

- 39** ▽▽▽ Una empresa de alquiler de coches cobra por día y por kilómetros recorridos. Un cliente pagó 160 € por 3 días y 400 km, y otro pagó 175 € por 5 días y 300 km. Averigua cuánto cobran por día y por kilómetro.

$x \leftrightarrow$ días $y \leftrightarrow$ kilómetros recorridos

$$\begin{cases} 3x + 400y = 160 \\ 5x + 300y = 175 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x + 2000y = 800 \\ -15x - 900y = -525 \end{cases}$$

$$1100y = 275 \rightarrow y = 0,25$$

$$3x + 0,25 \cdot 400 = 160 \rightarrow 3x = 60 \rightarrow x = 20$$

La empresa cobra 20 € por día y 0,25 € por cada kilómetro recorrido.

- 40** ▽▽▽ Por la mezcla de 5 kg de pintura verde y 3 kg de pintura blanca he pagado 69 €. Calcula el precio de un kilogramo de pintura blanca y de pintura verde sabiendo que si mezclase un kilogramo de cada una el precio de la mezcla sería 15 €.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3y = 69 \\ -3x - 3y = -45 \end{cases}$$

$$2x = 24 \rightarrow x = 12$$

$$y = 15 - x \rightarrow y = 15 - 12 = 3$$

La pintura verde cuesta 12 € el kilogramo, y la blanca, 3 €.

- 41** ▽▽▽ Un comerciante compra dos motocicletas por 3 000 € y las vende por 3 330 €. Calcula cuánto pagó por cada una si en la venta de la primera ganó un 25% y en la de la segunda perdió un 10%.

$$\begin{cases} x + y = 3000 \\ 1,25x + 0,9y = 3330 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3000 - x \\ 1,25x + 0,9(3000 - x) = 3330 \end{cases}$$

$$1,25x + 2700 - 0,9x = 3330 \rightarrow 0,35x = 630 \rightarrow x = 1800$$

$$y = 3000 - 1800 = 1200$$

Por una pagó 1 800 €, y por la otra, 1 200 €.

- 42** ▽▽▽ Un joyero tiene dos lingotes de oro, uno con un 80% de pureza y otro con un 95%. ¿Cuánto debe fundir de cada uno para obtener un lingote de 5 kg con un 86% de pureza?

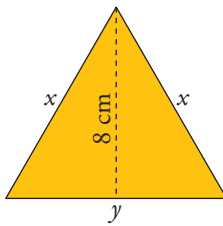
$$\begin{cases} 0,8x + 0,95y = 0,86(x + y) \\ x + y = 5 \rightarrow x = 5 - y \end{cases}$$

$$0,8(5 - y) + 0,95y = 0,86(5 - y + y) \rightarrow 4 - 0,8y + 0,95y = 4,3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,15y = 0,3 \rightarrow y = 2 \rightarrow x = 3$$

Debe fundir 3 kg del de 80% de pureza con 2 kg del lingote que tiene un 95% de pureza.

- 43** ▽▽▽ Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo.



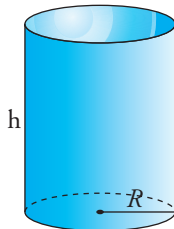
$$\begin{cases} 2x + y = 32 \\ x^2 - \frac{y^2}{4} = 64 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 32 - 2x \\ 4x^2 + (32 - 2x)^2 = 256 \end{array} \right.$$

$$4x^2 - 1024 + 128x - 4x^2 = 256 \rightarrow 128x = 1280 \rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

$$y = 32 - 2 \cdot 10 = 12 \text{ cm}$$

Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.

- 44** ▽▽▽ El área total de un cilindro es $112\pi \text{ cm}^2$, y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen.



$$\begin{cases} 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 112\pi \\ R + h = 14 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \pi Rh + \pi R^2 = 56\pi \rightarrow Rh + R^2 = 56 \\ h = 14 - R \end{array} \right.$$

$$R(14 - R) + R^2 = 56 \rightarrow 14R - R^2 + R^2 = 56 \rightarrow R = 4 \text{ cm}$$

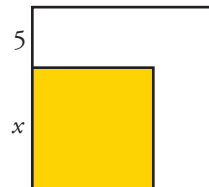
$$h = 14 - 4 = 10 \text{ cm}$$

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi \text{ cm}^3$$

- 45** ▽▽▽ Si el lado de un cuadrado aumenta 5 cm, su área se multiplica por 4. ¿Cuál era el lado inicial del cuadrado?

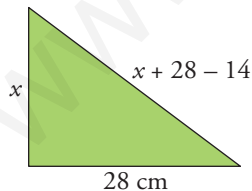
$$(x + 5)^2 = 4x^2 \rightarrow x^2 + 10x + 25 - 4x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 300}}{6} = \frac{10 \pm 20}{6} = \begin{cases} 5 \\ -5/3 \text{ no vale.} \end{cases}$$



La longitud del lado inicial es de 5 cm.

- 46** ▽▽▽ Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 28 cm y la hipotenusa es 14 cm menor que la suma de los dos catetos. Calcula el cateto desconocido.



$$\begin{aligned} (x + 14)^2 &= x^2 + 28^2 \rightarrow x^2 + 28x + 196 = x^2 + 784 \rightarrow \\ &\rightarrow 28x = 588 \rightarrow x = 21 \end{aligned}$$

Los catetos miden 21 cm y 28 cm, y la hipotenusa, 35 cm.

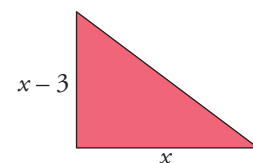
- 47** ▽▽▽ El perímetro de un triángulo rectángulo es 36 cm y un cateto mide 3 cm menos que el otro. Halla los lados del triángulo.

$$x + (x - 3) + \sqrt{(x - 3)^2 + x^2} = 36$$

$$2x + \sqrt{2x^2 - 6x + 9} = 39 \rightarrow \sqrt{2x^2 - 6x + 9} = 39 - 2x$$

$$2x^2 - 6x + 9 = 1521 + 4x^2 - 156x$$

$$2x^2 - 150x + 1512 = 0 \rightarrow x^2 - 75x + 756 = 0$$



$$x = \frac{75 \pm \sqrt{5625 - 3024}}{2} = \frac{75 \pm 51}{2} = \begin{cases} 63 \\ 12 \end{cases} \rightarrow \text{No vale.}$$

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

Los catetos miden 12 cm y 9 cm, y la hipotenusa, 15 cm.

- 48** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Una persona tarda 3 horas más que otra en hacer el mismo trabajo. Si lo hacen entre las dos, tardan 2 horas. ¿Cuánto tarda cada una por separado?

\Rightarrow Si una tarda x horas en hacer todo el trabajo, en 1 hora hará $1/x$ de este.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \rightarrow 2(x+3) + 2x = x(x+3) \rightarrow 2x+6+2x = x^2+3x \rightarrow x^2-x-6=0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases} \rightarrow \text{No vale.}$$

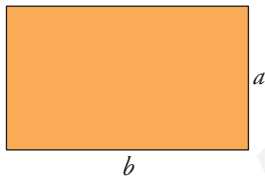
Una tarda 3 h, y otra, 6 h.

- 49** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Un grifo tarda el doble de tiempo que otro en llenar un cubo. Si abrimos los dos, el cubo se llena en 3 minutos. ¿Cuánto tarda cada uno por separado?

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{3} \rightarrow 6+3=2x \rightarrow x=4,5$$

Uno tarda 4,5 minutos, y el otro, 9 minutos.

- 50** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Si la altura de un rectángulo aumenta un $x\%$ y la base aumenta un $2x\%$, el área de dicho rectángulo aumenta un 32% . Halla el valor de x .



Si la base aumenta un $x\%$, se multiplicará por $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

La altura aumenta $2x\%$ \rightarrow se multiplica por $\left(1 + \frac{2x}{100}\right)$.

$$A = a \left(1 + \frac{x}{100}\right) b \left(1 + \frac{2x}{100}\right) = ab \left(1 + \frac{32}{100}\right)$$

$$\text{Dividimos por } ab \text{ los dos miembros y obtenemos } \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{2x}{100}\right) = \frac{132}{100}$$

$$\text{Resolvemos } (100+x)(100+2x) = 13200 \rightarrow 10000 + 300x + 2x^2 = 13200$$

$$x^2 + 150x - 1600 = 0 \rightarrow x = \frac{-150 \pm 170}{2} \begin{cases} x = 10 \\ x = -160 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 10\%$$

- 51** $\blacktriangledown\blacktriangledown\blacktriangledown$ Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?

$x \rightarrow$ número de amigos

$y \rightarrow$ cantidad que paga cada uno

$$\begin{cases} xy = 490 \\ (x+2)(y-28) = 490 \end{cases} \begin{cases} xy = 490 \\ xy - 28x + 2y - 56 = 490 \end{cases} \rightarrow -28x + 2y - 56 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} xy = 490 \\ y = 28 + 14x \end{array} \right\} x(28 + 14x) = 490 \rightarrow 28x + 14x^2 - 490 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} 5 \\ -7 \end{cases} \rightarrow \text{No vale.}$$

Al principio eran 5 amigos. Ahora son 7.

$$490 : 7 = 70 \text{ €}$$

Son 7 amigos y cada uno paga 70 €.

- 52** ▼▼▼ Un comerciante quiere vender por 60 000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió?

$x \rightarrow$ número de ordenadores

$y \rightarrow$ precio de cada ordenador

$$\left. \begin{array}{l} xy = 60\,000 \\ (x-2)(y+50) = 60\,000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} xy = 60\,000 \\ xy + 50x - 2y - 100 = 60\,000 \end{array} \right\} 50x - 2y - 100 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} xy = 60\,000 \\ 25x - y - 50 = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x(25x - 50) - 60\,000 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 2\,400 = 0 \\ y = 25x - 50 \end{array} \right\}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 9\,600}}{2} = \frac{2 \pm 98}{2} = \begin{cases} 50 \text{ (Ahora serán 48 ordenadores).} \\ -48 \text{ No vale.} \end{cases}$$

$$60\,000 : 48 = 1\,250$$

Vende 48 ordenadores a 1 250 € cada uno.

- 53** ▼▼▼ Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta.

$$\left. \begin{array}{l} vt = 300 \\ (v+10)(t-1) = 300 \end{array} \right\} vt + 10t - v - 10 = 300$$

$$\left. \begin{array}{l} vt = 300 \\ 10t - v - 10 = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} (10t-10)t = 300 \rightarrow 10t^2 - 10t - 300 = 0 \rightarrow t^2 - t - 30 = 0 \\ v = 10t - 10 \end{array} \right\}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2} = \begin{cases} 6 \\ -5 \text{ No vale.} \end{cases}$$

$$300 : 6 = 50; \quad 300 : 5 = 60$$

A la ida va a 50 km/h y tarda 6 horas. A la vuelta va a 60 km/h y tarda 5 horas.

- 54** **▼▼▼** Una caja contiene bola blancas y negras. Si se añade una bola blanca, estas representan entonces el 25% del contenido de la caja. Si se quita una bola blanca, las bolas blancas que quedan representan el 20% del contenido de la caja. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la caja?

Llamemos B al número de bolas blancas que hay en la caja, y N , al número de bolas negras.

$$\left. \begin{array}{l} B + 1 \text{ es el } 25\% \text{ de } B + N + 1 \rightarrow 0,25(B + N + 1) = B + 1 \\ B - 1 \text{ es el } 20\% \text{ de } B + N - 1 \rightarrow 0,20(B + N - 1) = B - 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -0,75B + 0,25N = 0,75 \\ -0,80B + 0,20N = -0,8 \end{array} \right\} B = 7, N = 24$$

Hay 7 bolas blancas y 24 negras.

- 55** **▼▼▼** Un anticuario vendió dos relojes de bolsillo por 210 €. Con uno obtuvo una ganancia del 10% y con el otro perdió el 10%. En total obtuvo una ganancia del 5% sobre el precio de compra. ¿Cuál fue el precio de compra de cada uno de los relojes?

Precio de compra de los relojes: x e y

$$\left. \begin{array}{l} 1,1x + 0,9y = 210 \\ 1,05(x + y) = 210 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1,1x + 0,9y = 210 \rightarrow 2y = \frac{210 - 1,1x}{0,9} \\ 1,05x + 1,05y = 210 \end{array}$$

$$1,05x + 1,05 \left(\frac{210 - 1,1x}{0,9} \right) = 210 \rightarrow 0,945x + 220,5 - 1,155x = 189 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0,21x = -31,5 \rightarrow x = 150, y = \frac{210 - 1,1 \cdot 150}{0,9} = 50$$

Los relojes costaron 150 € uno y 50 € el otro.