Ejercicios resueltos

Campo magnético

Ejercicio 1

Un electrón se acelera por la acción de una diferencia de potencial de 100 V y, posteriormente, penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular a la trayectoria del electrón. Calcula la velocidad del electrón a la entrada del campo magnético. Halla el radio de la trayectoria que recorre el electrón en el interior del campo magnético y el periodo del movimiento.

Solución 1

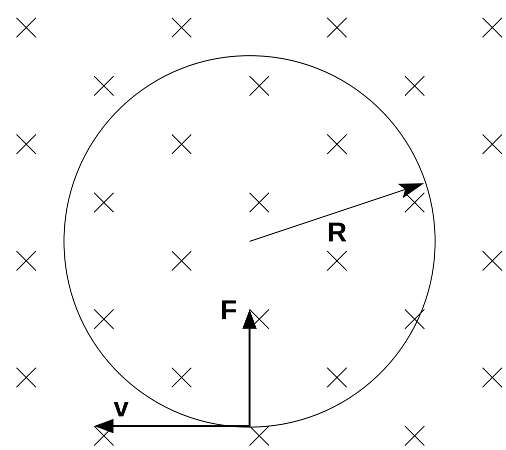
1. Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica al movimiento del electrón dentro del campo eléctrico, y suponiendo que el electrón está inicialmente en reposo, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \quad \frac{1}{2}\, m\, v^2 = -q\, \Delta V$$

   Despejando:

$$v = \sqrt{\frac{-2\, q\, \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot 100}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 6 \cdot 10^{6} \text{ m/s}$$

2. Al penetrar el electrón perpendicularmente al campo magnético, actúa una fuerza sobre él perpendicular a la velocidad y por ello describe una órbita circular.



Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_N; \quad |q|\,v\,B\,\sin 90^\circ = m\,\frac{v^2}{R}$$

Despejando:

$$R = \frac{m\,v}{|q|\,B} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$$

3. El periodo del movimiento es:

$$T = \frac{2\,\pi\,R}{v} = \frac{2\,\pi\,1{,}7 \cdot 10^{-5}}{6 \cdot 10^6} = 1{,}8 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{s}$$

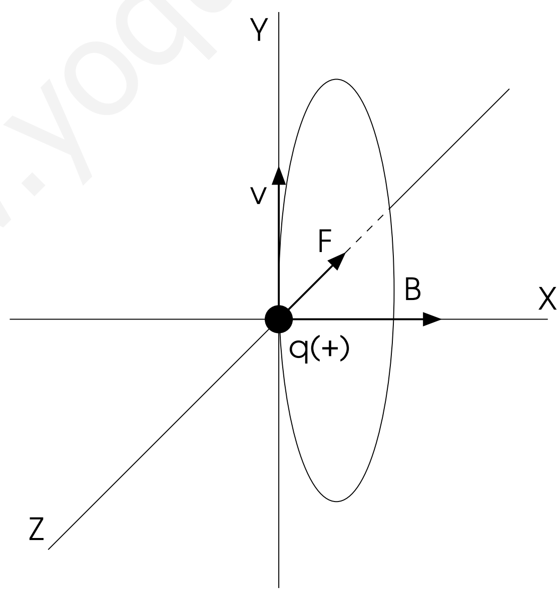
Ejercicio 2

En una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$ se lanza una partícula cargada con velocidad $\vec{v} = v\,\vec{\imath}$, observándose que no se desvía de su trayectoria. ¿Cuál será la trayectoria al lanzar la partícula con una velocidad $\vec{v}' = v\,\vec{\jmath}$? Representa dicha trayectoria en los casos de que la carga sea positiva y negativa.

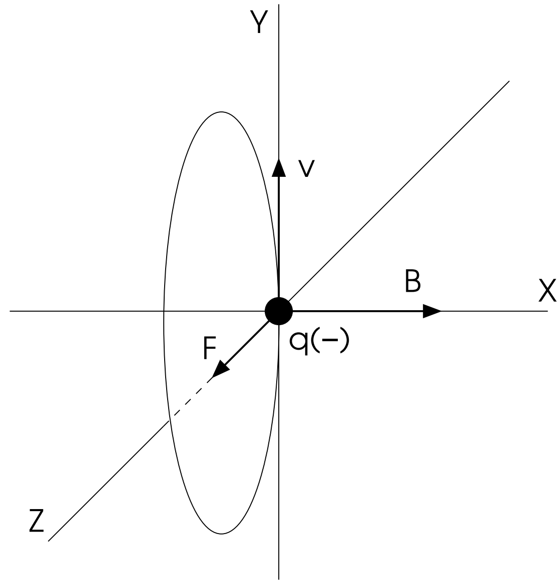
Solución 2

Si la partícula no se desvía de su trayectoria significa que se lanza en la dirección del campo magnético. Por tanto, este tiene la dirección del eje X en cualquiera de sus dos sentidos.

Asignando al campo magnético la expresión $\vec{B} = B\,\vec{\imath}$ y eligiendo el sistema de referencia de la figura adjunta, se tiene que las expresiones de la fuerza magnética en los dos casos son:



Carga positiva: $\vec{F}_+ = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = q\,v\,B\,(\vec{\jmath} \times \vec{\imath}) = q\,v\,B\,(-\vec{k})$



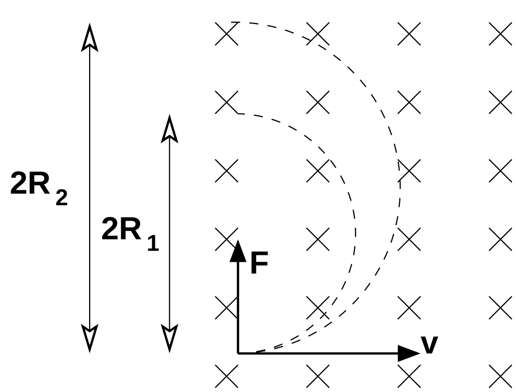
Carga negativa: $\vec{F}_{-} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = -q\,v\,B\,(\vec{\jmath} \times \vec{\imath}) = q\,v\,B\,\vec{k}$

El módulo de la fuerza es constante y la dirección es siempre perpendicular a la velocidad de la partícula, por lo que genera una aceleración normal. La órbita es circular, recorrida con velocidad constante y está contenida en el plano formado por $\vec{F}$ y $\vec{v}$. En los dos casos la órbita está contenida en el plano YZ.

Ejercicio 3

Dos isótopos de un elemento químico, cargados con una sola carga positiva y con masas de $19{,}91 \cdot 10^{-27}$ kg y $21{,}59 \cdot^{-27}$ kg, respectivamente, se aceleran hasta una velocidad de $6{,}7 \cdot 10^{5}$ m/s. Seguidamente, entran en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,85 T y perpendicular a la velocidad de los iones. Determina la relación entre los radios de las trayectorias que describen las partículas y la separación de los puntos de incidencia de los isótopos cuando han recorrido una semicircunferencia.

Solución 3



1. Al entrar las partículas perpendicularmente al campo magnético, actúa sobre ellas la fuerza de Lorentz que les obliga a describir una trayectoria circular. Aplicando la segunda ley de Newton, se tiene:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_N; \quad |q|\,v\,B\,\sin\varphi = m\,\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\,v}{|q|\,B}$$

   Denominando R_1 al radio de la trayectoria del isótopo de menor masa y R_2 al radio de la trayectoria del otro isótopo, resulta que:

$$R_1 = \frac{m_1\,v}{|q|\,B}; R_2 = \frac{m_2\,v}{|q|\,B}$$

   Como los isótopos tienen la misma carga eléctrica, cuanto mayor es la masa de la partícula mayor es el radio de la trayectoria. Dividiendo miembro a miembro las dos ecuaciones, queda que la relación de radios es:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{19{,}91 \cdot 10^{-27}}{21{,}59 \cdot 10^{-27}} = 0{,}922$$

2. Después de recorrer una semicircunferencia, los iones inciden en puntos situados a una distancia $d = 2\,R$ del punto de entrada en el campo magnético y su separación es: $2\,R_2 - 2\,R_1 = 2\,(R_2 - 0{,}922\,R_2) = 0{,}156\,R_2$

   Sustituyendo R_2 por su valor, se tiene que la separación es:

$$0{,}156\,\frac{m_2\,v}{|q|\,B} = 0{,}156\,\frac{21{,}59 \cdot 10^{-27} \cdot 6{,}7 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}85} = 0{,}0166 \text{ m}$$

Ejercicio 4

Un chorro de iones es acelerado por una diferencia de potencial de 10000 V, antes de penetrar en un campo magnético de 1 T. Si los iones describen una trayectoria circular de 5 cm de radio, determina su relación carga-masa.

Solución 4

La variación de la energía cinética que experimentan los iones es:

$$\frac{1}{2}\,m\,v^2 = |q|\,\Delta V$$

Aplicando la segunda ley de Newton a la zona donde actúa el campo magnético, resulta que:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_N\,; \quad |q|\,v\,B\,\sin\varphi = m\,\frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad en las ecuaciones anteriores e igualando, se tiene:

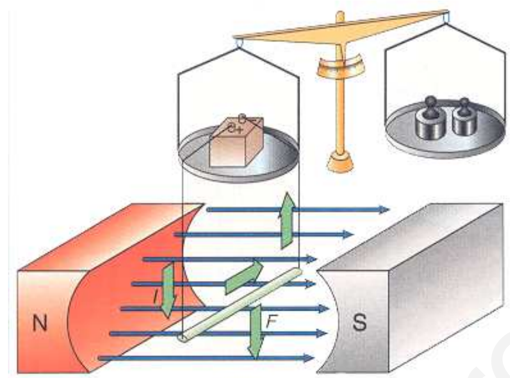
$$\frac{2\,|q|\,\Delta V}{m} = \frac{|q|^2\,R^2\,B^2}{m^2}$$

La relación carga-masa es:

$$\frac{|q|}{m} = \frac{2\,\Delta V}{R^2\,B^2} = \frac{2 \cdot 10000}{(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1^2} = 8 \cdot 10^6 \text{ C/kg}$$

Ejercicio 5

Un dispositivo para comprobar la acción de un campo magnético sobre un conductor por el que pasa una corriente eléctrica es la balanza denominada Cotton y que responde al esquema de la figura adjunta. Inicialmente la balanza se equilibra con el circuito abierto. Al cerrar el circuito se observa que hay que añadir una masa de 12 g en el platillo de las pesas para equilibrar la balanza cuando la varilla, que tiene una longitud de 10 cm, es recorrida por una intensidad de la corriente eléctrica de 2 A. Calcula el módulo del campo magnético.



Solución 5

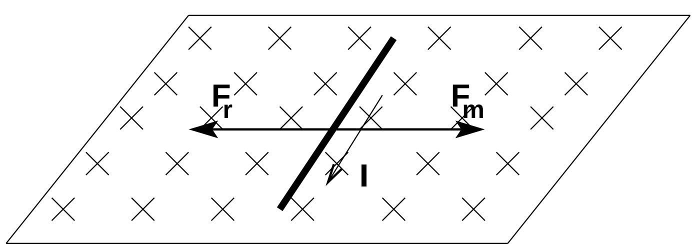
La balanza se desequilibra porque sobre la varilla actúa una fuerza vertical y de sentido hacia abajo y cuyo módulo es igual al módulo del peso de las pesas añadidas.

$$I\,L\,B = m\,g \Rightarrow B = \frac{m\,g}{I\,L} = \frac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 0{,}59 \text{ T}$$

Ejercicio 6

Una varilla, de 200 g y 40 cm de longitud, es recorrida por una intensidad de 2 A. Si la varilla está apoyada en una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,3, calcula el módulo y la dirección del campo magnético para que comience a deslizarse.

Solución 6



Para que la varilla se deslice el módulo de la fuerza magnética tiene que ser igual al módulo de la fuerza de rozamiento.

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_r| \ \Rightarrow I\,L\,B\,\sin\varphi = \mu\,N = \mu\,m\,g$$

La fuerza magnética es máxima cuando el campo es perpendicular a la intensidad de la corriente. Despejando, resulta que:

$$B = \frac{\mu\,m\,g}{I\,L} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8}{2 \cdot 0{,}40} = 0{,}735 \text{ T}$$

Ejercicio 7

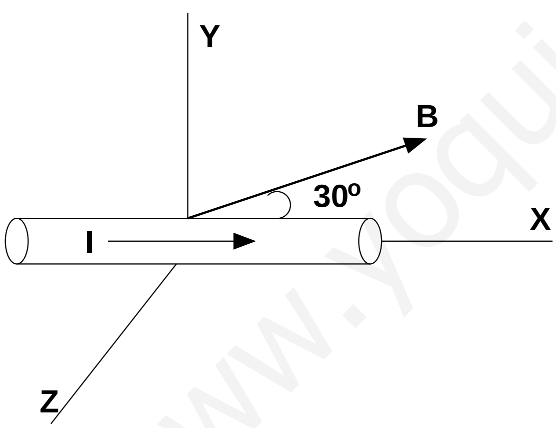
Un alambre de 9 cm de longitud transporta una intensidad de la corriente eléctrica de 1 A según la dirección del eje X. Si el conductor se encuentra inmerso en un campo magnético de 0,02 T de intensidad situado en el plano XY y formando un ángulo de 30° con el eje X, ¿qué fuerza actúa sobre el cable?

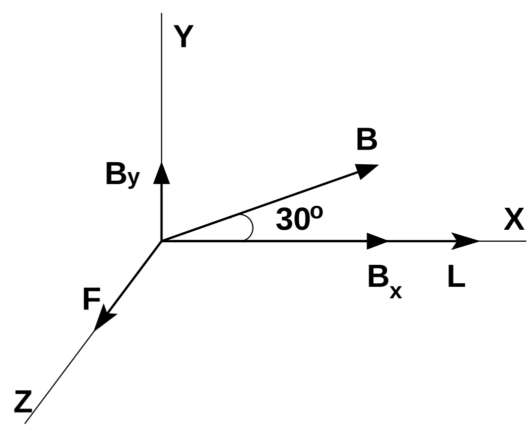
Solución 7

Las expresiones de los diferentes vectores, en el sistema de referencia de la figura son:

$$\vec{L} = 0{,}09\,\vec{\imath}\text{ m}; \quad \vec{B} = 0{,}02\,\cos 30°\,\vec{\imath} + 0{,}02\,\sin 30°\,\vec{\jmath}\text{ T}$$

La componente B_x del campo es paralela al conductor y por ello no actúa con ninguna





fuerza. Solamente actúa sobre el conductor la componente B_y del campo.

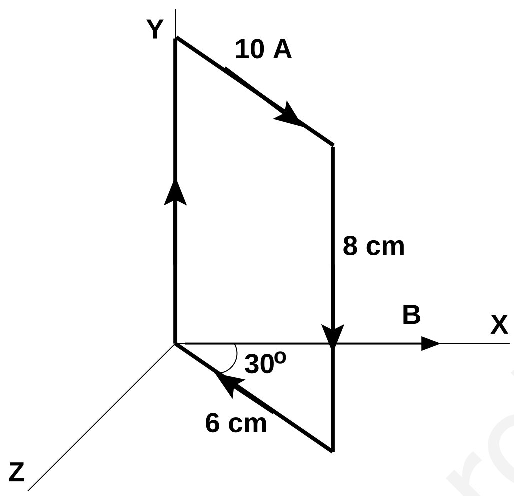
$$\vec{F} = I\,(\vec{L} \times \vec{B}) = 1 \cdot (0{,}09\,\vec{\imath} \times 0{,}02 \cdot \sin 30°\,\vec{\jmath})$$

Aplicando las reglas del producto vectorial, resulta que la fuerza que actúa sobre el conductor es:

$$\vec{F} = 9 \cdot 10^{-4}\vec{k}\text{ N}$$

Ejercicio 8

La espira rectangular de la figura adjunta puede girar alrededor del eje Y y transporta una corriente de 10 A en el sentido indicado en el dibujo. La espira está en una región del espacio donde existe un campo magnético de módulo 0,2 T y de dirección y sentido el de la parte positiva del eje X. Calcula la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados de la espira y el momento necesario para mantener al espira en la posición indicada.

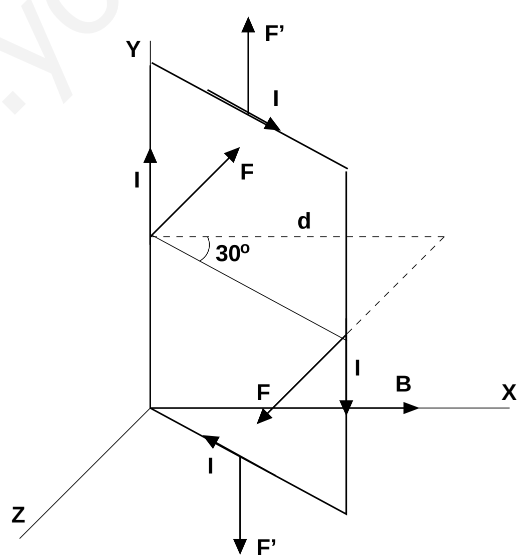


Solución 8

Sobre los lados que tienen una longitud de 6 cm actúan dos fuerzas paralelas al eje Y, que se aplican en la misma recta y cuyo sentido es hacia el exterior de la espira, su módulo es:

$$F' = I\,L\,B\,\sin\varphi = 10 \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}2 \cdot \sin 30^\circ = 0{,}06\ \mathrm{N}$$

Sobre los lados paralelos del eje Y actúan dos fuerzas que no se aplican en la misma



recta. Su módulo es:

$$F = I\,L\,B\,\sin\varphi = 10 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}2 \cdot \sin 90^\circ = 0{,}16 \text{ N}$$

Estas dos fuerzas forman un par de fuerzas que hace girar la espira hasta que el plano que la contiene se sitúa perpendicularmente al campo magnético. Como la espira está fija por el lado que coincide con el eje Y, el módulo del momento de la fuerza que actúa sobre el otro lado que la hace girar es:

$$M = F\,d = 0{,}16 \cdot 0{,}06 \cdot \cos 30^\circ = 8{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ N m}$$

Para mantener la espira en su posición hay que aplicar un momento del mismo módulo y sentido contrario.

Ejercicio 9

Por una espira cuadrada de 2 cm de lado pasa una intensidad de la corriente eléctrica de 1,6 A. El plano que contiene la espira está inmerso en un campo magnético de 0,6 T que forma un ángulo de 30° con el citado plano. ¿Cuál es el módulo del momento del par de fuerzas que actúa sobre la espira?

Solución 9

Si el campo magnético forma un ángulo de 30° con el plano que contiene la espira, entonces el vector superficie forma un ángulo de 60° con el campo magnético.

El módulo del momento del par de fuerzas que actúa sobre la espira queda determinado por la expresión:

$$M = I\,S\,B\,\sin\varphi = 1{,}6 \cdot (0{,}02)^2 \cdot 0{,}6 \cdot \sin 60^\circ = 3{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ N m}$$

Ejercicio 10

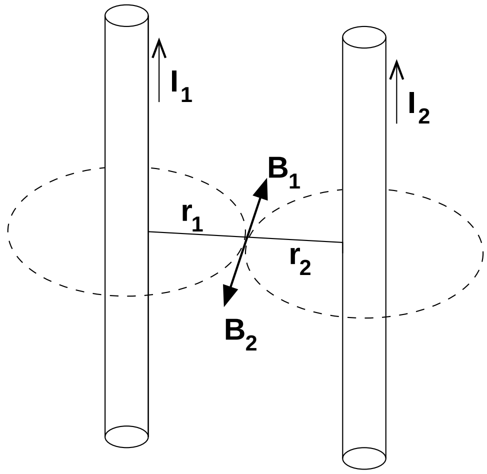
Dos conductores rectos y paralelos están separados por una distancia de 10 cm y están recorridos en el mismo sentido por sendas intensidades de la corriente eléctrica de 10 A y 20 A. ¿A qué distancia de los conductores se anula el campo magnético?

Solución 10

Cada conductor genera un campo magnético cuyas líneas de campo son circunferencias concéntricas en ellos, y cuyo sentido es el indicado por el giro de un sacacorchos que avanza según la intensidad de la corriente eléctrica (regla de la mano derecha).

El campo magnético solamente se anula en un punto situado en el segmento que une a los dos conductores. Si ese punto está a una distancia r_1 del conductor I_1 y a una distancia r_2 del conductor I_2, entonces:

$$r_1 + r_2 = 10 \text{ cm}$$



Aplicando la ley de Biot y Savart para un conductor rectilíneo, denominando $I_1 = 10$ A e $I_2 = 20$ A e igualando los módulos del campo magnético, resulta que:

$$B_1 = B_2; \quad \frac{\mu\, I_1}{2\,\pi\, r_1} = \frac{\mu\, I_2}{2\,\pi\, r_2} \Rightarrow \frac{10}{r_1} = \frac{20}{r_2}$$

Operando y agrupando las ecuaciones, se tiene el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{rcl} 10\, r_2 & = & 20\, r_1 \\ r_1 + r_2 & = & 10 \end{array}\right\} \Rightarrow r_1 = \frac{10}{3}\ \text{cm}$$

El campo magnético se anula en el segmento que une a los dos conductores y a una distancia de 10/3 cm del conductor por el que pasa una intensidad de la corriente eléctrica $I_1 = 10$ A.

Ejercicio 11

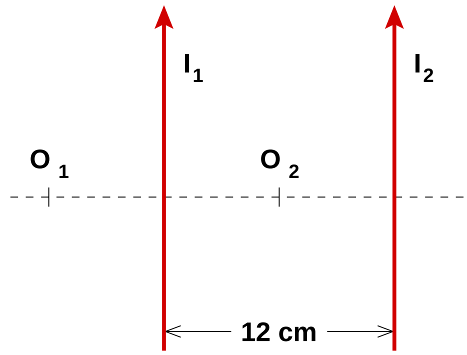
Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, están separados por una distancia de 12 cm. Por los conductores pasan corrientes eléctricas en el mismo sentido y de intensidades $I_1 = 12$ A e $I_2 = 18$ A. Calcula el campo magnético en los dos puntos situados sobre una recta perpendicular a los conductores y que está a 6 cm del conductor I_1.

Solución 11

El módulo del campo que crea un conductor rectilíneo, indefinido a una distancia a del mismo es: $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, a}$

1. En el punto O_1, de la figura, situado a 6 cm del conductor I_1 y a 18 cm del conductor I_2, los campos magnéticos tienen la misma dirección, perpendicular a la recta que une los conductores, y sentido. El módulo del campo total es:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0\, I_1}{2\,\pi\, a_1} + \frac{\mu_0\, I_2}{2\,\pi\, a_2} = \frac{4\,\pi \cdot 10^{-7}}{2\,\pi} \left[\frac{12}{0{,}06} + \frac{18}{0{,}18}\right] = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$



2. En el punto medio entre los dos conductores, O_2, los campos magnéticos tienen la misma dirección y sentidos opuestos. Aplicando el principio de superposición, el campo total tiene el mismo sentido que el que crea el conductor I_2.

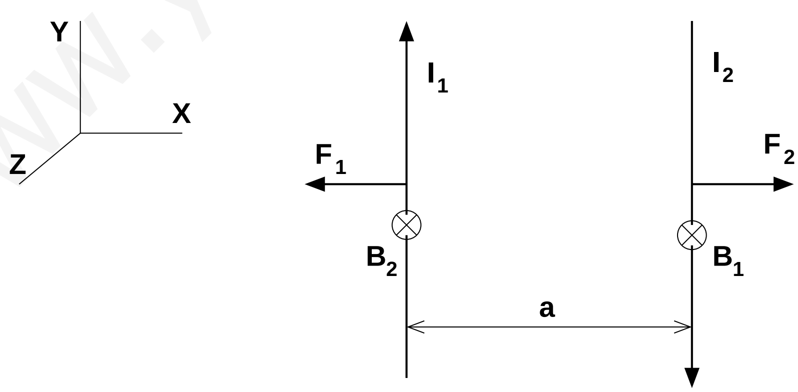
$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0\, I_2}{2\,\pi\, a_2} - \frac{\mu_0\, I_1}{2\,\pi\, a_1} = \frac{4\,\pi\cdot 10^{-7}}{2\,\pi}\left[\frac{18}{0{,}06} - \frac{12}{0{,}06}\right] = 2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Ejercicio 12

Dos alambres conductores paralelos y lo suficientemente largos, están separados por una distancia de 0,3 m y están recorridos por sendas corrientes con intensidades de sentidos contrarios de 160 A. Determina la fuerza con la que interaccionan los alambres por cada metro de longitud y justifica si es atractiva o repulsiva mediante los diagramas oportunos.

Solución 12

Se elige como sistema de referencia el indicado en la figura adjunta, con los conductores paralelos al eje Y. Si la intensidad de la corriente eléctrica I_1, que recorre el conductor 1, tiene el sentido de la parte positiva del eje Y, entonces la intensidad de la corriente eléctrica I_2, que recorre el conductor 2, tiene el sentido de la parte negativa del citado eje.



El conductor I_1 crea un campo magnético B_1, cuyas líneas de campo son circunferencias concéntricas en el conductor y cuyo sentido está indicado por la regla de la mano derecha.

En los puntos en los que se localiza el conductor I_2 tiene sentido hacia dentro del plano del papel y cuyo módulo es:

$$B_1 = \frac{\mu\, I_1}{2\,\pi\, a}$$

En el sistema de referencia elegido, la expresión vectorial del campo magnético que crea el conductor 1 en la posición del conductor 2 es:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu\, I_1}{2\,\pi\, a}(-\vec{k})$$

Este campo magnético actúa sobre el conductor I_2 mediante una fuerza magnética F_2 de dirección la de la perpendicular a los conductores y al campo magnético y sentido el indicado por las reglas del producto vectorial. El sentido de la fuerza es de alejar al conductor 2 del conductor 1. Su módulo es:

$$F_2 = I_2\, L\, B_1\, \sin\varphi = I_2\, L\, \frac{\mu\, I_1}{2\,\pi\, a}$$

De igual forma y por la tercera ley de Newton (principio de acción y reacción) sobre el conductor 1 actúa una fuerza F_1, del mismo módulo, la misma dirección y sentido opuesto a la fuerza F_2. El sentido de la fuerza F_1 es el de alejar al conductor 1 del conductor 2. Sustituyendo y si los conductores están situados en el vacío, resulta que:

$$F_1 = F_2 = I_2\, L\, \frac{\mu_0\, I_1}{2\,\pi\, a} = 160\, L\, \frac{4\,\pi \cdot 10^{-7} \cdot 160}{2\,\pi\, 0{,}3} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\, L \text{ N/m}$$

Por tanto, el módulo de la fuerza que actúa sobre cada unidad de longitud de conductor es:

$$\frac{F_1}{L} = \frac{F_2}{L} = 1{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$$

Los dos conductores se repelen, por lo que la expresión vectorial de las fuerzas en el sistema de referencia elegido es:

$$\frac{\vec{F}_1}{L} = -1{,}7 \cdot 10^{-2}\, \vec{\imath} \text{ N/m}; \quad \frac{\vec{F}_2}{L} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\, \vec{\imath} \text{ N/m}$$