algebraica.

Observa:

- En lenguaje ordinario: **Ander tiene el doble de edad que su hermana más 3 años.**
- En lenguaje algebraico:  **$2 \cdot x + 3$**

Como ves estamos expresando la misma información pero de forma más concisa.

## PARA PRACTICAR



**1. Las siguientes informaciones están expresadas en lenguaje ordinario. ¿Cómo se expresarían en lenguaje algebraico?**

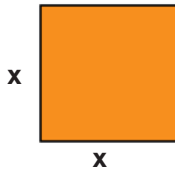
- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| a) Un número cualquiera          | k) Las dos terceras partes de una tarta.                                      |
| b) Un número aumentado en 10     | l) La edad que tenía hace 5 años.   |
| c) Un número disminuido en 5     | m) La edad que tendré cuando haya vivido otro tanto de lo vivido hasta ahora. |
| d) El triple de un número        | n) La edad que tendré en el 2025  |
| e) La mitad de un número         | o) El área de un cuadrado.  |
| f) El siguiente de un número     | p) El perímetro de un rectángulo.   |
| g) El anterior a un número       | q) Dos números consecutivos.  |
| h) El cuadrado de un número      | r) Un número par.   |
| i) El tercio de un número.       | s) Un número impar.   |
| j) El doble de libros más siete. | t) La diferencia de dos números.  |



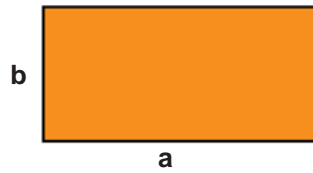
2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

En matemáticas y en otras muchas ciencias se utilizan expresiones que contienen letras y números.

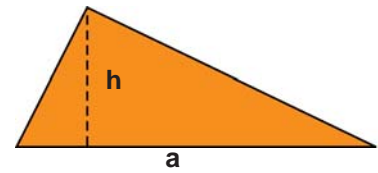
Observa estas figuras:



El perímetro del cuadrado es:  $4 \cdot x$



El área del rectángulo es:  $a \cdot b$



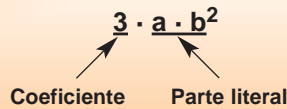
El área del triángulo es:  $\frac{b \cdot h}{2}$

Las expresiones  $4 \cdot x$ ,  $a \cdot b$  y  $\frac{b \cdot h}{2}$  se llaman **expresiones algebraicas**.

Una **expresión algebraica** es toda combinación de números y letras unidos por los signos de las operaciones aritméticas.

En una expresión algebraica se distinguen dos partes: el factor numérico llamado **coeficiente** y el conjunto de letras con sus exponentes, denominada **parte literal**.

**Ejemplo:**



*Reglas básicas:*

a) **El coeficiente de  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ , ... es 1:**

$$\begin{aligned} x &= 1 \cdot x \\ x^2 &= 1 \cdot x^2 \\ x^3 &= 1 \cdot x^3 \\ &\dots \end{aligned}$$

b) **El exponente 1 no se escribe:**  $5 \cdot x \cdot y^2 = 5 \cdot x^1 \cdot y^2$

c) **El signo de multiplicación no suele ponerse entre los números y las letras, ni entre las propias letras:**

$$3 \cdot x \cdot y^2 \cdot z^3 = 3xy^2z^3$$

PARA PRACTICAR



2. Señala en las siguientes expresiones algebraicas el coeficiente y la parte literal.

$$\frac{3}{4}x \quad 2\pi r \quad -8x^2y \quad 2x-3y \quad x$$

### 3. VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA.

Pensemos en la fórmula que nos da el área de un triángulo:  $A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$

Si queremos hallar el área de un triángulo de base  $b = 3$  cm y altura  $h = 4$  cm, se sustituyen las letras  $b$  y  $h$  por sus valores numéricos  $3$  y  $4$ , respectivamente:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Entonces decimos que **6** es el **valor numérico** de la expresión algebraica  $\frac{b \cdot h}{2}$ , cuando  $b = 3$  y  $h = 4$ .

Para otros valores de  $b$  y  $h$  se obtiene otro valor numérico:

$$b = 6 \text{ cm}, h = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

↓  
valor numérico para  $b = 6$  y  $h = 5$

Una expresión algebraica tiene **infinidad** de **valores numéricos** según los valores que demos a las letras (que las llamaremos **incógnitas**).

El **valor numérico de una expresión algebraica** es el valor que se obtiene al sustituir las incógnitas por números determinados y efectuar las operaciones.

### 4. MONOMIOS.

Las expresiones algebraicas más simples son aquellas formadas por el producto de números y letras que son lo que vamos a llamar monomios.

Observa las siguientes expresiones algebraicas:

$\frac{3}{\downarrow} a x^2$	$\frac{2}{3} \frac{a b^2 c^3}{\downarrow}$	$\frac{-5 a^4 t^7}{\downarrow \downarrow}$
Coeficiente	Coeficiente	Coeficiente
Parte Literal	Parte Literal	Parte Literal

Un **monomio** es el producto indicado de un valor conocido (**coeficiente**) y uno o varios valores desconocidos, representados por letras (**parte literal**).

● **Grado de un monomio:**

Se llama **grado de un monomio** al número de factores que forman su parte literal.



*Ejemplos:*

$$\begin{array}{c} 6x \rightarrow 1^{\text{er}} \text{ grado} \\ \downarrow \\ 1 \text{ factor} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5x^2 \rightarrow 2^{\text{o}} \text{ grado} \\ \downarrow \\ x \cdot x \\ \downarrow \\ 2 \text{ factores} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \frac{3}{5}xy^2 \rightarrow 3^{\text{er}} \text{ grado} \\ \downarrow \\ x \cdot y \cdot y \\ \downarrow \\ 3 \text{ factores} \end{array}$$

● **Monomios semejantes:**

**Monomios semejantes:** Dos monomios son semejantes si tienen la misma parte literal (las mismas letras con los mismos exponentes).

**5. POLINOMIOS.**

- La suma o resta de dos monomios recibe el nombre de **binomio**.
- La suma o resta de tres monomios recibe el nombre de **trinomio**.

En general la suma o resta de varios monomios se llama **polinomio**.

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{l} \text{Polinomios} \left\{ \begin{array}{l} \text{Binomios} \left\{ \begin{array}{l} x+y \\ 3x^2-2 \\ a^2+2b \end{array} \right. \\ \text{Trinomios} \left\{ \begin{array}{l} x+y+z \\ a^4-7z+3 \\ x^2-5x-6 \end{array} \right. \\ \text{Polinomios} \left\{ \begin{array}{l} -3x^3+4x^2+x-3 \\ 5-xy^2+xb-x^5+x \\ \dots\dots\dots \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

● **Grado de un polinomio:**

El **grado de un polinomio** es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{ccccccccc} 3x^2 & + & 5xy & - & 7x^2yc & + & 4x^2y^3 & - & 3 & \rightarrow & \text{polinomio de } 5^{\text{o}} \text{ grado} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 2^{\text{o}} \text{ grado} & & 2^{\text{o}} \text{ grado} & & 4^{\text{o}} \text{ grado} & & 5^{\text{o}} \text{ grado} & & \text{grado } 0 & & \end{array}$$



## PARA PRACTICAR

**3.** Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas para los valores que se indican.

- a)  $3x^2$  para  $x = 2$  y para  $x = -3$ .
- b)  $2x^3 - x$  para  $x = 3$  y para  $x = -1$ .
- c)  $\frac{3}{4}x$  para  $x = 16$  y para  $x = -2$ .
- d)  $6x + y^2$  para  $x = 1, y = 2$  y para  $x = -5, y = -7$ .
- e)  $a^2 + 2ab + b^2$  para  $a = 1, b = 2$  y para  $a = -3, b = 8$ .

**4.** Indica el grado de los siguientes monomios:

$$3xy^3, \quad -2ab^2c^2, \quad \frac{b \cdot h}{2}, \quad 2\pi r, \quad ab^4, \quad -\frac{3}{2}xy^2a^3, \quad \pi r^2, \quad a^5p^3$$

**5.** Agrupa los monomios semejantes e indica su grado.

$$2xy \quad abc \quad \frac{3}{2}x^2 \quad 4xy^6 \quad 3abc^2 \quad \frac{2}{3}xy^2 \quad -7cab \quad -4x^2 \quad -y^2x \quad \frac{y^6x}{2} \quad -3xy \quad \frac{-2c^2ba}{3}$$

**6.** Calcula el valor numérico de cada monomio para los valores que se indican. ¿Cuál es el grado de cada uno de ellos?

- a)  $\frac{3}{4}x^2$ ;  $x = 2$ .
- b)  $-3xy^2$ ;  $x = 5, y = 1/3$ .
- c)  $5a^3$ ;  $a = -2$ .
- d)  $-\frac{1}{5}ab^2$ ;  $a = 5, b = -3$ .

**7.** Indica si las siguientes expresiones algebraicas son monomios, binomios, trinomios o polinomios y cuál es su grado.

- a)  $3x - 7$
- b)  $5x - 8y + 6z$
- c)  $x + y$
- d)  $-2a^3$
- e)  $2x^3 + 3x^4 + 4ax^5 + 5yx^6$
- f)  $6z$
- g)  $3b^8$
- h)  $7x^4 - x + 2$
- i)  $a + b + xc$
- j)  $pt^{10}$

**8.** Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

- a)  $3(x + 1) + 5$ , para  $x = 3$
- b)  $2(2x - 4) - (-x + 1)$ , para  $x = -2$
- c)  $4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ , para  $x = -3$
- d)  $a^2 - 2ab + b^2$ , para  $a = -2$  y  $b = -1$
- e)  $a^2 - b^2$ , para  $a = 1/2$  y  $b = -2/3$
- f)  $(a + b)(a - b)$ , para  $a = -3$  y  $b = -5$
- g)  $a(2b + 3) - 3b$ , para  $a = 2$  y  $b = -2$
- h)  $3(2a - 3) - 5(b - 3a)$ , para  $a = -1$  y  $b = 4$
- i)  $\frac{1}{3}(a + 2b) - \frac{3}{2}(a - b)$ , para  $a = b = -2$



6. OPERACIONES CON POLINOMIOS.

**Suma (resta) de monomios:**

Los monomios sólo se pueden sumar o restar si son semejantes. En este caso se suman los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Si los monomios no son semejantes, la suma o la resta se deja indicada.

*Ejemplos:*

a)  $5xy^2 + 3xy^2 = 8xy^2$

b)  $7a^2 - 3a^2 = 4a^2$

c)  $3x^2 + 2x^3 \rightarrow$  la suma se deja indicada porque no son semejantes.

**Producto de monomios:**

El producto de dos monomios es otro monomio que se obtiene de multiplicar entre si los coeficientes y las partes literales.

*Ejemplos:*

a)  $2a \cdot 3a = 6a^2$

b)  $3x \cdot (-2x^2) = -6x^3$

c)  $-3a \cdot 3ab^2 = -9a^2b^2$

**Cociente de monomios:**

El cociente de dos monomios se obtiene de dividir entre si los coeficientes y las partes literales.

Al dividir dos monomios se puede obtener un número, otro monomio o una fracción algebraica.

*Ejemplos:*

a)  $3x^2 : 5x^2 = \frac{3x^2}{5x^2} = \frac{3}{5} \rightarrow$  Número

b)  $6a^3b^2 : 2ab^2 = \frac{6a^3b^2}{2ab^2} = 3a^2 \rightarrow$  Monomio

c)  $3x^2 : 6x^3 = \frac{3x^2}{6x^3} = \frac{1}{2x} \rightarrow$  Fracción algebraica



## PARA PRACTICAR



9. Realiza las siguientes operaciones e indica el grado del resultado:

a)  $3x^2 + 4x^2 =$

b)  $9a^2b + ab^2 =$

c)  $3x^3yz^2 - 4x^3yz^2 =$

d)  $\frac{3}{2}a^2b + \frac{1}{3}a^2b =$

e)  $-4x^3yz^2 \cdot (-2x^5z) =$

f)  $x \cdot (x^2)^3 =$

g)  $(-2xy^3)^2 \cdot (-3xyz^2)^5 =$

h)  $3x^4y \cdot 2xy =$

i)  $9xyz^2 \cdot (-2^3yz^3) =$

j)  $2x^2y : 4x^2y =$

k)  $6xy^2 : (-9x^2y^2) =$

l)  $6x^4y^2z \cdot \frac{4}{3}xy^3 =$

m)  $7a^3b - 5a^3b =$

n)  $2x + 3y + x =$

o)  $8xy^2 - 6xy^2 - 2xy^2 =$

p)  $2x \cdot \frac{3}{2}x^2 \cdot 5x^3 \cdot 7x^8 =$

q)  $2x \cdot 3y \cdot 5z \cdot 4x^2 \cdot 3y^3 \cdot (-7z^4) \cdot 8xyz^2 =$

r)  $x^6 \cdot (x^2)^3 =$

s)  $10x^2 : 5x^3 =$

t)  $x^3 \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot x^7 =$

u)  $-4x^2yz \cdot (-3x^3y^2z) \cdot (-2x^2y^5z^3) =$

v)  $-3x^4 : 3x^2 =$

w)  $(2xy^3)^2 \cdot (3xyz)^2 =$

x)  $\left[(-x^2)^4\right]^3 =$

## PARA APRENDER

### Suma de polinomios:

Para sumar polinomios se suman entre sí los monomios semejantes.

*Ejemplos:*

$$A = 2x^3 + 4x^2 - 5 \quad \text{y} \quad B = x^2 - 3x + 2$$

$$\begin{array}{r} A \quad \longrightarrow \quad 2x^3 + 4x^2 \quad - 5 \\ +B \quad \longrightarrow \quad + \quad x^2 - 3x + 2 \\ \hline A + B \quad \longrightarrow \quad 2x^3 + 5x^2 - 3x - 3 \end{array}$$

### Opuesto de un polinomio:

El opuesto de un polinomio es otro polinomio que, sumado con él da cero.

*Ejemplos:*

$$\text{El opuesto de } P = 3x^3 + 5x^2 - 3x - 5 \text{ es: } -P = -3x^3 - 5x^2 + 3x + 5$$

$$\begin{array}{r} P \quad \longrightarrow \quad 3x^3 + 5x^2 - 3x - 5 \\ -P \quad \longrightarrow \quad + \quad -3x^3 - 5x^2 + 3x + 5 \\ \hline P - P \quad \longrightarrow \quad 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0 \end{array}$$





**Resta de polinomios:**

Para restar polinomios se restan entre si los monomios semejantes o se suma el opuesto del segundo polinomio.

*Ejemplos:*

$$A = x^4 - 2x^3 + x - 2 \quad y \quad B = +3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3$$

$$\begin{array}{r} A \quad \longrightarrow \quad x^4 - 2x^3 \quad + x - 2 \\ - B \quad \longrightarrow \quad + -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 3 \\ \hline A - B \quad \quad \quad -2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 5 \end{array}$$

**Producto de un polinomio por un número:**

Se multiplica cada factor del polinomio por el número.

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 - x + 5 \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad - 3 \\ \hline -9x^3 + 6x^2 + 3x - 15 \end{array}$$

**Producto de un polinomio por un monomio:**

Se multiplica cada factor del polinomio por el monomio.

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 - x + 5 \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad - 4x \\ \hline -12x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 20x \end{array}$$

**Producto de un polinomio por un polinomio:**


Se multiplica cada factor de un polinomio por cada factor del otro polinomio.

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 - x + 2 \\ \times \quad \quad \quad x^2 - 2x + 5 \\ \hline 15x^3 - 10x^2 - 5x + 10 \\ - 6x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x \\ \hline 3x^5 - 2x^4 - x^3 + 2x^2 \\ \hline 3x^5 - 8x^4 + 18x^3 - 6x^2 - 9x + 10 \end{array}$$




## PARA PRACTICAR

 10. Dados los polinomios  $A = 2x^3 - 3x^2 + 4$  y  $B = x^3 - 4x^2 + 3x + 2$ , calcula:

- a) El valor numérico del polinomio A para  $x = -3$ .
- b) El valor numérico del polinomio B para  $x = 0$ .
- c)  $A + B$
- d)  $A - B$



 11. Dados los polinomios  $A = 3x^3 - 5x^2 - 6x + 9$  y  $B = 4x^2 - 7x - 5$ , calcula:

- a) El valor numérico del polinomio A para  $x = -1$ .
- b) El valor numérico del polinomio B para  $x = 2$ .
- c)  $A + B$
- d)  $A - B$
- e)  $2 \cdot A - B$
- f)  $A \cdot B$

 12. Dados los polinomios  $A = x^3 - 5x + 4$ ,  $B = 3x^2 + 2x + 6$  y  $C = 2x^3 - 4x - 8$ , calcula:

- a) El valor numérico del polinomio A para  $x = 5$ .
- b) El valor numérico del polinomio B para  $x = -4$ .
- c) El valor numérico del polinomio C para  $x = -2$ .
- d)  $A + B + C$
- e)  $A - B - C$
- f)  $2A - 3B$
- g)  $-C \cdot B$



## 7. IGUALDADES NOTABLES.

Para operar en matemáticas con cierta rapidez y agilidad en ocasiones resulta útil abreviar ciertos cálculos. Hay tres operaciones que vamos a encontrar con bastante frecuencia a la hora de trabajar con expresiones algebraicas, que son las que llamaremos **igualdades notables**.

- **Cuadrado de una suma de dos monomios.**

Observa el ejemplo y resuelve los demás apartados:

a)  $(2x+3)^2 = (2x+3) \cdot (2x+3) = 4x^2 + 6x + 6x + 9 = 4x^2 + 12x + 9$

b)  $(3x+5)^2 =$

c)  $(x+1)^2 =$

d)  $(5x+2)^2 =$

e)  $(x^2+2)^2 =$

f)  $(3x^2+5y)^2 =$

g)  $(3x+2a^2)^2 =$

- **Cuadrado de una diferencia de dos monomios:**

Observa el ejemplo y resuelve los demás apartados:

a)  $(2x-3)^2 = (2x-3) \cdot (2x-3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 = 4x^2 - 12x + 9$

b)  $(x-3)^2 =$

c)  $(2x^3-3x^4)^2 =$

d)  $(3x-2x^2)^2 =$

e)  $(x-3y)^2 =$

f)  $(3x^2-5x^3)^2 =$

g)  $(x^3-6x^2)^2 =$

- **Suma de dos monomios por su diferencia:**

Observa el ejemplo y resuelve los demás apartados:

a)  $(2x+5) \cdot (2x-5) = 4x^2 - 10x + 10x - 25 = 4x^2 - 25$

b)  $(x^2+2) \cdot (x^2-2) =$

c)  $(3x+2y) \cdot (3x-2y) =$

d)  $(3-4x) \cdot (3+4x) =$

e)  $(5x^2+4x^3) \cdot (5x^2-4x^3) =$

Piensa un poco y observa lo que acabas de hacer. ¿Eres capaz de encontrar una regla general para poder evitar los pasos intermedios y poder escribir directamente la solución?



## PARA PRACTICAR

**13.** Calcula directamente utilizando las igualdades notables:

- |                                  |                                |
|----------------------------------|--------------------------------|
| a) $(3x+2y)^2 =$                 | l) $(1-x^3)^2 =$               |
| b) $(p-3q)^2 =$                  | m) $(a+x)^2 =$                 |
| c) $(3x+2y) \cdot (3x-2y) =$     | n) $(a-3b^2) \cdot (a+3b^2) =$ |
| d) $(a-x)^2 =$                   | o) $(2x+5y)^2 =$               |
| e) $(2a^5+b^2)^2 =$              | p) $(a^2+10)^2 =$              |
| f) $(1+x^5)^2 =$                 | q) $(2a+1)^2 =$                |
| g) $(3y^5-5)^2 =$                | r) $(2a-b)^2 =$                |
| h) $(-y+2x)^2 =$                 | s) $(x-1)^2 =$                 |
| i) $(x+1) \cdot (x-1) =$         | t) $(x+7) \cdot (x-7) =$       |
| j) $(a+k)^2 =$                   | u) $(x^m+y^n)^2 =$             |
| k) $(1-5xy^2) \cdot (1+5xy^2) =$ | v) $(3x+2b) \cdot (3x-2b) =$   |

**14.** Completa los siguientes trinomios para que sean cuadrados perfectos, y escribe el cuadrado del binomio correspondiente:

- |  |   |
|--|---|
| a) $a^2 + \underline{\quad} + b^2 = \underline{\quad}$ | e) $x^2 - 2xy + \underline{\quad} = \underline{\quad}$  |
| b) $x^2 + 2xy + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ | f) $a^2 + 10a + \underline{\quad} = \underline{\quad}$  |
| c) $a^2 - \underline{\quad} + 25 = \underline{\quad}$  | g) $36x^2 - \underline{\quad} + 64 = \underline{\quad}$ |
| d) $x^2 + 6x + \underline{\quad} = \underline{\quad}$  | h) $\underline{\quad} - 14x^2 + 49 = \underline{\quad}$ |

**15.** Expresa como el producto de dos binomios:

- |                  |                     |
|------------------|---------------------|
| a) $m^2 - n^2 =$ | e) $9a^2 - 25 =$    |
| b) $x^2 - 36 =$  | f) $100 - 25x^2 =$  |
| c) $x^2 - 1 =$   | g) $x^4 - y^2 =$    |
| d) $1 - a^2 =$   | h) $4a^4 - 64b^2 =$ |

**16.** Simplifica las siguientes expresiones:

- a)  $3x+y+2z-7x-7y-4z+5z-6y-5z+2x =$
- b)  $x^4+x^3+3x^2-5x+3x^4-3x^2+5x+2x^3+1 =$
- c)  $(x-y)-(y+z-x)+(2y-x) =$
- d)  $a+[(b-a)-(b-2a)] =$
- e)  $a^2-(a^2-b^2)-(b^2-c^2)+b^2-(a^2+c^2)-c^2 =$
- f)  $(a+2b-6c)-[3b-(6a-6b)] =$
- g)  $(x+y-z)-(x-y+z)+3(-x+y+z)-2(-x-y+z) =$



## PARA ENTRENAR



1. Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:


- a) Tres números naturales consecutivos.
- b) Un número par.
- c) El número par siguiente a un número par.
- d) Tres números pares consecutivos.
- e) El triple de un número impar.
- f) El cuadrado de la suma de dos números.
- g) La suma de los cubos de dos números.
- h) La diferencia de un número y de su cuadrado.
- i) El perímetro de un triángulo equilátero.
- j) El volumen y el área total de un cubo.
- k) El área y la longitud de un semicírculo.
- l) Un múltiplo de 5.
- m) La mitad de un número menos 4 unidades.
- n) El doble de sumarle tres a un número.
- o) La mitad de un número.
- p) La tercera parte de un número.
- q) Las dos terceras partes de un número.
- r) El doble de un número.
- s) Siete veces un número.
- t) La mitad de un número más la quinta parte de ese número.
- u) Los caramelos de Javier, que tiene tres más que yo.
- v) La mitad del cuadrado de un número.
- w) Quitar 10 a la mitad de mis cromos.
- x) El precio de 20 manzanas.
- y) Diez años después.
- z) Un número impar.
- a') La suma de tres números consecutivos.
- b') El triple de un número menos su mitad.
- c') La edad de Paloma hace tres años.
- d') El número de horas que hay en m días.
- e') El número anterior a x.



2. Simplifica las siguientes expresiones:


- a)  $(5x^2 - 6x + 7) - (4x^2 - 5x + 6) =$
- b)  $(x^2 - 4) + (x + 5) - (x^2 - x) =$
- c)  $(2x^2 - 5x + 6) - 2(x^2 - 3x + 3) =$
- d)  $2(5x^2 - 4x + 2) - (8x^2 - 7x + 4) =$
- e)  $3(x - 2) - 2(x - 1) - (x + 1) =$
- f)  $2(x^2 - 1) + 4(2x - 1) - 11 =$
- g)  $x(5x - 4) - 2(x^2 - x) =$
- h)  $(2x + 1)x^2 - (x - 1)x^2 =$
- i)  $(3x - 1)(x + 1) - (x + 1)(2x - 1) =$
- j)  $(2x - 3)(x + 1) - (x^2 - x - 4) =$
- k)  $(2x^2 + 3) - (x - 1)(2 + 2x) =$




 3. Dibuja un rectángulo que represente cada una de las situaciones siguientes. Escribe una expresión para el área y el perímetro en cada caso.

- a) La base es igual a la altura.
- b) La base es el doble que la altura.
- c) La base es la mitad que la altura.
- d) La base es dos veces la altura.



 4. Indica algebraicamente los siguientes cálculos geométricos:

- a) El perímetro de un cuadrado de lado L.
- b) La longitud de una circunferencia de radio R.
- c) El doble del área de un cuadrado de lado A.
- d) La mitad del perímetro de un triángulo equilátero de lado L.
- e) El área de un semicírculo de radio R.
- f) La diagonal de un cuadrado de lado A.

 5. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomio, binomio, trinomio y polinomio e indica el grado de cada una de ellas:


- |                              |                         |
|------------------------------|-------------------------|
| a) $3x^2+4x-5$               | f) $5x^5-2x+3x^3$       |
| b) $6x^3y+7$                 | g) $2x^3-7x+3x^6-x^3$   |
| c) $x^5y-6x^4y^2+3xy^3-7y^4$ | h) $4x^3-x^2-x-x^5$     |
| d) $10xy^3$                  | i) $13x^2y$             |
| e) $3x^4-2+5x+x^5$           | j) $\frac{4}{5}x^3y^2z$ |

 6. Agrupa los monomios semejantes entre sí e indica el grado de éstos:

$$2x^4 \quad 5t^4 \quad 4x^3 \quad 4t^2 \quad \frac{1}{2}x^4 \quad 4x^2 \quad \frac{3}{4}t^4 \quad 7x^3 \quad \frac{2}{3}x^3 \quad 15x^2$$

 7. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para los valores que se indican:

- a)  $P = -2x^2 - 3x + 6$  para  $x = 2$ ,  $x = 0$  y  $x = -4$ .
- b)  $P = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 8$  para  $x = 0$ ,  $x = -1$  y  $x = 2$ .
- c)  $P = 3x^5 - x^3 + 12$  para  $x = 1$ ,  $x = 0$  y  $x = -1$ .

 8. Dados los polinomios:  $P = 2x^3 - 5x$ ,  $Q = 7 - 8x + 3x^4$ ,  $R = -x^4 - 6x^2 + 1$ ,  $S = 2x - 7x^2 + x^3$ .  
Calcula en tu cuaderno:

- a) El valor numérico de cada polinomio para  $x = -2$  y  $x = 3$ .
- b) El opuesto de cada uno de los polinomios.
- c)  $P + Q + R$
- d)  $P - Q - R - S$
- e)  $Q \cdot P$
- f)  $S \cdot (-P)$





9. Dados los polinomios:  $P = 3x^4 - 5x^2 + 6x - 7$ ,  $Q = 2x^4 + x^2 - 5x + 2$ ,  $R = 3x^3 + 7x^2 - 5x - 4$ ,  $S = 2x^2 - 3$   
Calcula en tu cuaderno:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| a) El grado de cada polinomio.                 | e) $Q - P$      |
| b) El valor numérico para $x = 2$ y $x = -2$ . | f) $-P - Q - R$ |
| c) $P + Q + R$                                 | g) $P \cdot S$  |
| d) $Q \cdot (-S)$                              |                 |



10. Desarrolla:

- |                                    |                                      |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $(2x+1)^2 =$                    | h) $(3x+2a^2)^2 =$                   |
| b) $(3x^2+5)^2 =$                  | i) $(6x^3-2y^6)^2 =$                 |
| c) $(3x+2) \cdot (3x-2) =$         | j) $(x^3+3x^2) \cdot (x^3-3x^2) =$   |
| d) $(x^2-1)^2 =$                   | k) $(2x^2+3x^5)^2 =$                 |
| e) $(x^2-x) \cdot (x^2+x) =$       | l) $(3x^2-2x) \cdot (3x^2+2x) =$     |
| f) $(x^2-2x)^2 =$                  | m) $(2x^3-6x^2)^2 =$                 |
| g) $(a^2-2x^2) \cdot (a^2+2x^2) =$ | n) $(3x^4+7y^3) \cdot (3x^4-7y^3) =$ |



11. Simplifica las siguientes expresiones:

- a)  $3(x+5)+3(2x-1)-4(2x+3) =$
- b)  $2(x^2-1)+4(2x-1)-11x =$
- c)  $3(x-2)-2(x-1)-(x+1) =$
- d)  $(x+5)^2 - (x-3)^2 =$
- e)  $3(x^2+5) \cdot (x^2+20) =$
- f)  $3x^2 - 2(x+5) - (x+3)^2 + 19 =$
- g)  $x(x-1) + x(x+2) =$
- h)  $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 - x(x+3) =$
- i)  $(x+1)(x-1) - 3(x+2) - x(x+2) =$
- j)  $4(x-3) - 5(x-3)^2 + (x-3)(x+3) =$
- k)  $3x(x^2-1) + (x^2-1)^2 - (x^2-1)(x^2+1) =$
- l)  $(a+b)^2 - 3a(a+b) + 5(a+b)(a-b) =$
- m)  $3x^2 + 2x - (x-1)^2 + (x-2)(x+2) =$
- n)  $(3-x)^2 + (x-3)(x+3) - 4(x-2)^2 =$
- o)  $3x(4x^2-3) \cdot [3x^2 + (x-1)^2] =$
- p)  $(3x-2)^2 - (x^2+2x)^2 + 2x(3-4x^3) =$

## PARA APRENDER MÁS

1. Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

- a) Un número menos su tercera parte.
- b) La edad de mi abuelo hace 13 años.
- c) El triple de un número más cinco unidades.
- d) Los tres quintos de un número menos uno.
- e) Un número entero menos su siguiente.
- f) La suma de tres números enteros consecutivos.
- g) El producto de un número entero por su anterior.
- h) La edad de Aitor dentro de 9 años.
- i) La suma de un número impar y su siguiente.
- j) Un número par más un número impar.
- k) La mitad de un número disminuida en sus dos terceras partes.
- l) El doble de un número menos su tercera parte.
- m) Tres números pares consecutivos.
- n) El área de un rectángulo cuya base mide 3 cm más que su altura.
- o) La edad de Ane por la que tendrá dentro de 7 años.
- p) El cuadrado de un número más el cubo de ese mismo número.

2. Indica si las siguientes expresiones algebraicas son monomios, binomios, trinomios o polinomios.  
¿Cuál es el grado de cada una de ellas?

- a)  $2x - 5$
- b)  $3x^3$
- c)  $3x - 4ay + 5z$
- d)  $2x^4 + 5yx^5 - 3x - 2$
- e)  $x + y + xy$
- f)  $xy^2$
- g)  $a^2 - b^2$
- h)  $-12x^4y + 8x^3 + 4xy^2 - 20x$

3. Agrupa los monomios semejantes entre sí. Indica el coeficiente y la parte literal, así como el grado de cada uno de ellos.

$$2yx^4 \quad 5t^4 \quad 4x^3 \quad -4t^2 \quad 1/2 x^4 y \quad 4y^2x^2 \quad 3/4 t^4 \quad \pi x^3 \quad -2/3 x^3 \quad 15 x^2y^2$$

4. Calcula el valor numérico del polinomio  $P = -2x^2 - 3x + 6$  para  $x = -2$ .

5. Calcula el valor numérico del polinomio  $P = 2x - x^3 + 3x^2 - 5$  para  $x = 3$  y para  $x = -1$ .

6. Dados los polinomios:  $A = 3x^4 - 5x^2 + 6x - 7$ ,  $B = 2x^4 + x^2 - 5x + 2$ ,  $C = 3x^3 + 7x^2 - 5x - 4$ , calcula:

- a)  $A + B + C =$
- b)  $A - B - C =$
- c)  $B - A - C =$
- d)  $A \cdot B =$
- e)  $A \cdot (-C) =$

7. Dados los polinomios:  $A = x - 2x^3 - 4x^2 - 5$ ,  $B = x^3 - 3x + 2 + 4x^2$ ,  $C = x + x^2 - 3x^3$ , calcula:

- a)  $A + B - C =$
- b)  $-A - B - C =$
- c)  $B \cdot A =$
- d)  $-C \cdot A =$

8. Realiza los siguientes productos:

- a)  $(3x^5 - 2x^4 + x^3 - 5x^2 + 7) \cdot (2x^5 - 3x^2 + 2) =$
- b)  $(3x^2 + 7x^3 - 2x^2 + 11x) \cdot (2x - 7 - 3x) =$
- c)  $(2x^2 + 3x - 2) \cdot (-5x + 1 + 3x^2) =$
- d)  $(5x^2 + 3x + 2) \cdot (5x^2 - 3x - 2) =$
- e)  $(-3x - 2) \cdot (x^3 - x^2 + 2x + 1) =$
- f)  $(x^3 - 2x^2 + 3x + 5) \cdot (x^2 - 5x) =$

9. Halla el valor numérico de los siguientes polinomios para  $x = 0$ . Concluye cuál es el valor numérico de un polinomio cualquiera si el valor de la incógnita es igual a cero.

- a)  $A = -5x^4 + 12x^3 + 4x + 1$
- b)  $B = x^8 + 2x^3 + 3x^2 + 2$
- c)  $C = -6x^6 + x^3 - 5$
- d)  $D = 4x^3 - 5x^2 + 2x$

10. Sean los polinomios:  $P = 2x^3 - 5x^2 + x - 3$ ,  $Q = -x^2 + 6x - 6$ ,  $R = -2x^2 - 3x$ ,

- a) Halla el valor numérico de P para  $x = 2$ .
- b) Halla el valor numérico de Q para  $x = -2$ .
- c) Halla el valor numérico de R para  $x = 0$ .





11. Para los polinomios del ejercicio anterior calcula:

a)  $P + Q - R =$       c)  $R \cdot [P + Q] =$       e)  $2P - 5R =$       g)  $Q^2 =$   
 b)  $P \cdot Q =$       d)  $R^2 =$       f)  $Q \cdot R =$

12. Sean  $P = 3x^2 - 2x + 5$ ,  $Q = x^3 + 4x^2 - x + 1$ ,  $R = 3x^4 - 2x^2 - 6x - 3$ .

a) Halla el valor numérico de P para  $x = -3$ .      d)  $P + Q + R =$       g)  $P \cdot Q =$   
 b) Halla el valor numérico de Q para  $x = -1$ .      e)  $P - Q - R =$       h)  $P \cdot R =$   
 c) Halla el valor numérico de R para  $x = 0$ .      f)  $P - (Q - R) =$

13. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

a)  $(2x - 5)^2 =$       f)  $(3x + 2)^2 =$       k)  $(4x^5 - 5x^3) \cdot (4x^5 + 5x^3) =$       p)  $(5x^3 - 4x^2)^2 =$   
 b)  $(3x^2 + 2)^2 =$       g)  $(3x^2 + 2x)^2 =$       l)  $(3x^4 - 5y^2)^2 =$       q)  $(7x^2 - 2x)^2 =$   
 c)  $(x^2 + x) \cdot (x^2 - x) =$       h)  $(3x + 5) \cdot (3x - 5) =$       m)  $(x^3 + 2x) \cdot (x^3 - 2x) =$       r)  $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) =$   
 d)  $(3x + 2x^2)^2 =$       i)  $(3x - 5)^2 =$       n)  $(2x^3y + 3x^4) \cdot (2x^3y - 3x^4) =$       s)  $(3x^2 - 5x^3)^2 =$   
 e)  $(3 - 4x) \cdot (3 + 4x) =$       j)  $(3x^3 - 2x^2)^2 =$       o)  $(2x^2 + 3x)^2 =$       t)  $(x^3 - 6x^2)^2 =$

14. ¿Cuáles de las siguientes igualdades son falsas? ¿Por qué?

a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$       f)  $(1 - 6x)^2 = 1 + 12x + 36x^2$   
 b)  $(x - 5)^2 = x^2 - 25$       g)  $(8x^2 - 3)^2 = 64x^2 + 9 - 48x^2$   
 c)  $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 6x + 4$       h)  $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$   
 d)  $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$       i)  $x^2 - 100 = (x + 10)(x - 10)$   
 e)  $(x + 4) \cdot (x - 4) = x^2 - 8x + 16$       j)  $6x^2 - 4 = (3x + 2)(3x - 2)$

15. Simplifica:

a)  $3(x - 2) - 2(3x - 1) - (1 - x) =$       n)  $(x + 2)(x - 2) - 2(x + 3) - x(x - 3) =$   
 b)  $-5(x + 5) + 3(2x - 1) - (2x + 3) =$       o)  $-2(x + 4) + 3x^2 - (x + 2)^2 - 5 =$   
 c)  $x(x + 1) - 3x(3 - x) + 2(x^2 - x) =$       p)  $3(x - 2) - 2x(x - 1) - (x^2 + 1) =$   
 d)  $(x + 2)(x - 3) - (x - 2)(x + 3) =$       q)  $2(x - 2) - 3(x - 3)^2 + (x - 2)(x + 2) =$   
 e)  $7(x + 2) - 5(x + 2) - 3(x + 2) =$       r)  $x(3x + 2) - (x + 3)(x - 3) + (x + 5)^2 =$   
 f)  $3(x + 2) + 5 - 4(x - 1) =$       s)  $3x(x - 2) - 2(x^2 - x) - (x + 1)^2 =$   
 g)  $2(2x + 4) - 3(4x - 2) - 7 - (5x - 4) =$       t)  $(2x + 3)^2 - 3x(x - 5) + 2(2x + 3)(2x - 3) =$   
 h)  $2x(2x - 5) + 18 - x(7 - x) - 12 =$       u)  $-x(x + 2) - (3x + 2)^2 - (3x - 2)^2 =$   
 i)  $(x - 1)^2 - (2x - 3)^2 + 4(x^2 - 1) =$       v)  $(2x - 5)^2 - (x^2 - 2)^2 + 2 - 2x(4 - 7x^2) =$   
 j)  $x(2x - 1) + 3 - x(x - 1) - (2x - 1) =$       w)  $(x - 2)^2 - (x + 1)(x - 1) - 3x(5 - 2x) =$   
 k)  $7(x + 1) - 2(x^2 - 3) - (9x + 2) =$       x)  $(x - 1)^2 - 3(x - 2) - 2(x + 2)(x - 2) =$   
 l)  $(x - 3)^2 - 12x - 3x(x - 3) =$       y)  $4x - 5(x^2 - 1) - x(2 - x) - 3(3x + 2)^2 =$   
 m)  $(x - 1)^2 - 2(x - 1) - (x + 3) - (x + 1)(x - 1) =$       z)  $(5x + 3)(5x - 3) - x(x - 9) - 2(3x + 4) =$



16. De esta unidad tienes que saber definir y poner un ejemplo de:

1) Expresión algebraica.

2) Valor numérico de una expresión algebraica.

3) Monomio.

4) Grado de un monomio.

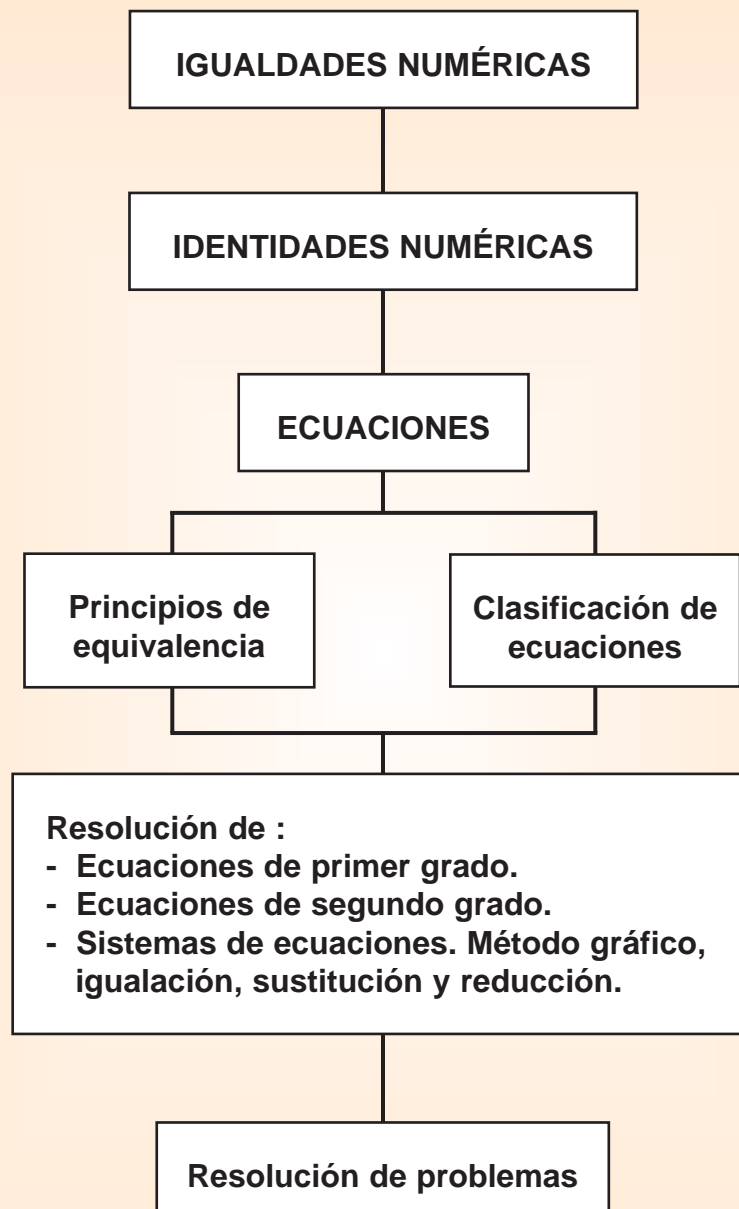
5) Monomios semejantes.

6) Binomio, trinomio y polinomio.

7) Grado de un polinomio.

8) Igualdades notables.





## PARA PRACTICAR



### 1. Averigua que igualdades son ciertas:

- a)  $2 + 8 + 2 = 12$
- b)  $6 \cdot 5 - 5 = 6$
- c)  $9 + 1 \cdot 100 = 1000$
- d)  $10 : 2 - 5 = 25 - 10$

- e)  $13 + 20 = 3 \cdot 20$
- f)  $7 + 19 + 14 = 80 : 2$
- g)  $120 - 20 = 4 \cdot 25$
- h)  $(7 + 9 - 7) : 2 = (5 + 4) \cdot 4$

## PARA APRENDER

### 1. IGUALDADES NUMÉRICAS.

Observa las siguientes operaciones:

$$5 - 2 + 7 = 10$$

$$8 + 6 - 4 = 10$$

Tanto en la operación de la izquierda como en la de la derecha hemos obtenido el mismo resultado, por lo que las dos operaciones son iguales y podemos escribir:

$$\frac{5 - 2 + 7}{1^{\text{er}} \text{ miembro}} = \frac{8 + 6 - 4}{2^{\text{o}} \text{ miembro}}$$

A la expresión anterior se le llama **igualdad numérica**.

A la expresión de la izquierda se le llama **1<sup>er</sup> miembro** y a la de la derecha **2<sup>o</sup> miembro**.

Una **igualdad numérica** se compone de dos expresiones numéricas unidas por un signo igual.

### 2. ECUACIÓN.

Intentemos Resolver el siguiente problema:

**"Si a la edad de Juan se le suman 4 unidades se obtiene lo mismo que si se duplica su edad. ¿Cuántos años tiene Juan?"**

Lo primero que se nos puede ocurrir para resolverlo, es ir tanteando el problema y probar con varios números a ver si encontramos una solución:

Si Juan tuviese por ejemplo 10 años:

- La edad de Juan más 4 años =  $10 + 4 = 14$
- El doble de la edad de Juan =  $2 \cdot 10 = 20$

Por el momento sabemos que Juan no tiene 10 años.

Podemos probar con otro número, pero parece que este método se nos puede hacer largo si no tenemos suerte. Para evitar esta situación lo mejor es utilizar una herramienta que hemos trabajado en la unidad anterior: el álgebra.

Lo primero que vamos a hacer es traducir al lenguaje algebraico el enunciado de nuestro problema.



El dato que desconocemos (la edad de Juan) lo vamos a representar con la letra  $x$ , entonces:

- La edad de Juan  $\longrightarrow x$
- La edad de Juan más 4  $\longrightarrow x + 4$
- El doble de la edad de Juan  $\longrightarrow 2 \cdot x$

Como las expresiones anteriores tienen que ser iguales podemos escribir la siguiente identidad:

$$x + 4 = 2 \cdot x$$

A esta igualdad entre expresiones algebraicas se le llama **ecuación**.

**Ecuación:** Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Ahora sólo tenemos que encontrar el valor de la incógnita  $x$  que haga que esa ecuación que hemos escrito sea cierta.

**Resolver una ecuación** es encontrar el valor, o valores, que deben tomar las incógnitas para que la igualdad sea cierta. El valor numérico de la incógnita se llama solución.

Al igual que antes, para resolver la ecuación, podríamos ir probando con diferentes valores para la  $x$  y confiar en que tendremos suerte de encontrarlo dentro de las infinitas posibilidades que existen. Sin embargo hay dos propiedades que nos permiten encontrar la solución de una ecuación utilizando una técnica sencilla.

### 3. PRINCIPIOS DE EQUIVALENCIA.

#### ● **Ecuaciones equivalentes:**

La solución de la ecuación  $x + 2 = 5$  es  $x = 3$ , porque  $3 + 2 = 5$ .

La solución de la ecuación  $2 \cdot x = 6$  también es  $x = 3$ , porque  $2 \cdot 3 = 6$ .

Cuando ocurre esto decimos que las dos ecuaciones son **equivalentes**.

**Ecuaciones equivalentes:** Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.

#### ● **Principios de equivalencia:**

**1<sup>er</sup> principio de equivalencia:** Si a los términos de una ecuación se les suma o resta un mismo número o expresión algebraica se obtiene una ecuación equivalente.



### Ejemplos:

Ecuación:  $2x - 4 = x + 2$

Vamos a sumar 4 a los dos términos de la ecuación:

$$2x - 4 + 4 = x + 2 + 4$$

$$2x = x + 6$$

Las ecuaciones  $2x - 4 = x + 2$  y  $2x = x + 6$  son equivalentes.

Vamos ahora a restar  $x$  a los dos términos de la última ecuación:

$$2x - x = x + 6 - x$$

$$x = 6$$

Las ecuaciones  $2x = x + 6$  y  $x = 6$  son equivalentes.

Como ves hemos obtenido que  $x = 6$  es la solución de la ecuación  $2x - 4 = x + 2$ , comprobémoslo:

$$2x - 4 = x + 2$$

$$2 \cdot 6 - 4 = 6 + 2$$

$$12 - 4 = 8$$

$$8 = 8$$

**2º principio de equivalencia:** Si a los términos de una ecuación se les multiplica o divide por un mismo número o expresión algebraica se obtiene una ecuación equivalente.

### Ejemplos:

Ecuación:  $3x - 12 = 6x$

Vamos a dividir los dos términos de la ecuación por 3:

$$\frac{3x - 12}{3} = \frac{6x}{3}$$

$$x - 4 = 2x$$

Las ecuaciones  $3x - 12 = 6x$  y  $x - 4 = 2x$  son equivalentes.

Ahora vamos a aplicar el 1º principio de equivalencia y vamos a restar  $x$  a los dos términos de la última ecuación:

$$x - 4 - x = 2x - x$$

$$-4 = x$$

Las ecuaciones  $x - 4 = 2x$  y  $-4 = x$  son equivalentes.

Como ves hemos obtenido que  $x = -4$  es la solución de la ecuación  $3x - 12 = 6x$ , comprobémoslo:

$$3x - 12 = 6x$$

$$3 \cdot (-4) - 12 = 6 \cdot (-4)$$

$$-12 - 12 = -24$$

$$-24 = -24$$



## PARA PRACTICAR



2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x + 8 = 18$

b)  $12 = 4x - 8$

c)  $-5 = 5 - x$

d)  $3x = -3$

e)  $-5x = 12 - x$

f)  $3 - 2x = 3$

## PARA APRENDER

### 4. CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES:

Las ecuaciones se clasifican atendiendo al número de incógnitas y al término de mayor grado:

*Ejemplos:*

• $x + 7 = 2x$	Tiene una incógnita : $x$ El término de mayor grado : $x$ (grado $\rightarrow 1$ )	} <u>Ecuación de 1<sup>er</sup> grado</u>
• $2x^2 + 3x - 7 = 0$	Tiene una incógnita : $x$ El término de mayor grado : $x^2$ (grado $\rightarrow 2$ )	
• $x^3 - 27 = 0$	Tiene una incógnita : $x$ El término de mayor grado : $x^3$ (grado $\rightarrow 3$ )	} <u>Ecuación de 3<sup>er</sup> grado</u>
• $x + y = 13$	Tiene dos incógnitas : $x, y$ El término de mayor grado : $x$ ó $y$ (grado $\rightarrow 1$ )	
• $x \cdot y + x + 5 = 0$	Tiene dos incógnitas : $x, y$ El término de mayor grado : $x \cdot y$ (grado $\rightarrow 2$ )	} <u>Ecuación de 2<sup>o</sup> grado</u> <u>con dos incógnitas</u>

## PARA PRACTICAR



3. Indica el grado de las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 - 1 = x$

b)  $x - 2 = 3^2 + x$

c)  $6x^2 + 3x + 2 = 0$

d)  $2(x + 1) = (x - 1) + x$

e)  $x + x^2 = 8$

f)  $2x^3 = 25$



## 5. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita debemos seguir unos pasos para evitar errores de cálculo. Veamos qué pasos hay que dar a la hora de resolver una ecuación de primer grado con unos ejemplos:

**Ejemplos:**

**Ejemplo 1:** No hay denominadores en la ecuación:

Resuelve la ecuación:  $4(x - 7) + 4x = 3(x + 1) - 1$

**1er PASO:** Eliminar los paréntesis.

$$4x - 28 + 4x = 3x + 3 - 1$$

**2º PASO:** Aplicamos el 1er principio de equivalencia para dejar todos los términos que tengan x en el 1er miembro y todos los que no la lleven en el 2º.

$$\begin{aligned} 4x - 28 + 4x &= 3x + 3 - 1 \\ 4x - 28 + 4x + 28 &= 3x + 3 - 1 + 28 \\ 4x + 4x &= 3x + 3 - 1 + 28 \\ 4x + 4x - 3x &= 3x + 3 - 1 + 28 - 3x \\ 4x + 4x - 3x &= 3 - 1 + 28 \end{aligned}$$

$$4x + 4x - 3x = 3 - 1 + 28$$

(Si te das cuenta lo que hemos hecho es pasar términos de un lado a otro de la igualdad pero cambiándoles el signo)

**3er PASO:** Simplificar.

$$4x + 4x - 3x = 3 - 1 + 28$$

$$5x = 30$$

**4º PASO:** Aplicamos 2º principio de equivalencia para despejar la incógnita.

$$x = \frac{30}{5}$$

La solución es  $x = 6$ .

**5º PASO:** Comprobamos el resultado sustituyendo el valor obtenido en la 1ª ecuación.

$$\begin{aligned} 4(x - 7) + 4x &= 3(x + 1) - 1 \\ x = 6 \rightarrow 4(6 - 7) + 4 \cdot 6 &= 3(6 + 1) - 1 \\ 4(-1) + 24 &= 3 \cdot 7 - 1 \\ -4 + 24 &= 21 - 1 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

## PARA PRACTICAR



**4.** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x + 9 = 2(x - 6)$

d)  $5(2x - 3) - 8x = 14x - 3(4x + 5)$

b)  $3(x - 1) - 4x = 5 - (x + 7)$

e)  $5x - 2(3x - 4) = 25 - 3(5x + 1)$

c)  $2x - 2(x - 1) + 5 = 4 - 3(x + 1)$





Ejemplos:

**Ejemplo 2:** Hay denominadores en la ecuación:

Resuelve la ecuación: 
$$\frac{3(x+2)}{4} - \frac{5(4x+1)}{6} = \frac{25}{12} - \frac{3x+5}{2}$$

**1er PASO:** Eliminar los paréntesis.

$$\frac{3x+6}{4} - \frac{20x+5}{6} = \frac{25}{12} - \frac{3x+5}{2}$$

**2º PASO:** Se calcula el m.c.m. de los denominadores y se reduce a común denominador.

$$\text{m.c.m.}(4,6,12,2) = 12$$

$$\frac{9x+18-40x-10}{12} = \frac{25-18x-30}{12}$$

**3er PASO:** Se aplica el 2º principio de equivalencia y se eliminan los denominadores.

$$9x+18-40x-10 = 25-18x-30$$

**4º PASO:** Aplicamos el primer principio de equivalencia para dejar todos los términos que tengan x en el primer miembro y todos los que no la lleven en el segundo.

$$9x - 40x + 18x = 25 - 30 - 18 + 10$$

**5º PASO:** Simplificar.

$$-13x = -13$$

**6º PASO:** Aplicamos 2º principio de equivalencia para despejar la incógnita.

$$x = \frac{-13}{-13} = 1$$

**7º PASO:** Comprobamos el resultado sustituyendo el valor obtenido en la primera ecuación.

$$\begin{aligned} & \frac{3(x+2)}{4} - \frac{5(4x+1)}{6} = \frac{25}{12} - \frac{3x+5}{2} \\ x=1 \rightarrow & \frac{3(1+2)}{4} - \frac{5(4 \cdot 1+1)}{6} = \frac{25}{12} - \frac{3 \cdot 1+5}{2} \\ & \frac{9}{4} - \frac{25}{6} = \frac{25}{12} - \frac{8}{2} \rightarrow \frac{27}{12} - \frac{50}{12} = \frac{25}{12} - \frac{48}{12} \rightarrow -\frac{23}{12} = -\frac{23}{12} \end{aligned}$$

PARA PRACTICAR



**5.** Comprueba si los valores de x son soluciones de cada ecuación:

a)  $-2(5-x)-6=10$        $x=13$

b)  $\frac{x+12}{4}=x+2$        $x=-2$

c)  $1-x^2=-3$        $x=2, x=-3$

d)  $-1-2x^2=4x-1$        $x=0, x=-2$

e)  $7+2x=4x+6$        $x=\frac{1}{2}$



**6. Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a)  $x+5 = \frac{x+3}{3}$

d)  $1 - \frac{x+1}{5} = \frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{2}$

b)  $\frac{x}{2} + 21 = \frac{4x}{3} + 24$

e)  $x-1 - \frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$

c)  $\frac{x}{4} + 21 = -\frac{4}{3}x + 28$

f)  $\frac{3x-11}{20} - \frac{5x-1}{14} = \frac{x-7}{10} - \frac{5x-6}{21}$



**7. Completa la siguiente tabla:**

Ecuación	Valor para la variable	Valor numérico del 1 <sup>er</sup> término	Valor numérico del 2 <sup>o</sup> término	¿Es solución?
$2x+1=3x+6$	0	$2 \cdot 0 + 1 = 1$	$3 \cdot 0 + 6 = 6$	NO
	-5	$2(-5) + 1 = -9$	$3(-5) + 6 = -9$	SI
	1			
$\frac{x}{2} + 3 = 5$	4			
	1			
	2			
$x^2 + 2 = 3x$	0			
	1			
	2			
$x^2 + 2x = -1$	-1			
	0			
	1			
$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 1$	1			
	3			
	6			



## 6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES.

Observa cómo se pueden resolver los siguientes problemas por medio de ecuaciones siguiendo 5 pasos.

### Ejemplos:

**Problema 1:** Un número y su siguiente suman 27. ¿De qué números se trata?

**1er PASO:** Determinar la incógnita y expresar el enunciado con lenguaje algebraico.

(DATOS)	Un número	$x$
	Su siguiente	$x + 1$
	La suma de ambos	27

**2º PASO:** Expresar la relación que existe entre todos los datos con una ecuación.

(ECUACIÓN)  $x + (x + 1) = 27$

**3er PASO:** Resolver la ecuación.  $x + x + 1 = 27$

$$x + x = 27 - 1$$

(RESOLVER LA ECUACIÓN)  $2x = 26$

$$x = \frac{26}{2} = 13$$

**4º PASO:** Expresar la solución del problema.

(SOLUCIÓN) Los números son:  $x = 13$  y  $x + 1 = 14$

**5º PASO:** Comprobar el resultado obtenido.

(COMPROBAR)  $13 + 14 = 27$

## PARA PRACTICAR




8. Escribe una ecuación para cada uno de los siguientes enunciados y resuélvela:

- Hace cuatro años tenía la mitad de la edad que tengo ahora.
- Si me como un tercio de los bombones que tengo, me quedarían 34.
- Un número más su cuadrado es igual a 0.
- El perímetro de un cuadrado es 20. ¿Cuánto mide su lado?
- Encuentra un número que multiplicado por 3 y dividido por 2 dé 5.
- La suma de dos números enteros consecutivos es 25.
- El cociente entre dos números pares consecutivos es 2.
- ¿Cuántos libros de 25 € podré comprar con 500 €?



*Ejemplos:*

**Problema 2:** El perímetro de un campo rectangular mide 120 m.  
Calcula sus dimensiones sabiendo que el largo mide 10 m más que el ancho.

(DATOS)	Ancho $x$ Largo $x + 10$ Perímetro 120	
(ECUACIÓN)	$2x + 2(x + 10) = 120$	
(RESOLVER LA ECUACIÓN)	$2x + 2x + 20 = 120$ $2x + 2x = 120 - 20$ $4x = 100$ $x = \frac{100}{4} = 25$	
(SOLUCIÓN)	Ancho: $x = 25$ m. Largo: $x + 10 = 35$ m.	
(COMPROBAR)	$25 + 25 + 35 + 35 = 120$	

*Ejemplos:*

**Problema 3:** Un padre tiene 20 años más que su hijo. Dentro de 3 años el padre tendrá el doble de edad que su hijo. ¿Cuál es la edad de ambos?

(DATOS)	<table border="1"><thead><tr><th></th><th>Edad actual</th><th>Edad dentro de 3 años</th></tr></thead><tbody><tr><td>Hijo</td><td><math>x</math></td><td><math>x + 3</math></td></tr><tr><td>Padre</td><td><math>x + 20</math></td><td><math>x + 23</math></td></tr></tbody></table>		Edad actual	Edad dentro de 3 años	Hijo	$x$	$x + 3$	Padre	$x + 20$	$x + 23$	
	Edad actual	Edad dentro de 3 años									
Hijo	$x$	$x + 3$									
Padre	$x + 20$	$x + 23$									
(ECUACIÓN)	$2(x + 3) = x + 23$										
(RESOLVER LA ECUACIÓN)	$2x + 6 = x + 23$ $2x - x = 23 - 6$ $x = 17$										
(SOLUCIÓN)	Hijo: $x = 17$ años. Padre: $x + 20 = 37$ años.										
(COMPROBAR)	Dentro de 3 años: Hijo: 20 años. Padre: 40 años. $2 \cdot 20 = 40$										



## PARA PRACTICAR

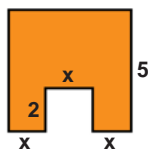


9. Observa las figuras y escribe una ecuación sabiendo que en cada caso el perímetro es 26.

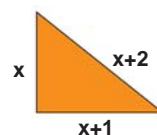
a)



b)



c)



10. El triple del dinero que tengo es igual al doble de mi dinero más cinco euros. ¿Cuánto dinero tengo?



11. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide la mitad de lo que mide el otro. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?



12. Halla la longitud de los lados de un triángulo isósceles de perímetro 18 cm, sabiendo que el lado desigual es 3 cm más pequeño que cada uno de los lados iguales.



13. Encuentra tres números enteros que sumen 44, de forma que el primero sea la tercera parte del tercero y éste, el doble que el segundo.



14. Luis tiene 34 años y su hijo 2 años. ¿Cuántos años tienen que pasar para que la edad de Luis sea el triple que la de su hijo?



15. Ainoa tiene 9 años más que Uxue y dentro de 3 años la doblará en edad. ¿Cuántos años tiene cada una?



7. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Toda **ecuación de 2º grado** con una incógnita se puede expresar de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ donde } a, b \text{ y } c \text{ son números reales y } a \neq 0.$$

Ejemplos:

$$- x(x + 2) - 3 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \quad (a = 1, b = 2, c = -3)$$

$$- (x + 2)(x - 1) = 0 \rightarrow x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2 = 0 \quad (a = 1, b = 1, c = -2)$$

La **solución de una ecuación de 2º grado**  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) es un número  $x$  que se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Toda ecuación de 2º grado tiene **dos soluciones** que pueden ser iguales o distintas.

Ejemplos:

Resuelve la siguiente ecuaciones de segundo grado.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(a=1, b=-3, c=2)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Las dos soluciones son:  $x = 1$  y  $x = 2$ .

Comprobación:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = 1 \rightarrow 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0 \quad x = 2 \rightarrow 2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$$

$$1 - 3 + 2 = 0 \quad 4 - 6 + 2 = 0$$

$$0 = 0 \quad 0 = 0$$

PARA PRACTICAR

16. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 - 9 = 0$

b)  $3x^2 - 27 = 0$

c)  $3x^2 - 30x = 0$

d)  $x - x^2 = 0$

e)  $x^2 + 5x - 6 = 0$

f)  $2x^2 - x - 1 = 0$

g)  $x^2 + 3x - 32 = 0$

h)  $-3x^2 - 5x + 2 = 0$



8. SISTEMAS DE DOS ECUACIONES DE 1<sup>ER</sup> GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

● Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Toda **ecuación de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas** se puede escribir de la forma:  **$ax + by = c$** , donde a, b y c son números reales y x e y las incógnitas. A esta ecuación se le llama **ecuación lineal**.

Cuando tenemos dos ecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas (o dos ecuaciones lineales), decimos que tenemos un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas**:

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right\}$$

x e y son las **incógnitas**.

Los números a, b, a', b' son los **coeficientes** de las incógnitas.

Los números c y c' son los **términos independientes**.

**Resolver un sistema** de dos ecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas es encontrar el valor de las incógnitas x e y que cumplan a la vez ambas ecuaciones.

**Ejemplos:**

$x + y = 7$  y  $3x - y = 9$  son dos ecuaciones lineales

$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 3x - y = 9 \end{array} \right\}$  es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

Incógnitas: x, y

Coeficientes: 1, 1, 3, -1

Términos independientes: 7, 9

Solución:  $x = 4, y = 3 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 3x - y = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 + 3 = 7 \\ 3 \cdot 4 - 3 = 9 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 7 = 7 \\ 12 - 3 = 9 \end{array} \right\}$

PARA PRACTICAR



17. En los siguientes sistemas, indica cuáles son los coeficientes de las incógnitas y cuáles son los términos independientes:

a)  $\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 3 \\ 4x + y = -1 \end{array} \right\}$

b)  $\left. \begin{array}{l} -x + y = 0 \\ 2x + 3y = 2 \end{array} \right\}$



18. Estudia si son soluciones del sistema

$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ -x + 3y = 2 \end{array} \right\}$

los siguientes pares de números:

a)  $x = -1, y = 5$

b)  $x = 2, y = -1$

## PARA APRENDER

### ● Métodos para resolver sistemas de ecuaciones:

Vamos a ver por medio de unos ejemplos cuatro técnicas diferentes para resolver sistemas de ecuaciones:

#### Método gráfico:

Vamos a resolver el sistema: 
$$\left. \begin{array}{l} -2x + y = 2 \\ -x + y = 3 \end{array} \right\}$$

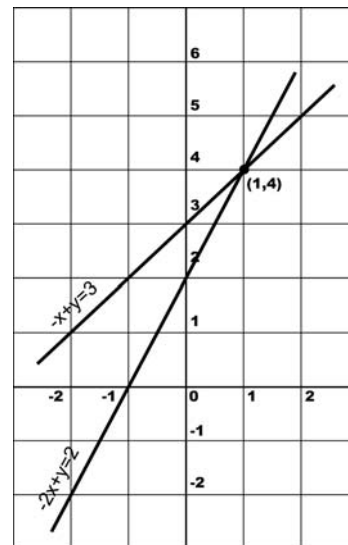
El método gráfico consiste en representar las dos ecuaciones del sistema sobre un mismo eje de coordenadas. Al representar una ecuación de primer grado con dos incógnitas el gráfico que se obtiene es una recta, por lo que en nuestra representación aparecerán dibujadas dos rectas. Las coordenadas del punto donde se corten ambas rectas serán la solución de nuestro sistema.

Para representar gráficamente las dos ecuaciones del sistema se despeja la incógnita **y** en ambas ecuaciones y se calculan dos tablas de valores como aparece a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} -2x + y = 2 \\ -x + y = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 2x + 2 \\ y = x + 3 \end{array}$$

x	y = 2x + 2
2	y = 2·2 + 2 = 6
1	y = 2·1 + 2 = 4
0	y = 2·0 + 2 = 2
-1	y = 2·(-1) + 2 = 0
2	y = 2·(-2) + 2 = -2

x	y = x + 3
2	y = 2 + 3 = 5
1	y = 1 + 3 = 4
0	y = 0 + 3 = 3
-1	y = -1 + 3 = 2
2	y = -2 + 3 = 1



El punto de corte de las dos rectas es la solución del sistema:

$$(x, y) = (1, 4) \quad \mathbf{x = 1, y = 4}$$

Comprobémoslo: 
$$\left. \begin{array}{l} -2x + y = 2 \\ -x + y = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot 1 + 4 = 2 \\ -1 + 4 = 3 \end{array} \left\} \begin{array}{l} -2 + 4 = 2 \\ -1 + 4 = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 3 = 3 \end{array}$$

↑  
x=1  
y=4

## PARA PRACTICAR

19. Resuelve en tu cuaderno los siguientes sistemas de ecuaciones gráficamente:

a) 
$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 13 \\ x - y = -1 \end{array} \right\}$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$





### Método de sustitución:

Vamos a resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$$

**1er PASO:** Despejamos una incógnita (elegiremos la más fácil para despejar) en una de las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \rightarrow y = 2x - 8$$

**2º PASO:** Sustituimos el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación:

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \rightarrow 4x + 5(2x - 8) = 2$$

**3er PASO:** Resolvemos la ecuación obtenida:

$$4x + 10x - 40 = 2$$

$$4x + 10x = 2 + 40$$

$$14x = 42$$

$$x = \frac{42}{14} = 3$$

**4º PASO:** Sustituimos el valor de la incógnita obtenida en la ecuación que hemos despejado en el 1er paso:

$$y = 2x - 8 = 2 \cdot 3 - 8 = 6 - 8 = -2$$

↑  
x=3

La solución del sistema es: **x = 3, y = - 2.**

**5º PASO:** Comprobar el resultado:

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot 3 - (-2) = 8 \\ 4 \cdot 3 + 5(-2) = 2 \end{cases} \begin{cases} 6 + 2 = 8 \\ 12 - 10 = 2 \end{cases} \begin{cases} 8 = 8 \\ 2 = 2 \end{cases}$$

↑  
x=3  
y=-2

## PARA PRACTICAR



**20.** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) 
$$\begin{cases} x - 6y = -2 \\ 10x - 4y = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$



### Método de igualación:

Vamos a resolver el sistema:

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

**1er PASO:** Despejamos la misma incógnita en ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 6 \\ x = \frac{7 - 3y}{2} \end{cases}$$

**2º PASO:** Igualamos las dos expresiones:

$$y + 6 = \frac{7 - 3y}{2}$$

**3er PASO:** Resolvemos la ecuación obtenida:

$$\begin{aligned} \frac{2y + 12}{2} &= \frac{7 - 3y}{2} \\ 2y + 3y &= 7 - 12 \\ 5y &= -5 \\ y &= \frac{-5}{5} = -1 \end{aligned}$$

**4º PASO:** Sustituimos el valor de la incógnita obtenida en cualquiera de las expresiones obtenidas en el 1er paso:

$$x = y + 6 = -1 + 6 = 5$$

↑  
y=-1

La solución del sistema es: **x = 5, y = - 1.**

**5º PASO:** Comprobar el resultado:

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 - (-1) = 6 \\ 2 \cdot 5 + 3(-1) = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 + 1 = 6 \\ 10 - 3 = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6 = 6 \\ 7 = 7 \end{cases}$$

↑  
x=5  
y=-1

## PARA PRACTICAR

 **21.** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a) 
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5x - y = 5 \\ 3y - 2x = 11 \end{cases}$$



### Método de reducción:

Vamos a resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

**1er PASO:** Multiplicamos los dos miembros de cada ecuación por números adecuados para que los coeficientes de una de las incógnitas sean números opuestos:

En nuestro caso basta con multiplicar por -3 la segunda ecuación.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ -3x - 9y = -21 \end{cases} \cdot (-3)$$

**2º PASO:** Se resuelve la ecuación que se obtiene al sumar las dos ecuaciones anteriores:

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 10 \\ -3x - 9y = -21 \\ \hline -11y = -11 \\ y = 1 \end{array}$$

**3er PASO:** Sustituimos el valor de la incógnita obtenida en cualquiera de las ecuaciones del sistema:

$$x + 3y = 7 \Rightarrow x = 7 - 3y = 7 - 3 \cdot 1 = 4$$

↑  
y=1

La solución del sistema es: **x = 4, y = 1.**

**4º PASO:** Comprobar el resultado:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \begin{cases} 3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 = 10 \\ 4 + 3 \cdot 1 = 7 \end{cases} \begin{cases} 12 - 2 = 10 \\ 4 + 3 = 7 \end{cases} \begin{cases} 10 = 10 \\ 7 = 7 \end{cases}$$

↑  
x=4  
y=1

## PARA PRACTICAR



**22.** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$$



## PARA ENTRENAR

 1. Resuelve las siguientes ecuaciones en tu cuaderno:

a)  $-(1-x)-4(x-6)=0$

b)  $3(x-2)-5(2x-1)-2(3x+4)+10=0$

c)  $3(4x-1)-2(5x-3)=11-2x$

d)  $6-8(x+1)-5x-2(3+2x)=-5(3+x)$

e)  $6(x-2)-x-5(x-1)=0$

f)  $x-(x+1)-(x+2)=(x-1)-(x-2)$

g)  $6(x-3)-(x-8)-3(5-x)=-4x+3$

h)  $0'5(x+2)-0'25(5x-3)=2'5$

 2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x+4}{5}-\frac{x+3}{4}=1-\frac{x+1}{2}$

b)  $\frac{3x-7}{12}=\frac{2x-3}{6}-\frac{x-1}{8}$

c)  $\frac{5-9x}{8}+\frac{2x+3}{4}-\frac{143}{6}=2x$


d)  $1-\frac{x-5}{4}-\frac{x-3}{10}+\frac{x+3}{8}=0$


e)  $\frac{5x+7}{2}-\frac{3x+9}{4}=\frac{2x+4}{3}+5$

f)  $\frac{1-3x}{2}+\frac{5x+2}{3}-\frac{3x+19}{2}+\frac{x+1}{6}-5=x$

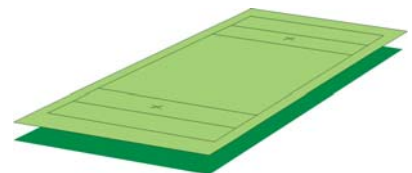
g)  $2+\frac{3x-1}{15}-\frac{x+4}{3}+\frac{x-4}{5}=0$


h)  $\frac{4}{3}(1-2x)+\frac{5}{4}(2x-1)=\frac{7}{12}(x-2)$

 3. El cuadrado de un número es igual al número más dos unidades. ¿Cuál es el número?

 4. Halla cuánto mide el lado de un cuadrado si el doble de su área es  $18 \text{ cm}^2$ .

 5. Halla las dimensiones de un rectángulo de área  $48 \text{ cm}^2$ , sabiendo que su altura es un tercio de la base.



 6. Calcula dos números enteros consecutivos cuyo producto sea 1260.





7. Encuentra dos números naturales que sumen 100 y la quinta parte del menor más la tercera parte del mayor sumen 30.



8. Calcula dos números sabiendo que su suma es 81 y su diferencia 19.



9. Aitor tiene 45 años y su hijo Mikel 25 años. ¿Hace cuántos años la edad de Mikel era la mitad de la de su padre



10. Resuelve las siguientes ecuaciones en tu cuaderno:

a)  $2x^2 + 5x + 3 = 0$

e)  $x^2 - 3x = 0$

i)  $5x^2 - 14x - 3 = 0$

b)  $x^2 - 15 = 0$

f)  $3x^2 = 12x$

j)  $3x = \frac{x^2}{4}$

c)  $36 - x^2 = 0$

g)  $7x^2 - 2x = x^2 - 5x$

d)  $5x^2 - 45 = 0$

h)  $x^2 - 3x + 2 = 0$



11. Resuelve las siguientes ecuaciones en tu cuaderno:

a)  $3x(5 - 2x) + 1 = 2 - (x + 3)$

b)  $(2x - 1)(x + 1) = 3(x - 2)$

c)  $(x - 2)^2 = (x - 1)(x + 1)$

d)  $(x - 1)^2 = (x + 2)(x - 2)$



12. Comprueba si los siguientes valores de x son soluciones de la ecuación correspondiente:

a)  $12 - x = 8$       $x = -12$

e)  $8x^2 + 21 = 29$       $x = 1, x = -1$

b)  $3x - x^2 = 5$       $x = 5, x = -5$

f)  $x - x^2 = 0$       $x = -1$

c)  $8x + 36 = 2x$       $x = -6$

g)  $\frac{4x + 60}{8} = -x$       $x = -5$

d)  $\frac{x}{2} + 19 = 10x$       $x = 2$



 13. Resuelve los siguientes sistemas por el método que se indica:

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - y = -4 \end{cases}$$
 (Sustitución)

d) 
$$\begin{cases} 2x + y = -9 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$$
 (Por los 4 métodos)

b) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -2x + 7y = 30 \end{cases}$$
 (Reducción)

e) 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$
 (Gráficamente)

c) 
$$\begin{cases} 4x + y = 9 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$
 (Igualación)

 14. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$
 (Gráficamente)

i) 
$$\begin{cases} 2y = x + 8 \\ y - 2x = 10 \end{cases}$$
 (Gráficamente)

b) 
$$\begin{cases} x = 5 \\ 2x + 3y = 22 \end{cases}$$
 (Sustitución)


j) 
$$\begin{cases} -3x + y = -1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$$
 (Sustitución)


c) 
$$\begin{cases} x - y = -7 \\ x = \frac{y - 10}{2} \end{cases}$$
 (Igualación)


k) 
$$\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 2x - 6y = 10 \end{cases}$$
 (Igualación)

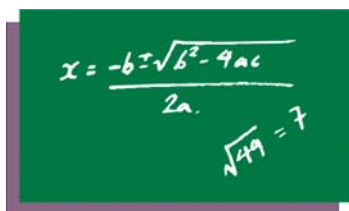
d) 
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$
 (Reducción)

l) 
$$\begin{cases} 5x - y = 10 \\ 4x + 3y = 8 \end{cases}$$
 (Reducción)

 15. Determina las amplitudes de los ángulos de un triángulo sabiendo que el tercero es un tercio del segundo, y éste la mitad del primero.

 16. El mayor de los ángulos de un triángulo se diferencia en  $20^\circ$  del mediano y éste se diferencia en  $20^\circ$  del menor. ¿Cuál es la medida de los ángulos del triángulo?

 17. Calcula las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que es 4 cm más largo que ancho y que tiene una superficie de  $45 \text{ cm}^2$ .



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
  
$$\sqrt{49} = 7$$





18. Eva, Ana y Pili reciben 1200 € como pago por su trabajo. Si Ana ha trabajado el triple de días que Eva y Pili el doble que Ana, ¿cómo han de repartirse el dinero?



19. Halla un número cuya mitad, más su cuarta parte, más 1, es igual a dicho número.



20. En una reunión hay 26 chicas más que chicos. Cuando se han ido 15 chicos y 15 chicas, el número de chicas es el triple que el de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la reunión?




21. La edad de un padre es de 40 años, y la de sus tres hijos es 10, 7 y 3 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será igual a la suma de las edades de sus tres hijos?





22. Calcula las dimensiones de una parcela rectangular sabiendo que, el perímetro mide 85 m y que si fuera 15 m más ancha y 10 m menos larga sería un cuadrado.




23. El perímetro de un rectángulo es 24 cm, y la altura es la quinta parte de la base. Halla las dimensiones del rectángulo.


 24. Tres socios se reparten las ganancias obtenidas de la siguiente manera: el primero se queda con la cuarta parte, el segundo con las dos terceras partes y el último con 7500 €. Calcula el importe total de las ganancias y lo que le corresponde a cada socio.

 25. Si del triple de la edad que tengo actualmente quito el cuádruple de la edad que tenía hace 15 años, resulta la edad que tengo. ¿Cuántos años tengo?

 26. Aitor tiene 28 años menos que su padre y 24 años más que su hijo. ¿Cuál es la edad de cada uno, sabiendo que entre los tres suman 100 años?

 27. Gasté un tercio de mi paga en el cine y un cuarto en un bocadillo. Si me sobran 3'75 €, ¿cuál es mi paga?

 28. Un número, su anterior y su posterior suman 702. ¿De qué números se trata?

 29. Ana y Marta tienen 6 y 9 años, respectivamente. Su madre, Isabel, tiene 35 años. ¿Cuántos años deben pasar para que, entre las dos niñas, igualen la edad de la madre?





## PARA APRENDER MÁS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $-5+3(2x-1)=-2(1-2x)$      | f) $3(5x+9)-3(x-7)=11(x-2)$ |
| b) $1+4(x-2)=-3x+5(x+1)$      | g) $2(x+3)-(1-x)=3-(6-x)$   |
| c) $3(x+6)+5(2-x)=10-4(6+2x)$ | h) $2(x-7)+2x-3(x+1)=-2$    |
| d) $0'3(x-2)+0'6(1-x)=2'1$    | i) $5(x-2)-6(x-1)=3(2x-4)$  |
| e) $-2x+3(x-1)=-12+5(2-x)$    | j) $2(1-x)-3-3(2x+1)=2$     |

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- |  |  |
|--|--|
| a) $\frac{4x-12}{-4}=x-5$                                      | k) $\frac{x-1}{5}-\frac{1-x}{6}=\frac{x-1}{4}$                     |
| b) $3\left(x-\frac{2}{3}\right)+1=4\left(\frac{x}{2}-1\right)$ | l) $2\left(5x-\frac{x-4}{3}\right)=4x$                             |
| c) $\frac{x}{2}-2(x-1)=3\left(\frac{x}{2}+2\right)$            | m) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{x+1}{4}\right)=\frac{5}{6}$ |
| d) $2x-1=3\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)+1$              | n) $\frac{2(x+1)}{3}-\frac{1-x}{5}=x+\frac{3}{10}$                 |
| e) $4(x+2)=\frac{1}{3}(1-9x)$                                  | o) $\frac{1}{2}(x-3)+1=\frac{2}{4}-\frac{1}{3}(x+1)$               |
| f) $\frac{1}{2}(2x-3)-x=\frac{x}{3}-\frac{1}{2}$               | p) $\frac{3x-2}{5}-\frac{2x-1}{3}=\frac{5x-7}{15}$                 |
| g) $x+2\left(1-\frac{x}{2}\right)=8\left(x-\frac{1}{4}\right)$ | q) $\frac{3x-2}{4}-\frac{4x-2}{6}=3-\frac{x}{8}$                   |
| h) $\frac{2}{3}(1-x)+x=\frac{3}{5}(x+2)$                       | r) $\frac{3x-7}{12}=\frac{2x-3}{6}-\frac{x-1}{8}$                  |
| i) $\frac{5x-1}{6}=\frac{1}{3}(4+x)+1$                         | s) $\frac{5-9x}{8}-\frac{143}{6}=2x-\frac{2x+3}{4}$                |
| j) $\frac{x-7}{4}+\frac{x-1}{3}=x-5$                           |  |



3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- |                   |                  |                   |
|-------------------|------------------|-------------------|
| a) $x^2-8x=0$     | i) $3x^2-6x+2=0$ | q) $x^2-2x-8=0$   |
| b) $2+7x=4x^2$    | j) $4x^2-100=0$  | r) $x^2+7x+10=0$  |
| c) $x^2-8x+12=0$  | k) $12x^2=144$   | s) $4x^2-2x=0$    |
| d) $15x^2+2x-8=0$ | l) $5x^2=0$      | t) $5x-4x^2=0$    |
| e) $3x^2-5x+4=0$  | m) $7x^2+5=705$  | u) $2-x^2=5-7x-3$ |
| f) $2x^2-5x+2=0$  | n) $2-9x^2=1$    | v) $6x^2-5x+1=0$  |
| g) $9x^2+6x+1=0$  | o) $5x^2+20x=0$  | w) $x^2-8x+15=0$  |
| h) $2x^2-5x-7=0$  | p) $4x^2=-x$     | x) $x^2+5x+5=0$   |

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- |   |   |
|---|---|
| a) $(2x-1)^2=25$                                    | f) $(2x-1)(x+4)=0$                      |
| b) $(5x+3)(5x-3)=0$                                 | g) $3x(x-2)+4=2x^2-1$                   |
| c) $x^2-9x=8-2(3x+4)$                               | h) $x^2-\frac{9}{10}x+\frac{1}{5}=0$    |
| d) $4x-5(x^2-1)=x(2-x)+5$                           | i) $\frac{x^2-1}{3}=\frac{x^2-2x+1}{2}$ |
| e) $\frac{x}{2}(x-1)-\frac{x}{5}(2x+1)=\frac{4}{5}$ |   |



5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)  $\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$  (Sustitución)

i)  $\begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ x + 3y = -6 \end{cases}$  (Igualación)

b)  $\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 5x + 2y = 21 \end{cases}$  (Igualación)

j)  $\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$  (Reducción)

c)  $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$  (Reducción)

k)  $\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$  (Reducción)

d)  $\begin{cases} 8x + 5y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$  (Sustitución)

l)  $\begin{cases} 2x - 5y = 14 \\ 7x + 4y = 6 \end{cases}$  (Reducción)



6. La edad de Begoña es 6 veces la de su nieta, pero dentro de 8 años, solo será el cuádruple. ¿Cuál es la edad de ambas?

7. Cuando a un padre le preguntaron por la edad de su hija, respondió: "Si al doble de los años que tiene mi hija se le quita el triple de los que tenía hace 6 años, se obtiene la edad actual". ¿Cuál es la edad actual de la hija?

8. Al sumar un número natural con el doble de su siguiente, se obtiene 44. Calcula dichos números.

9. Una madre tiene 31 años y su hijo 7. ¿Dentro de cuántos años la edad de la madre será el triple de la del hijo? ¿Y el quintuplo?

10. Para vallar un campo rectangular se han necesitado 850 m de valla. El largo del campo es el doble del ancho más 5 m. Calcula las dimensiones del campo.

11. Unai tiene el triple de cromos que Aitor. Intercambian 8 de Unai por 3 de Aitor. Ahora Unai tiene el doble de cromos que Aitor. ¿Cuántos cromos tiene ahora cada uno?

12. En un concurso de 20 preguntas, dan 5 puntos por cada respuesta correcta y quitan 3 puntos por cada fallo. ¿Cuántas preguntas ha acertado Zuriñe si ha obtenido 68 puntos?

13. En una caja hay doble número de canicas verdes que amarillas y triple número de canicas naranjas que verdes y amarillas juntas. En total hay 312 canicas. Halla cuántas canicas hay de cada color.

14. Cristina tiene 4500 € en billetes de 500 € y de 100 €. Si el número de billetes de 100 € es el cuádruplo del número de billetes de 500 €, ¿cuántos billetes hay de cada clase?

15. Dos depósitos tienen igual capacidad. Estando llenos de agua, de uno de ellos se sacan 2000 l, y del otro 9000 l, quedando en el primero doble cantidad de agua que en el segundo. ¿Cuál es la capacidad de los depósitos?

16. Halla la longitud de una pieza de tela, sabiendo que después de haber vendido la mitad, la quinta parte y la décima parte, quedan 20 m.

17. Halla la longitud de un poste sabiendo que los  $\frac{2}{7}$  de la longitud del poste están bajo tierra, los  $\frac{2}{5}$  del resto están sumergidos en agua y la parte que está por encima del agua mide 6 m.

18. Iraide tiene 18 años, y afirma que su edad es igual al doble de la edad de su hermano Alberto menos 6 años. ¿Cuál es la edad de Alberto?

19. Halla tres números pares consecutivos de tal manera que el doble del primero más el tercero sea igual al segundo más diez.

20. La suma de cuatro números impares consecutivos es 80. Calcula dichos números.



21. Calcula dos números de forma que su diferencia sea 43 y el triple del menor supere en 5 unidades al mayor.

22. Juan tiene el doble de edad que Rubén y Ana tres años más que Juan. Si la suma de sus edades es 38, ¿cuántos años tiene cada uno?

23. ¿Cuánto costó un libro, si un quinto, más un sexto, más un séptimo de su precio, menos 6 €, suman la mitad de su precio?



24. Calcula las dimensiones de un rectángulo de  $12 \text{ cm}^2$  de área si la base mide el doble de la altura menos 2 unidades.

25. La suma de dos números es 352 y su diferencia, 82. ¿Cuáles son esos números?

26. La suma de dos números es 32 y uno de ellos es la séptima parte del otro. Halla los dos números.



27. Se reparte una bolsa de caramelos entre tres niños. Al primero de le da la mitad más 2; al segundo, la mitad del resto más 2; y al tercero, la mitad de los que quedan más 2. ¿Cuántos caramelos había en la bolsa? ¿Cuántos tiene cada niño?

28. El perímetro de un rectángulo es de 50 m y su base excede a la altura en 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.

29. De esta unidad tienes que saber definir y poner un ejemplo de:

- 1) Igualdad numérica.
- 2) Ecuación y solución de una ecuación.
- 3) Ecuaciones equivalentes.
- 4) Principios de equivalencia.
- 5) Solución de una ecuación de segundo grado.
- 6) Ecuación lineal.
- 7) Sistema de ecuaciones lineales.

