13 APLICACIONES DE LAS LEYES DE LA DINÁMICA

Una vez estudiados los principios de la dinámica y una de las fuerzas fundamentales, la gravedad, en la presente unidad se abordan diferentes situaciones cotidianas en las que actúan distintas fuerzas sobre un cuerpo o sistema de cuerpos.

Se estudian aquí fuerzas habituales presentes en nuestro entorno, como las fuerzas de rozamiento entre superficies sólidas o las fuerzas restauradoras o elásticas (que servirán para comprender el principio físico de los cuerpos o sistemas oscilantes que se estudiarán en la unidad 15). También, al final del tema se aclara uno de esos conceptos habitualmente esquivos para nuestros alumnos y la mayoría de la población en general: la diferencia entre «fuerza centrípeta» y «fuerza centrífuga», dentro del análisis de las leyes de Newton en sistemas de referencia no inerciales.

Para la presente unidad es fundamental estar bien familiarizado con la herramienta matemática del cálculo vectorial, en especial en lo referente a composición y descomposición de fuerzas en componentes cartesianas. Igualmente, el alumnado debe saber identificar e interpretar correctamente todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema de cuerpos, aspecto que debe haberse conseguido como objetivo primordial de la unidad 11. En consecuencia, la herramienta matemática necesaria para la comprensión de esta unidad es relativamente sencilla.

En la interpretación de las cuestiones y problemas, el alumno, una vez identificadas las fuerzas que actúan y descompuestas en las correspondientes componentes, deberá aplicar las leyes de la dinámica distinguiendo si se trata de un problema donde no existe balance de fuerzas, en cuyo caso deberá aplicar la segunda ley en la forma $\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$, o de un problema de estática, donde sí hay balance de fuerzas, en cuyo caso deberá aplicar el primer principio a todas las componentes cartesianas en las diferentes direcciones, en la forma $\sum \vec{F}_i = 0$.

Dado que se trata de un tema eminentemente práctico, en su desarrollo se incluyen ejercicios resueltos ilustrativos que permitirán al alumnado una mejor comprensión de los mecanismos de resolución de los problemas.

Objetivos

1. Comprender la naturaleza y el efecto de las fuerzas de fricción y su relación con la fuerza de opresión entre las superficies.
2. Entender la relación entre fuerzas deformadoras y las fuerzas restauradoras en los materiales elásticos.
3. Conocer la ley de Hooke.
4. Identificar correctamente cuáles son las fuerzas presentes en un cuerpo o sistema de cuerpos.
5. Deducir los valores de las magnitudes cinemáticas a partir de la resolución dinámica de un problema con varias fuerzas.
6. Asimilar la distinta interpretación de las leyes de Newton en sistemas inerciales y no inerciales.
7. Entender la diferencia entre fuerza centrípeta y centrífuga.

Relación de la unidad con las competencias clave

La competencia lingüística está presente en la correcta interpretación del texto y los enunciados de los problemas y cuestiones propuestos, así como en la exposición oral y escrita de las propuestas de *investiga*. La competencia matemática y en ciencia y tecnología está presente en todo el desarrollo, así como en el uso de las herramientas matemáticas. La competencia digital se relaciona fundamentalmente con las propuestas de *investiga* y *Física, Tecnología y Sociedad*. La competencia de aprender a aprender es inherente al propio desarrollo autosuficiente de la unidad, basado en la idea primordial de toda la obra de que ésta pudiera servir para el aprendizaje autodidacta del alumnado en caso de baja.

Temporalización

Recomendable en seis sesiones lectivas.

PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DE LA UNIDAD

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	Relación de actividades del LA	Competencias clave
Introducción a las fuerzas de la naturaleza	1. Conocer los cuatro tipos de interacciones fundamentales.	1.1. Identifica las cuatro interacciones fundamentales y sus ámbitos de actuación.	Investiga (página 315 LA)	CD
La fuerza de rozamiento ▪ La fuerza de rozamiento en distintas situaciones. ▪ Coeficientes de rozamiento estático y cinético.	2. Reconocer situaciones en las que aparecen fuerzas de rozamiento. 3. Distinguir coeficientes de rozamiento estático y dinámico.	2.1. Resuelve problemas en los que aparecen fuerzas de rozamiento en planos horizontales o inclinados.	A: 1-3 ER: 1 AT: 1-5	CMCCT CD
▪ **Fuerzas elásticas o restauradoras**	4. Reconocer las fuerzas elásticas en situaciones cotidianas y describir sis efectos.	4.1. Determina experimentalmente la constante elástica de un resorte mediante la ley de Hooke.	A: 4-6 AT: 6,7	CMCCT CD
Resolución de problemas en los que intervienen fuerzas ▪ Dos cuerpos en contacto ▪ Deslizamiento de cuerpos en planos inclinados. ▪ La máquina de Atwood. ▪ El péndulo cónico. ▪ «Levitando» dentro de un ascensor	5. identificar todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. 6. Resolver situaciones dinámicas que involucran planos inclinados y/o poleas.	5.1. Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. 6.1. Resuelve el movimiento de cuerpos unidos por cuerdas o poleas a partir de las fuerzas actuantes. 6.2. Dibuja y resuelve situaciones dinámicas dentro de un ascensor en distintos estados de movimiento	A: 7-15 ER: 2-4 AT: 8-22	CMCCT CD
Las leyes de Newton en sistemas no inerciales ▪ La fuerza centrífuga	7. Justificar las fuerzas que aparecen en sistemas inerciales y no inerciales.	7.1. Resuelve situaciones dinámicas en sistemas no inerciales que justifiquen la aparición de fuerzas de inercia.	A: 16-17	CMCCT CCL CAA

LA: libro del alumno; A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas;
CCL: comunicación lingüística; CMCCT: competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; CD: competencia digital; CAA: Aprender a aprender; CSC: Competencias sociales y cívicas; CSIEE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor; CCEC: Conciencia y expresiones culturales

MAPA DE CONTENIDOS DE LA UNIDAD

PARA EL ALUMNO

Vídeo: Estudio aerodinámico en el ciclismo

Enlaces web: Tipos de fuerzas
Vídeo: Las cuatro interacciones fundamentales
Animación: Resolución de problemas en los que intervienen fuerzas

Simuladores: Coeficientes estático y dinámico de rozamiento
Vídeo: Fuerza de rozamiento (Paul G. Hewitt)
Práctica de laboratorio: Determinación de coeficientes de rozamiento estáticos para diversos materiales.

Simulador: Cómo medir fuerzas
Enlace web: Laboratorio virtual de la ley de Hooke

Simulador: Planos inclinados y máquina de Atwood
Enlace web: Problemas de dinámica con soluciones
Práctica de laboratorio: 1. La componente tangencial del peso; 2. Condición de equilibrio en planos inclinados; 3. Sistemas de poleas múltiples. Resolución teórica del problema.
Animación: 1. Resolución de problemas cuando dos cuerpos están en contacto; 2. Resolución de problemas en planos inclinados con poleas.

Unidad 13: Aplicaciones de las leyes de la dinámica

1. Introducción a las fuerzas de la naturaleza

2. La fuerza de rozamiento
- 2.1. La fuerza de rozamiento en distintas situaciones
- 2.2. Coeficientes de rozamiento estático y cinético

3. Fuerzas elásticas o restauradoras

4. Resolución de problemas en los que intervienen fuerzas
- 4.1. Dos cuerpos en contacto
- 4.2 Deslizamiento de los cuerpos en planos inclinados
- 4.3. La máquina de Atwood
- 4.4. El péndulo cónico
- 4.5. «Levitando» dentro de un ascensor

PARA EL PROFESOR

Presentación

Documento: 1. Trenes que levitan; 2. Interacciones fundamentales

Documento: El vuelo de una piedra, según Aristóteles.
Presentación: Resolución de problemas de fuerzas.

Presentación: Fuerzas elásticas o restauradoras.
Documento: La fricción en los fluidos.

BIBLIOGRAFÍA

, B. y , J.
Química elemental básica (dos volúmenes). Barcelona: Reverté, 1978. Texto adecuado para introducirse en los conceptos químicos básicos.

y
Física. Addison-Wesley Longman. México 2000. Clásico de referencia en cualquier tema de Física. Tratamientos buenos y rigurosos.

Física en perspectiva. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington (E.U.A.) 1987. Uno de los libros de Física más amenos que se han escrito. Aborda la comprensión de la Física desde un punto de vista conceptual. Se trata de un libro «casi de lectura» con muy pocas fórmulas.

Física conceptual. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington (E.U.A) 1995. Se trata de un libro muy recomendable para la comprensión conceptual de la Física. Su lectura amena y la escasez de fórmulas hacen de este libro un material para recomendar a aquellos alumnos y alumnas que sientan interés por la Física.

.
Física. Editorial Reverté (3ª edición). Barcelona 1995. Clásico de referencia obligada.

Simuladores: 1. Laboratorio virtual de la ley de Hooke. 2. Laboratorio virtual de la máquina de Atwood
Práctica de laboratorio: 1. Sistemas de poleas múltiples. Comprobación experimental

Video: Diferencia entre fuerza centrípeta y centrífuga

Tests de autoevalución interactivos

5. Las leyes de Newton en sistemas no inerciales: fuerzas de inercia
5.1. La fuerza centrífuga

Física, tecnología y sociedad
La incansable búsqueda de materiales antiadherentes y sin fricción

Técnicas de trabajo y experimentación
Sistemas de poleas múltiples

Estrategias de resolución y Actividades y tareas

Síntesis de la unidad y Evaluación

Documento: Biografía: Isaac Newton.

Documento:
1. La propulsión de los cohetes;
2. ¿Son elementales las partículas elementales?

Pruebas de evaluación

WEBGRAFÍA

Educaplus
http://www.educaplus.org/
Excelente web con buenos simuladores.

Paul G. Hewitt
https://goo.gl/C6cKsb
Canal de Youtube con los interesantes vídeos del profesor Paul G. Hewitt. En inglés.

Fisicalab
https://www.fisicalab.com
Página web con propuestas de ejercicios.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

APLICACIÓN DE LAS LEYES DE LA DINÁMICA

Se sugiere la lectura del texto introductorio acompañado de alguno de los vídeos propuestos referidos a la importancia de los estudios aerodinámicos en el deporte. Después deben plantearse las cuestiones previas para desvelar algunos equívocos frecuentes.

Vídeo:
ESTUDIO AERODINÁMICO EN EL CICLISMO

1. Introducción a las fuerzas de la naturaleza

Resulta conveniente comenzar la unidad con el ejercicio de reflexión que se propone, pero tratando de conducir la discusión hacia la búsqueda de las razones últimas, no conformándonos con la respuesta obvia. Se pretende que el alumno medite sobre, por ejemplo, las causas últimas de la fricción o las fuerzas elásticas. El objetivo es buscar los denominadores comunes de la, en apariencia, ingente cantidad de fuerzas que podríamos enumerar como presentes en la naturaleza.

Enlace web:
TIPOS DE FUERZAS

Vídeo:
LAS CUATRO INTERACCIONES FUNDAMENTALES

Documento:
INTERACCIONES FUNDAMENTALES

2. La fuerza de rozamiento

El principal escollo con el que nos topamos a la hora de estudiar las fuerzas de rozamiento es la resistencia que manifiestan la mayoría de los alumnos y alumnas a aceptar que el valor de la fuerza de rozamiento no depende del área de contacto aparente entre cuerpo y superficie. Por ello, en este epígrafe se recalca que, si bien el área de contacto es mayor, esto ocurre a costa de una presión de contacto menor. Este tipo de fuerzas son las peor conocidas a escala atómica. A este respecto es ilustrativa la lectura del artículo «Rozamiento a escala atómica», de Jacqueline Krim, en Investigación y Ciencia (diciembre de 1996, páginas 46-53).

Es conveniente ilustrar la medida de coeficientes de rozamiento en prácticas de laboratorio o mediante experiencia de cátedra, lo que servirá para verificar la independencia del área.

Enlace web con simulación:
COEFICIENTES ESTÁTICO Y DINÁMICO DE ROZAMIENTO

Vídeo:
FUERZA DE ROZAMIENTO (PAUL G. HEWITT)

3. Fuerzas elásticas o restauradoras

En este epígrafe se hace hincapié en la aclaración de que la fuerza «deformadora» la ejerce el cuerpo sobre el muelle, mientras que la «restauradora» la ejerce el muelle (o el material elástico de que se trate) sobre el cuerpo.

Enlace web:
LABORATORIO VIRTUAL DE LA LEY DE HOOKE

Enlace web con simulador:
CÓMO MEDIR FUERZAS

4. Resolución de problemas en los que intervienen fuerzas

Este epígrafe se dedica a resolver distintos casos típicos de actuación de fuerzas en cuerpos o sistemas de cuerpos. Se sugiere sistematizar el método de resolución e identificación de fuerzas, tal y como se describe al comienzo del epígrafe, en lo que se da en llamar «diagramas de cuerpo libre», empezando por los casos más sencillos: dos cuerpos en contacto sobre una superficie horizontal y un cuerpo en un plano inclinado.

La aceleración de descenso de los cuerpos por planos inclinados es independiente de la masa, resultado congruente con la formulación de la ley de gravitación. Puede citarse como curiosidad que este tipo de experiencias con planos inclinados fue lo que llevó a Galileo a formular la ley de la caída libre, al extrapolar los resultados en planos inclinados al caso de la verticalidad, si bien no llegó a determinar el valor de la aceleración de caída libre: fue Huygens quien la determinó por vez primera con sus «relojes de péndulo».

Enlaces web con simulador:
PLANOS INCLINADOS Y MÁQUINA DE ATWOOD

Enlace web con ejercicios:
PROBLEMAS DE DINÁMICA CON SOLUCIONES

5. Las leyes de Newton en sistemas no inerciales: fuerzas de inercia

En este epígrafe se introduce una ampliación relativa a las llamadas fuerzas de inercia o «ficticias» que surgen en sistemas no inerciales. El currículum oficial no contempla específicamente este apartado. Sin embargo, en un nivel como el de 1° de bachillerato nos parece adecuado aclarar términos que, en ocasiones, la mayoría de los alumnos y no pocos de nosotros solemos emplear como sinónimos cuando no lo son en absoluto. Es el momento adecuado para aclarar la confusión entre fuerza centrífuga y fuerza centrípeta, tratando de exigir cierta rigurosidad en el empleo de los términos, ligando su uso al tipo de sistema de referencia elegido. Podemos tranquilizar, no obstante, a los alumnos y alumnas exponiendo cómo el propio Newton tenía dudas en su tiempo para distinguirlas. En sus primeros cálculos sobre la Luna, supuso que esta se movía obedeciendo a una fuerza centrífuga.

Vídeo:
DIFERENCIA ENTRE FUERZA CENTRÍPETA Y CENTRÍFUGA

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES (páginas 312-325)

Comprueba lo que sabes

1. **¿Cuál de las siguientes opciones te parece más correcta para explicar por qué se detiene un cuerpo que estaba en movimiento?**

a) Porque la fuerza que lo impulsaba ha dejado de actuar.

b) Porque ha actuado una fuerza que se opone al movimiento.

A estas alturas debería haber quedado clara la formulación de la primera ley de inercia y los alumnos deberían responder correctamente eligiendo la opción b.

2. **Si tuvieses que arrastrar una caja pesada por el suelo, ¿cómo lo harías?, ¿intentando que el área de contacto con el suelo fuese la menor o la mayor posible, o con cualquiera de las dos opciones?**

La cuestión incide sobre la independencia del área de contacto en el rozamiento. La respuesta correcta es que da igual cualquiera de las dos opciones.

3. **Si comprimes un muelle contra el suelo y lo sueltas, ¿qué fuerza hace que el muelle se eleve?**

La fuerza restauradora que no es otra cosa que la fuerza de reacción del suelo a la fuerza elástica de compresión que actúa contra él.

Actividades

1 **Un bloque se halla en reposo sobre un plano inclinado. La inclinación de este se aumenta gradualmente, hasta que llega un punto en que el bloque empieza a deslizarse. ¿Qué condición cumplen las fuerzas que actúan en la dirección del movimiento en ese preciso instante?**

Esas fuerzas son iguales.

2 **A partir de la actividad anterior, idea un procedimiento para hallar la medida experimental de los coeficientes de rozamiento. Detállalo e indica cómo obtendrías el valor del coeficiente. ¿Qué tipo de coeficiente estarías midiendo?**

. Estamos midiendo el coeficiente estático.

3 **Un disco se desliza por una superficie horizontal partiendo con una velocidad inicial de 3,5 m/s. Si su velocidad después de recorrer 2 m es de 2 m/s, ¿cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el disco y el suelo? ¿Qué tipo de coeficiente de rozamiento has determinado?**

Puesto que tenemos la distancia que recorre el disco (2 m), la velocidad inicial (3,5 m/s) y la final (2 m/s), con cualquiera de las ecuaciones que conocemos de cinemática podemos calcular la aceleración:

$$v^2 = v_0^2 - 2ad \Rightarrow a = 2{,}06 \text{ m/s}^2$$

Por otro lado:

$$ma = \mu\, mg \Rightarrow \mu = a/g = 0{,}21$$

El coeficiente determinado es cinético, puesto que el cuerpo está en movimiento.

4 **Al colgar una masa de 500 g de dos muelles, A y B, observamos que los estiramientos producidos son de 2 cm y 25 cm, respectivamente. ¿Cuál es el valor de *k* de cada muelle?**

El valor de k para el muelle A es de 245 N/m, mientras que el valor de k para el muelle B es de 19,6 N/m. Se mide en newton dividido por metro (N/m).

5 **Un muelle de longitud *L* y constante *k* se corta por la mitad. Razona qué sucede con el valor de su constante elástica.**

Al cortarlo por la mitad su constante elástica (fuerza por unidad de longitud) se duplica. Si la fuerza aplicada es F en ambos casos, entonces, con longitud L:

$$F = K \cdot L \quad \rightarrow \quad K = \frac{F}{L}$$

Mientras que al cortarlo por la mitad:

$$F = K' \cdot \frac{L}{2} \quad \rightarrow \quad K' = 2\frac{F}{L} = 2K$$

6 **Al colgar un cuerpo de 2 kg de un mulle se aprecia un estiramiento de 4 cm. ¿Qué estiramiento cabe esperar si cortamos el muelle a la cuarta parte de su longitud original?**

En las condiciones iniciales expuestas la constante elástica del muelle resulta ser de 4,9 N/cm. Si cortamos el muelle a la cuarta parte, en virtud de lo explicado en la cuestión anterior, la constante se cuadruplica hasta 19,6 N/cm. En consecuencia, dado que el peso es de 19,6 N, se estirará 1 cm.

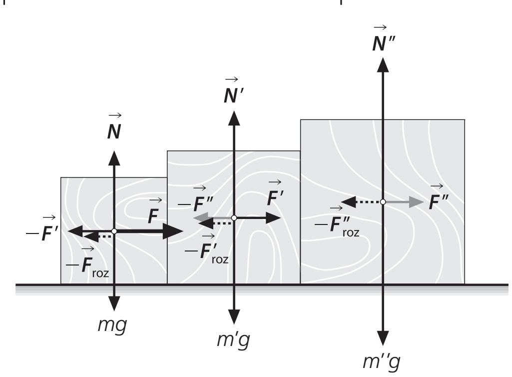
7 **Tres cuerpos de masas *m, m′ y m′′*, respectivamente, reposan en contacto sobre una superficie horizontal (figura 13.15). Se aplica una fuerza, *F*, sobre el cuerpo de masa *m*, de modo que el sistema en su conjunto comienza a moverse. Si los coeficientes de rozamiento son distintos para cada cuerpo:**

a) **Dibuja las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos.**

b) **Determina la expresión de la aceleración del sistema.**

c) **Halla el valor de la aceleración si $F = 30$ N, $m = 2$ kg, $m' = 3$ kg, $m'' = 5$ kg, $\mu_1 = 0{,}2$, $\mu_2 = 0{,}1$ y $\mu_3 = 0{,}3$.**

El esquema resultante de las fuerzas que actúan es:



Observa en este esquema, F es la fuerza general que se aplica sobre el sistema (y que actúa directamente sobre m), F' es la fuerza que m transmite a m', y F''es la fuerza que m' transmite a m''. A su vez, en el diagrama se observan las correspondientes fuerzas de reacción a las acciones mencionadas, así como las diferentes fuerzas de rozamiento que actúan sobre cada cuerpo.

La ecuación dinámica para el sistema se reduce finalmente a:

$$F - \left(F_R + F'_R + F''_R\right) = \left(m + m' + m''\right)a$$

Despejando la aceleración, se obtiene:

$$a = \frac{F - \left(\mu_1 m + \mu_2 m' + \mu_3 m''\right)g}{m + m' + m''}$$

Sustituyendo en la anterior expresión los valores ofrecidos en el problema, resulta:

$$a = 0{,}84 \text{ m/s}^2$$

8 **Deduce las ecuaciones que, en el caso de un descenso por un plano inclinado, nos informarían del espacio recorrido y de la velocidad en función del ángulo de inclinación y del tiempo.**

Dado que la aceleración de descenso es $a = g$ senα, tendremos que:

$$s = v_0 t + 1/2\, at^2 = v_0 t + 1/2\, g \text{ sen}\alpha \cdot t^2$$
$$v = v_0 + at = v_0 + g \text{ sen}\alpha \cdot t$$

9 **Dos masas de 6 y 9 kg penden de los extremos de una cuerda de masa despreciable en una máquina de Atwood. Si inicialmente la masa de 6 kg se encontraba 5 m por debajo de la de 9 kg, determina el tiempo que tardarán en cruzarse a la misma altura una vez que el sistema se abandone a su suerte.**

Para empezar, conviene darse cuenta de que si la masas están separadas inicialmente 5 m, puesto que están atadas a la misma cuerda, se cruzarán cuando cada una de ellas haya recorrido la mitad, esto es, 2,5 m.

Por otro lado, una vez tenemos el espacio que ha de recorrerse y puesto que se supone que inicialmente las masas están en reposo $\left(v_0 = 0\right)$, solo nos queda calcular la aceleración, cosa que podemos hacer con la expresión:

$$a = \frac{m' - m}{m' + m} g = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

Ya disponemos todos los datos para calcular el tiempo con cualquiera de las ecuaciones de cinemática. Por ejemplo:

$$s = s_0 + v_0 t + 1/2\, at^2$$

Despejamos el tiempo:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{2 \cdot \frac{2{,}5\text{m}}{1{,}96\text{m/s}^2}} = 1{,}6\text{s}$$

10 **Dos bloques de 3 kg cada uno cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa por una polea. ¿Qué masa debe añadirse a uno de los bloques para que el otro suba 1,6 m en 2 s?**

La aceleración necesaria para que ascienda 1,6 m en 2 s es:

$$a = 2y/t^2 = 0{,}8 \text{ m/s}^2$$

Combinando las ecuaciones dinámicas de ambas masas:

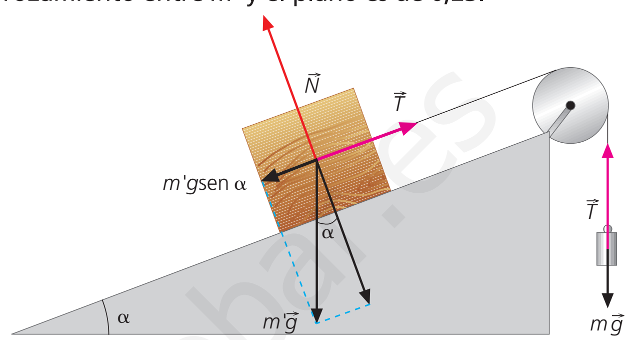
$$m'g - mg = (m' + m)a$$

Es decir:

$$m' = \frac{mg + ma}{g - a} = 3{,}533 \text{ kg}$$

Por tanto, habría que añadir 533 g a una de las masas.

11 **Resuelve la aplicación de esta página si el coeficiente de rozamiento entre m' y el plano es de 0,23.**



Supongamos que el movimiento tuviera lugar hacia m. La ecuación de movimiento de m seguiría siendo:

$$mg - T = ma$$

La de m', sin embargo, sería:

$$T - m'g \text{ sen } \alpha - \mu m'g \cos \alpha = m'a$$

Por consiguiente:

$$a = \frac{m - m'(\text{sen } \alpha + \mu \cos \alpha)}{m + m'} \cdot g$$

Al resolver la expresión, saldría una aceleración negativa, lo que significa que no se moverá en ese sentido.

Debemos resolver la posibilidad de movimiento hacia el otro sentido. Si no obtuviésemos un valor positivo de aceleración, significaría sencillamente que el sistema estaría en equilibrio. Replanteando las ecuaciones del movimiento, para el sentido en el que el bloque baja por el plano, ahora tendríamos:

Para m':

$$m'g \text{ sen } \alpha - \mu m'g \cos a - T = m'a$$

Para m:

$$T - mg = ma$$

Resolviendo la aceleración, obtenemos:

$$a = \frac{m'(\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha) - m}{m + m'} \cdot g$$

Al dar valores ($\alpha = 30°$, $m = 2$ kg, $m' = 3$ kg), comprobamos que la aceleración también resultaría negativa. Por tanto, el sistema se encontrará en equilibrio.

12 **Realiza un estudio más detallado de la actividad anterior:**

a) **¿Qué relación deben guardar las masas para que se produzca una situación de equilibrio? ¿En qué casos se moverán en un sentido o en otro?**

b) **Analiza la coherencia de tu resultado llevándolo a los casos extremos ($\alpha = 90°$ y $\alpha = 0°$). ¿Qué conclusiones sacas?**

Analizando las dos expresiones obtenidas para la aceleración en los casos anteriores, comprobaremos que se hacen cero en los siguientes casos:

Cuando:

$$m = m'(\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha)$$

Cuando:

$$m = m'(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Es decir, el sistema se encontrará en equilibrio cuando:

$$m'(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha) \leq m \leq m'(\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha)$$

En nuestro caso, si m está comprendido entre 0,9 kg y 2,1 kg, habrá equilibrio. Dado que la masa era de 2 kg, corresponde a una situación de equilibrio.

Si $\alpha = 90°$, habrá equilibrio cuando $m = m'$. Estaríamos en una situación equivalente a la de la máquina de Atwood, como cabría esperar.

Si $\alpha = 0°$, el plano sería horizontal y habría equilibrio si $m \leq \mu m'$, resultado congruente con el problema del plano horizontal.

13 Deduce una expresión para el periodo de oscilación o revolución del péndulo cónico en función de L y θ.

La fuerza centrípeta que actúa en el péndulo cónico es:

$$T\ \operatorname{sen}\theta = m\omega^2 r = m\omega^2 L\ \operatorname{sen}\theta$$

por lo que:

$$T = m\omega^2 L$$

como a su vez:

$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

igualando, obtenemos:

$$\frac{g}{\cos\theta} = \frac{4\pi^2}{T^2}L$$

Despejando T, obtenemos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

14 Trata de explicar lo que sucede en los momentos de frenado al ascender y al descender en un ascensor.

En el momento de frenado al ascender, la situación es idéntica al arranque en descenso; levitaríamos momentáneamente. El frenado en descenso es idéntico al arranque en ascenso; en ese caso, nuestro peso parece aumentar.

15 Una persona, cuya masa es de 53 kg, decide experimentar lo explicado en este apartado subiéndose encima de una balanza en el interior del ascensor de su casa. Determina la lectura que dará la balanza en cada uno de los siguientes casos:

a) El ascensor está en reposo.

b) Acelera hacia arriba a 2,5 m/s².

c) Asciende con velocidad constante.

d) Asciende frenando a razón de 2,0 m/s².

e) Baja con una aceleración de 2,5 m/s².

Posiblemente, para buena parte del alumnado pase desapercibida una dificultad de este problema y es la de las unidades. En nuestra vida cotidiana no usamos unidades de peso del sistema internacional (el newton) sino del técnico (también llamado terrestre); por lo tanto, la lectura de la balanza, en sentido estricto, no son kilogramos-masa (sistema internacional) sino kilogramos-fuerza o kilopondios (kp).

En el sistema técnico, por otra parte, la unidad de masa es la UTM (Unidad Técnica de Masa), que equivale a 9,8 N del SI.

En este caso, resolveremos el problema en unidades del sistema internacional y dividiremos los sucesivos resultados por 9,8, factor de conversión entre el newton y los kg-f.

El valor de la fuerza que ejerce sobre el suelo es igual a N.

a) $N = mg = 519{,}4\ \text{N} = 53\ \text{kp}$

b) $N = m(g + a) = 651{,}9\ \text{N} = 66{,}5\ \text{kp}$

c) $N = mg = 519{,}4\ \text{N} = 53\ \text{kp}$

d) $N = (g - a) = 413{,}4\ \text{N} = 42{,}2\ \text{kp}$

e) $N = m(g - a) = 386{,}9\ \text{N} = 39{,}5\ \text{kp}$

16 La Tierra es un sistema en rotación y, por tanto, no inercial. Teniendo en cuenta que su radio es de 6 370 km y que efectúa una rotación completa en 23 h y 56 min, determina la fuerza centrífuga que actúa sobre una persona de masa m situada en:

a) Un punto del ecuador.

b) Un punto de latitud 40° N.

c) El polo.

d) Un punto de latitud 45° S.

En primer lugar, pasamos las unidades al SI:

$$6\,370\ \text{km} = 6{,}37\cdot 10^6\ \text{m}$$
$$23\ \text{h y } 56\ \text{min} = 8{,}62\cdot 10^4\ \text{s}$$

Por otro lado, como $F_c = \dfrac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$

a) $F_c = m\left(\dfrac{2\pi\ \text{rad}}{8{,}62\cdot 10^4\ \text{s}}\right)^2\cdot 6{,}37\cdot 10^6 = 0{,}034m\ \text{N}$

b) A una latitud de 40° N, el radio es $r = R\cos 40°$:

$$F_c = m\left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{8{,}62\cdot 10^4\ \text{s}}\right)^2\cdot 6{,}37\cdot 10^6\cdot\cos 40° = 0{,}027\ m\ \text{N}$$

c) En el polo el radio de giro es cero, por lo tanto, no habrá fuerza centrífuga.

d) 0,027 m N

17 ¿Cuál es la razón del ensanchamiento ecuatorial y del achatamiento de los polos que hacen que la Tierra no sea una esfera perfecta?.

En la zona ecuatorial, la fuerza centrífuga sobre las masas es mayor y se opone a la fuerza de atracción gravitatoria. En consecuencia, la «gravedad efectiva» es menor en la zona ecuatorial que en las zonas polares. De ahí el «alejamiento» del centro de las masas en el ecuador y el «acercamiento» en la zonas polares.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES FÍSICA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD (página 304)

Análisis

1 **¿Qué material fue considerado como secreto militar durante cierto tiempo? ¿Por qué razones?**

El teflón, debido a que se desarrolló como material sellante en el proyecto Manhattan.

2 **¿Por qué hoy en día se investiga fundamentalmente en compuestos basados en el carbono?**

Por combinar la dureza tipo diamante con las propiedades antiadherentes.

3 **¿Cuál es el material de menor coeficiente de rozamiento desarrollado hasta el momento? ¿Qué distancia recorrería un cuerpo hasta detenerse en una superficie de dicho material si lanzado con la misma velocidad en una superficie de teflón recorre 2m?**

Es el llamado NFC (*Nearly-frictionless Carbon*). Su coeficiente de fricción es de 0,001.

La distancia que recorre un cuerpo en un plano horizontal sometido a fricción, viene dada por la expresión:

$$s = \frac{v_o^2}{2\mu g}$$

Por tanto, a igualdad de velocidad lineal, se cumplirá que:

$$s_{teflón} \cdot \mu_{teflón} = s_{NFC} \cdot \mu_{NFC}$$

Dado que el coeficiente del NFC es 40 veces menor, recorrerá una distancia 40 veces mayor; es decir, recorrerá 80 m.

Propuesta de investigación

4 **Busca información e imágenes en Internet y haz una presentación sobre las propiedades fisicoquímicas de algunos de los materiales de baja fricción citados en el texto.**

Los alumnos deben realizar este trabajo a partir de la documentación que encuentren en internet.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES TÉCNICAS DE TRABAJO Y EXPERIMENTACIÓN (página 305)

Cuestiones

1 **¿Qué fuerza necesitarías ejercer con una polea simple para equilibrar una masa de 100 kg? ¿Qué fuerza deberás realizar para equilibrar la misma masa si usas un sistema como el de la experiencia? ¿Qué fuerza es necesaria si usas un sistema con tres poleas móviles y una fija?**

En la estrategia de resolución 4 viene detallado el estudio teórico de un sistema como el de la práctica. Como puede comprobarse, para equilibrar una masa $m' = 100$ kg, bastaría con colgar del otro extremo una masa de 50 kg.

Por otro lado, como puede comprobarse en la resolución del problema final 10, la masa que en este caso sería necesario colgar sería de 12,5 kg.

2 **Si eres capaz de levantar a un compañero de 55 kg, ¿qué masa conseguirías levantar, ejerciendo esa misma fuerza, usando un sistema de cuatro poleas móviles y una fija? ¿Qué utilidad encuentras a los sistemas de poleas móviles o polipastos?**

La masa necesaria para el equilibrio en un sistema de n poleas móviles y una fija (polipasto) viene dada por la expresión:

$$m = \frac{m'}{2^n}$$

Por tanto la masa m' que podría sostenerse en un sistema así es de 880 kg. Es obvio pues, que un polipasto sirve para multiplicar fuerzas.

3 **Elabora un informe de la práctica.**

El informe debe elaborarse siguiendo el protocolo de las publicaciones científicas.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES Y TAREAS FINALES (páginas 330-331)

La fuerza de rozamiento

1 **En una atracción de feria consistente en una plataforma circular con paredes verticales en forma de cilindro que gira a toda velocidad, de modo que las personas que están en su interior quedan «adheridas» a las paredes sin caerse, ¿qué fuerzas actúan sobre las personas y por qué estas no se precipitan al suelo?**

Desde el punto de vista de las personas, sobre ellas actúa una fuerza centrífuga que las «oprime» contra la pared. Esta fuerza «normal» debe originar el rozamiento preciso para igualar, como mínimo, el peso de la persona. Las personas no se precipitarán al suelo mientras:

$$\mu m\omega^2 r \geq mg \Rightarrow \mu\omega^2 r \geq g$$

Se observa que esta condición de equilibrio no depende de la masa de las personas.

2 **Desde la base de un plano inclinado θ grados respecto de la horizontal se impulsa, hacia arriba, un bloque con velocidad inicial v_0. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano es μ_e y el coeficiente de rozamiento cinético es μ_c, responde a las siguientes cuestiones:**

a) ¿Cuál es la condición que determinará si el bloque queda en reposo una vez se para o, por el contrario, vuelve a descender a la base?

b) Suponiendo que el bloque vuelve a descender, demuestra que las velocidades final (al volver a llegar a la base del plano) e inicial guardan la siguiente relación:

$$\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\text{tg}\,\theta - \mu_c}{\text{tg}\,\theta + \mu_c}}$$

a) Aunque es absolutamente cotidiano el fenómeno de que no cueste lo mismo poner algo en marcha que mantenerlo en movimiento, el concepto de que haya dos coeficientes de rozamiento, estático y dinámico, no suele ser fácilmente interiorizado por los alumnos. Una vez que el bloque que ha deslizado hacia arriba se ha detenido, la condición para que reinicie la marcha hacia abajo es simple:

$$F_t = mg\ \text{sen}\,\theta > F_{r\ \text{estático}} = \mu_e mg\ \cos\theta$$

Por tanto, permanecerá en reposo en el punto más alto si $\text{tg}\,\theta \leq \mu_e$.

Por el contario, descenderá si $\text{tg}\,\theta > \mu_e$

b) Usaremos la ecuación $v^2 = v_0^2 \pm 2as$ para ambos movimientos.

Subida: la fuerza tangencial gravitatoria y la de rozamiento (que siempre se opone al movimiento) se suman, de lo que, operando, obtenemos:

$$a = g\left(\text{sen}\,\theta + \mu_c \cos\theta\right)$$

En este movimiento recordemos que se parte con una velocidad v_0 y la velocidad final es 0.

Bajada: en esta ocasión, la fuerza tangencial tira hacia abajo (como siempre) y la de rozamiento se opone al movimiento, esto es, hacia arriba. Haciendo lo mismo que para la subida:

$$a = g\left(\text{sen}\,\theta - \mu_c \cos\theta\right)$$

Por tanto, volviendo a la ecuación cinemática:

Subida: $0 = v_0^2 - 2as \Rightarrow v_0^2 = 2sg\left(\text{sen}\,\theta + \mu_c \cos\theta\right)$

Bajada: $v_f^2 = 0 + 2as \Rightarrow v_f^2 = 2sg\left(\text{sen}\,\theta - \mu_c \cos\theta\right)$

Dividiendo la segunda expresión entre la primera, simplificando, extrayendo la raíz cuadrada y, finalmente, dividiendo todos los miembros de numerador y denominador entre el coseno de θ obtenemos la relación buscada.

3 **Un cuerpo es impulsado con una velocidad inicial v_0 para que ascienda por un plano inclinado θ grados respecto de la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre cuerpo y plano es μ_c, determina una expresión para:**

a) La aceleración del cuerpo durante el ascenso.

b) La distancia *s* que recorre en el ascenso hasta que se para.

a) Durante el ascenso, la componente tangencial del peso y la fuerza de rozamiento se oponen al desplazamiento, por lo que la ecuación del movimiento queda:

$$-mg\ \text{sen}\,\theta - \mu_c mg\ \cos\theta = ma$$
$$a = -g\ \left(\text{sen}\,\theta + \mu_c \cos\theta\right)$$

b) La distancia *s* que recorre hasta que se para ($v = 0$) puede obtenerse a partir de:

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$
$$0 = v_0^2 - 2g\ \left(\text{sen}\,\theta - \mu_c \cos\theta\right)s$$

Despejando *s*, tenemos:

$$s = \frac{v_0^2}{2g\left(\text{sen}\,\theta + \mu_c\ \cos\ \theta\right)}$$

4 **Una fuerza de 55 N empuja un bloque de 22 N de peso contra la pared. El coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y la pared es 0,6. Si el bloque está inicialmente en reposo:**

a) ¿Continuará en reposo?

b) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la pared sobre el cuerpo?

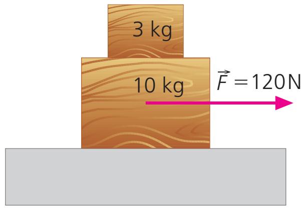
En este caso sería la fuerza de rozamiento la que podría impedir que el cuerpo cayera. El valor de dicha fuerza de rozamiento será:

$$F = \mu N = 0{,}6 \cdot 55\ \text{N} = 33\ \text{N}$$

a) Dado que el peso no supera el valor de la fuerza de rozamiento estática, el cuerpo no caerá.

b) La pared ejerce una fuerza de 55 N sobre el cuerpo (la correspondiente reacción).

5 Se coloca un bloque de 3 kg encima de otro de 10 kg, como se ve en la figura:



El coeficiente de rozamiento cinético entre este último bloque y el suelo es de 0,25. Si sobre el bloque de 10 kg actúa una fuerza horizontal, *F*, de 120 N, determina:

a) ¿Qué aceleración adquiere el conjunto?

b) ¿Qué fuerza provoca la aceleración del bloque de 3 kg?

c) ¿Cuál debe ser el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático entre ambos bloques para que el de 3 kg no resbale?

a) Con una fuerza de 120 N tendremos:

$$F - F_r = (m' + m)a$$

$$a = \frac{F - \mu(m' + m)g}{m' + m} = 6{,}78 \text{ m/s}^2$$

b) La fuerza de rozamiento estática entre ambos bloques es la que provoca la aceleración del bloque de 3 kg.

c) El cuerpo no resbalará mientras $ma \le \mu' mg$. Por tanto, el mínimo valor de para que esto no ocurra es:

$$\mu' = \frac{a}{g} = 0{,}69$$

Las fuerzas elásticas o restauradoras

6 Razona qué hace que una pelota elástica que cae al suelo salga rebotada hacia arriba. Explícalo desde el punto de vista de las fuerzas actuantes.

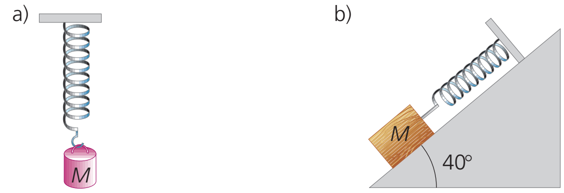
La pelota de goma se deforma cuando choca contra el suelo y, en realidad, el suelo también. Si este es rígido, podemos imaginarlo como un muelle con una gran fuerza restauradora frente a pequeñas deformaciones. Al deformarse la pelota, esta ejercerá una fuerza restauradora que actúa sobre el suelo. Por tanto, sobre el suelo actúan dos fuerzas: una igual en valor al peso de la pelota y otra que es la fuerza restauradora que la pelota ejerce sobre el suelo. Si este es rígido, responde con una reacción $\vec{N}$ (que actúa sobre la pelota) igual en valor a la suma del peso más la fuerza restauradora y que actúa verticalmente hacia arriba.

$$\vec{N} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{restauradora}}$$

En consecuencia, podemos decir que la fuerza neta que actúa sobre la pelota es igual a la fuerza restauradora si el suelo es rígido. Esta fuerza neta está dirigida hacia arriba y es la causante de que la pelota se eleve de nuevo.

La complejidad, en este caso, radica en que la fuerza restauradora es variable en función de la deformación producida: es máxima cuando la pelota está totalmente deformada y cero cuando recupera su forma.

7 Si la constante *k* del muelle de la figura es de 100 N/m, determina el estiramiento que sufrirá en los dos casos que se muestran en la figura si la masa es, en ambas ocasiones, de 5 kg. Repite el supuesto *b)* si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,3.



a) En el primer caso se cumple que:

$$kx = mg \Rightarrow x = 0{,}49 \text{ m} = 49 \text{ cm}$$

b) En el segundo caso:

$$kx = mg \text{ sen } \alpha \Rightarrow x = 0{,}31 \text{ m} = 31 \text{ cm}$$

En el tercer caso:

$$kx = mg \text{ sen } \alpha - \mu mg \cos \alpha \Rightarrow x = 0{,}2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

Problemas en los que intervienen fuerzas

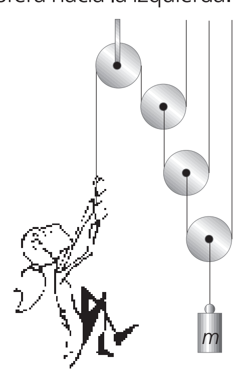
8 ¿Es cierto que los cuerpos con más masa llegan antes que los más ligeros al final de un plano inclinado si resbalan sin rozamiento?

No. La aceleración con la que resbalan los cuerpos por un plano inclinado sin rozamiento es g sen α, independiente de la masa del cuerpo.

9 Hacemos girar, mediante una cuerda, una esfera de madera en círculos verticales y en el sentido de las agujas del reloj. Si aumentamos el valor de la velocidad de giro, ¿qué persona tiene más posibilidades de sufrir un desagradable percance al romperse la cuerda, la que está a nuestra izquierda o la que se encuentra a nuestra derecha? ¿Por qué?

La que está a nuestra izquierda tiene todas las de perder. La cuerda alcanza el mayor valor de tensión en el punto más bajo de la trayectoria. A su vez, el valor de esta es función de la velocidad, que también es mayor en el punto más bajo. Si la cuerda se rompe en el punto más bajo, al girar en el sentido de las agujas del reloj saldrá despedida la esfera hacia la izquierda.

10 ¿Qué masa, *m*, conseguirías equilibrar con la tuya propia (dato personal) usando el sistema de poleas múltiples de la figura (llamado también polipasto)?



La tensión de la cuerda de la polea inferior es igual a $mg/2$. A su vez, la tensión en la cuerda de la polea inmediatamente superior es la mitad de la anterior, $mg/4$. Finalmente, la tensión en la cuerda que sujetala última polea móvil será $mg/8$. Esta tensión coincide con la que soporta la cuerda de la polea fija.

Si tu masa es m', en el equilibrio se cumplirá que:

$$mg' = T$$

donde T es la tensión en la cuerda de la polea fija, que, como hemos visto, vale $mg/8$. Por tanto:

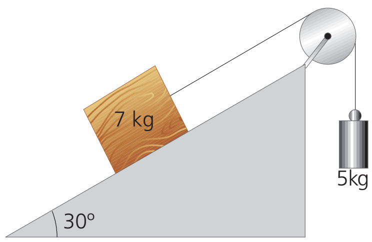
$$m'g = mg/8 \Rightarrow m = 8\,m'$$

Es decir, podrás equilibrar una masa ocho veces mayor.

11 **Considerando despreciables las masas de la polea y de la cuerda, indica cuál es la aceleración que adquieren las masas en el sistema de la figura, si:**

a) **No hay rozamiento.**

b) **El coeficiente de rozamiento cinético es 0,2.**



a) Si no hay rozamiento:

$$a = \frac{m - m'\text{sen}\ \alpha}{m + m'}g = \frac{5\ \text{kg} - 7\ \text{kg} \cdot \text{sen}\ 0°}{12\ \text{kg}} 9{,}8\ \text{m/s}^2 =$$
$$= 1{,}22\ \text{m/s}^2$$

b) Si existe rozamiento:

$$a = \frac{m - m'(\text{sen}\ \alpha + \text{m}\cos\alpha)}{m + m'}g = 0{,}23\ \text{m/s}^2$$

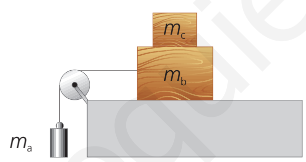
12 **Demuestra que un sistema como el representado en el problema anterior está en equilibrio si:**

$$m\,(\text{sen}\ \alpha - \mu\cos\alpha) \leq m' \leq m\,(\text{sen}\ \alpha + \mu\cos\alpha)$$

donde m' es la masa que cuelga verticalmente.

Véanse las actividades 11 y 12 de desarrollo de la unidad.

13 **¿Cuánto debe valer la masa m_c de la figura para que el sistema esté en equilibrio si m_a = 5 kg, m_b = 10 kg y μ = 0,2?**



Aplicando las ecuaciones de movimiento a cada uno de los bloques, y considerando como único el que forman m_b y m_c se tiene:

$$m_a g - T = 0$$

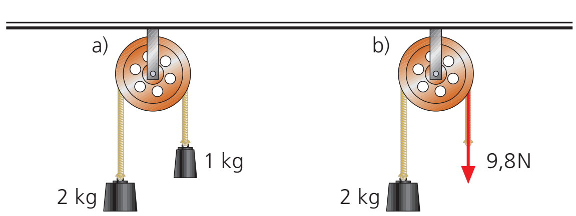
mientras que:

$$T - \mu\,(m_b + m_c)\,g = 0$$

Resolviendo el sistema, se obtiene:

$$m_c = 15\ \text{kg}$$

14 **Las figuras *a* y *b* muestran dos máquinas de Atwood similares. En el caso *a,* se cuelga de un extremo de la cuerda una masa de 1 kg (9,8 N), mientras que en *b* se tira directamente de la cuerda con una fuerza de 9,8 N. Halla la aceleración de la masa de 2 kg y la tensión de la cuerda en ambos casos.**



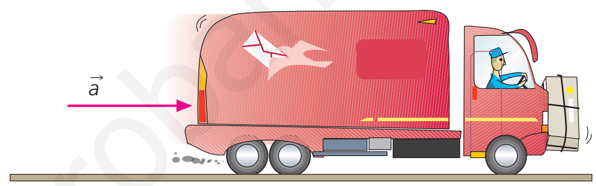
Polea a: Suponemos que el sistema se desplaza en el sentido de la masa de 2 kg. Por tanto, las ecuaciones del movimiento serán:

$$2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - T = 2\ \text{kg} \cdot a;\ T - 1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1\ \text{kg} \cdot a$$
$$a = 3{,}27\ \text{m/s}^2 \ \text{ y } \ T = 13{,}1\ \text{N}$$

Polea b: Suponemos, asimismo, que el sistema se mueve en el sentido de la masa de 2 kg. Por otra parte, en esta polea la tensión (fuerza con la que tira la cuerda) es conocida e igual a 9,8 N.

$$2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 9{,}8\ \text{N} = 2\ \text{kg} \cdot a;$$
$$a = 4{,}9\ \text{m/s}^2$$

15 **El coeficiente de rozamiento entre la caja y el camión de la figura es de 0,7. La masa de la caja es de 3 kg. En esas condiciones, ¿cuál debe ser la aceleración del conjunto para que la caja no se caiga?**



La fuerza que oprime la caja contra el camión es la propia fuerza motriz del camión. Por tanto, para que la caja no caiga, debe cumplirse:

$$\mu ma \geq mg \Rightarrow a \geq \frac{g}{\mu} = 14\ \text{m/s}^2$$

16 **Una persona de 65 kg de masa monta en un ascensor de 100 kg de masa para iniciar el descenso. El ascensor arranca con una aceleración de 2 m/s2. Realiza los diagramas de fuerzas pertinentes y determina, para ese momento:**

a) **La tensión del cable que sujeta el ascensor.**

b) **La fuerza ejercida sobre el suelo del ascensor.**

a) Si m es la masa del ascensor *y m'* la de la persona, mientras desciende con aceleración constante, se cumplirá que:

$$(m + m')g - T = (m + m')a \Rightarrow T = 1287\ N$$

b) Concentrándonos en la persona y el suelo del ascensor, tendremos que:

$$mg - N = ma \Rightarrow N = 507\ N$$

donde *N* es la reacción normal del suelo, que coincide con la fuerza que ejerce la persona sobre el mismo.

17 **Un cuerpo de 3 kg está suspendido de un hilo no extensible y sin masa de 1 m de longitud, cuyo extremo opuesto se encuentra unido a un punto fijo del techo. El cuerpo describe una circunferencia de 50 cm de radio en un plano horizontal.**

a) **Calcula la tensión del hilo y el módulo de la velocidad.**

b) **Si en un cierto instante se rompe el hilo, halla el módulo de la velocidad en el momento en que el cuerpo llega al suelo, teniendo en cuenta que el techo está a una altura de 3 m.**

a) Con los datos de la longitud del hilo y del radio de la circunferencia podemos determinar el ángulo que forma el hilo con la vertical:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 30°$$

Haciendo la descomposición de la tensión en sus componentes, se observa que:

$$T\ \cos 30° = mg \Rightarrow T = 34\ \text{N}$$

Como, por otra parte, $T\ \text{sen}\ 30° = mv^2/r$, podemos concluir que $v = 1{,}68$ m/s.

b) La velocidad horizontal con la que sale el cuerpo es:

$$v_x = 1{,}68 \text{ m/s}$$

La altura a la que oscila la bola es:

$$h = 3 - L\ \cos 30° = 2{,}13 \text{ m (sobre el suelo)}$$

Así pues, cuando llegue al suelo, habrá adquirido una componente vertical, v_y, de valor:

$$v_y = \sqrt{2gh} = 6{,}46 \text{ m/s}$$

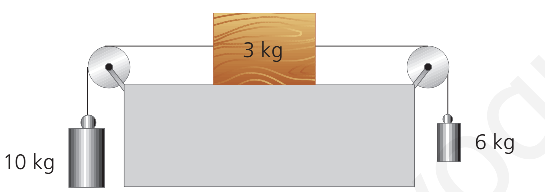
Por tanto, la velocidad total será:

$$v = 6{,}68 \text{ m/s}$$

18 **Determina la aceleración, así como el sentido del movimiento, del sistema de la figura si:**

a) **No hay rozamiento.**

b) **El coeficiente de rozamiento es 0,3.**



A la vista de las masas, el sistema, en caso de moverse, lo hará de modo que la masa central se desplace hacia la izquierda. Si no hay rozamiento, las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo son:

- Para $m_a = 10$ kg: $m_a g - T = m_a a$
- Para $m_b = 3$ kg: $T - T' = m_b a$
- Para $m_c = 6$ kg: $T - m_c a$

En estas expresiones, T es la tensión de la cuerda que une m_a y m_b, mientras que T' es la tensión de la cuerda que une m_b y m_c. Sumando, obtenemos:

$$(m_a - m_c)g = (m_a + m_b + m_c)\ a$$

De este modo, $a = 2{,}06$ m/s^2.

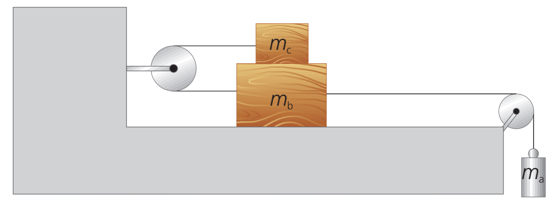
Si hay rozamiento, las ecuaciones de m_a y m_c quedarían iguales, pero la de m_b será:

$$T - T' - \mu m_b g = m_b a$$

Resolviendo a, obtenemos:

$$a = 1{,}59 \text{ m/s}^2$$

19 **En el sistema dibujado, las masas valen $m_a = 15$ kg, $m_b = 5$ kg y $m_c = 3$ kg, y μ_c entre m_b y m_c es de 0,3. Si los demás rozamientos son despreciables (así como las masas de las poleas y la cuerda), halla la aceleración del sistema y las tensiones de las cuerdas.**



Aplicando las ecuaciones de movimiento a cada cuerpo:

- Para m_a: $m_a g - T = m_a a$
- Para m_b: $T - T' - F_{r\ bc} = m_b a$
- Para m_c: $T' - F_{r\ bc}$

Sumando las tres expresiones, obtenemos:

$$m_a g - 2F_{r\ bc}\,(m_a + m_b + m_c)\,a$$

La fuerza de rozamiento, $F_{r\ bc}$, es $\mu m_c g$.De este modo:

$$a = 5{,}64 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo el valor de la aceleración en la primera ecuación, obtenemos la tensión, T, y en consecuencia, T':

$$T = 62{,}7 \text{ N}$$

$$T' = 25{,}7 \text{ N}$$

20 **Repite el problema anterior si el coeficiente de rozamiento cinético entre m_b y la mesa es de 0,2.**

En este caso, la ecuación de movimiento para m_b será:

$$T - T' - F_{r\ \text{suelo}} - F_{r\ bc} = m_b a$$

Y la ecuación global será:

$$m_a g - \mu'(m_b + m_c)g - 2\mu m_c g = (m_a + m_b + m_c)a$$

por lo que:

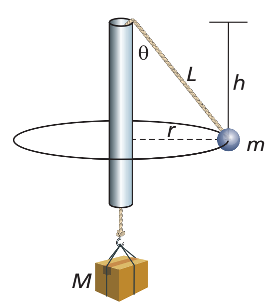
$$a = 4{,}94 \text{ m/s}^2$$

Resolviendo T y T', se obtiene:

$$T = 72{,}9 \text{ N}$$

$$T' = 23{,}6 \text{ N}$$

21 **Una cuerda de cuyos extremos penden dos masas, M y m ($M > m$) se hace pasar a través de un tubo hueco que no ejerce fricción sobre la cuerda. El sistema se hace girar con un periodo T alrededor del tubo, como se aprecia en la figura, de modo que la masa M permanece en reposo. Deduce las expresiones de:**



a) **El ángulo θ en función de las masas M y m.**

b) **El periodo T en función de h y g.**

c) **La longitud L en función de las masas, el periodo y g.**

a) La condición de equilibrio de la masa M exige, por una parte, que:

$$T = Mg$$

A su vez, la condición de péndulo cónico de la masa m que describe círculos, exige que:

$$T \ \text{sen}\ \theta = m\frac{4\pi^2}{T^2}\ r$$
$$T \ \cos\theta = mg$$

(Ojo, no confundir tensión con período en la expresión).

Dado que $T = Mg$, sustituyendo en la última expresión se deduce que el ángulo en función de las masas responde a la expresión:

$$\cos\theta = \frac{m}{M}$$

b) Dividiendo las dos expresiones correspondientes a la masa m, se obtiene:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{4\pi^2 r}{g\ T^2}$$

Como se desprende de la figura, $r = h \cdot tg\ \theta$, por lo que, despejando el período T se obtiene finalmente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

c) Considerando que $h = L\ \cos\theta$ y que, a su vez,

$$\cos\theta = \frac{m}{M}$$

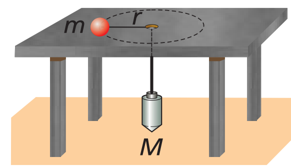
Entonces:

$$L = \frac{M}{m}h$$

Despejando h de la expresión del período y sustituyéndolo en la anterior igualdad, se obtiene finalmente:

$$L = \frac{M}{m}\frac{gT^2}{4\pi^2}$$

22 Una cuerda, que pasa a través de un orificio practicado en una mesa (que no ejerce fricción alguna), une dos masas, m y M ($M > m$), como muestra la figura. Si el coeficiente de rozamiento estático entre la masa m y la mesa es μ_e, determina:



a) Las expresiones de los valores máximo y mínimo del periodo con el que podría girar m para que describiera círculos estables de radio r.

b) Esos mismos valores si $M = 2m$, $\mu_e = 0{,}5$ y $r = 1$ m.

a) La situación descrita en el problema exige, por una parte, que:

$$Mg = T$$

Por otra parte, la condición de que la masa m describa círculos estables de radio r implica que no se deslice ni hacia el centro de la circunferencia (F_{roz} opuesta a la tensión T) ni hacia fuera de ella (F_{roz} en la dirección y sentido de la tensión T), es decir:

$$T - \mu mg = m\omega^2 r$$
$$T + \mu mg = m\omega^2 r$$

Teniendo en cuenta que $T = Mg$, entonces podemos escribir:

$$(M - \mu m)g = m\frac{4\pi^2}{T^2}\ r$$
$$(M + \mu m)g = m\frac{4\pi^2}{T^2}\ r$$

Despejando el período de ambas obtenemos que los valores máximo y mínimo del período de revolución obedecen, respectivamente, a las siguientes expresiones:

$$T_{máx} = 2\pi\sqrt{\frac{m\ r}{(M - \mu m)g}}$$
$$T_{mín} = 2\pi\sqrt{\frac{m\ r}{(M + \mu m)g}}$$

b) Considerando los valores ofrecidos en el problema y sustituidos en las expresiones anteriores, se obtiene que:

$$T_{máx} = 1{,}64 \text{ s}$$
$$T_{mín} = 1{,}27 \text{ s}$$

SOLUCIONES DE LA EVALUACIÓN FINAL (página 311)

1. Un cuerpo que parte del reposo se desliza por un plano inclinado 20º recorriendo 80 m en 20 s con aceleración constante. Determina el valor del coeficiente de rozamiento de dicho cuerpo con el plano.

Partiendo de que $s = \frac{1}{2} a\ t^2$, despejando la aceleración, esta resulta ser igual a 0,4 m/s². Por otra parte, la ecuación dinámica del cuerpo en el plano inclinado es:

$$mg\ \text{sen}\ 20 - \mu\ mg\ \cos 20 = m\ a$$

despejando μ se obtiene:

$$\mu = \text{tg}\ 20 - \frac{a}{g\ \cos 20} = 0{,}32$$

2. Una fuerza produce sobre un muelle A un alargamiento que es el doble que el que esa misma fuerza produce sobre un muelle B. ¿Cómo son, comparativamente, las constantes elásticas de ambos muelles?

La constante elástica del muelle A es la mitad que la del muelle B, relación que se extrae de igualar las fuerzas que operan sobre ambos.

3. Un cuerpo se desliza por una superficie horizontal con una velocidad inicial de 12 m/s. Si después de recorrer 15 m su velocidad es de 4 m/s, ¿cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano?

La aceleración viene dada por:

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2\ s} = -4{,}26\ \text{m/s}^2$$

Dado que la única fuerza actuante es la de fricción, se cumple que:

$$-\mu\ m\ g = m\ a \rightarrow \mu = -\frac{a}{g} = 0{,}43$$

4. Una masa *m* de 15 kg está unida a un resorte de constante *k* = 120 N/m que se encuentra sobre un plano inclinado 30°. Si el coeficiente de fricción entre la masa y el plano es de 0,35, ¿cuál es el alargamiento que se producirá en el muelle?

Procediendo de modo similar al expuesto en el apartado **b)** del problema 7 de las actividades y tareas, obtenemos que el alargamiento viene dado por:

$$x = \frac{mg\ (\text{sen}\ \theta - \mu\ \cos\theta)}{K} = 0{,}24\ \text{m}$$

5. Un coche circula sin cadenas por una carretera recién nevada. El coeficiente de fricción estático entre los neumáticos y la carretera es, en esas condiciones, de 0,068. ¿Cuál es la máxima pendiente que podría ascender el vehículo circulando a velocidad constante?

La condición para que el coche ascienda la pendiente con velocidad constante sin que patine la rueda, exige que F_{roz} = mg sen θ. Así pues:

$$\mu\ mg\ \cos\theta = mg\ \text{sen}\ \theta \rightarrow \mu = tg\ \theta$$

En consecuencia, para ese valor de coeficiente de fricción, la máxima pendiente será de 3,89°.

6. De los extremos de una cuerda que pasa por una polea simple cuelgan dos masas de 1,2 y 1,8 kg. Si inicialmente ambas se encontraban a la misma altura y se deja libre el sistema, ¿qué distancia las separará al cabo de 2 s? ¿Qué velocidad llevará cada masa en ese momento? (Considera que la cuerda y la polea *tienen* masa apreciable.)

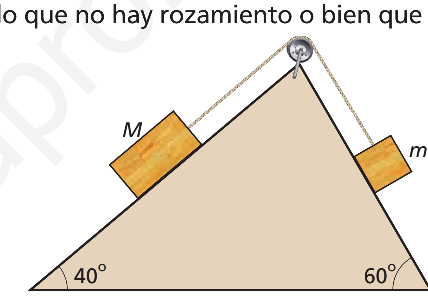
La aceleración que adquieren las masas viene dada por:

$$a = \frac{M - m}{M + m}\ g = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

Y la distancia que cada una recorre desde el reposo viene dada por $s = \frac{1}{2} a\ t^2$, y la distancia que les separará al cabo de un tiempo *t* será el doble, 2*s*, que al cabo de 2 s resulta ser 4*a* = 7,84 m.

La velocidad de cada masa viene dada por $v = at$ = 3,92 m/s.

7. Determina la aceleración del sistema de la figura y el sentido del movimiento, si *M* = 20 kg y *m* = 8 kg, considerando que no hay rozamiento o bien que μ = 0,2.



El sistema se mueve hacia la izquierda, por lo que las ecuaciones dinámicas sin rozamiento para cada uno de los cuerpos son:

$$Mg\ \text{sen}\ 40 - T = Ma$$
$$T - mg\ \text{sen}\ 60 = ma$$

Por tanto:

$$a = \frac{M\ \text{sen}\ 40 - m\ \text{sen}\ 60}{M + m}\ g = 2{,}07\ \text{m/s}^2$$

Al introducir las fuerzas de rozamiento en las anteriores ecuaciones dinámicas, se obtiene:

$$a' = \frac{M\ (\text{sen}\ 40 - \mu\ \cos 40) - m\ (\text{sen}\ 60 + \mu\ \cos 60)}{M + m}\ g$$

$$a' = 1{,}74\ \text{m/s}^2$$

8. ¿A qué frecuencia debe girar una atracción de feria en forma de cilindro de 3 m de radio para que las personas queden «adheridas» a las paredes si caer al suelo? El coeficiente de fricción con las paredes es de 0,7.

La fuerza de fricción contra las paredes debe ser igual al peso, de modo que, como se explicó en el problema 1 de actividades y tareas:

$$\mu\ m\omega^2 r = mg \rightarrow \mu\ 4\pi^2 f^2 r = g$$

Despejando la frecuencia:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\mu\ r}} = 0{,}34\ s^{-1}$$

9. **Comprueba que la masa *m* que necesitaríamos colgar del extremo de la cuerda que pasa por la polea fija de un polipasto que tiene *n* poleas móviles responde a la expresión: $m = M/2^n$ Siendo *M* la masa que deseamos equilibrar y que cuelga de la última polea móvil del polipasto.**

Como puede comprobarse a partir del problema 10 de actividades y tareas, en cada polea móvil la tensión (que en la polea inferior es igual al peso *Mg* que cuelga) se divide entre 2. Por tanto, si tenemos *n* poleas y la masa *m* debe equilibrar el sistema, entonces se cumple que:

$$m = \frac{M}{2^n}$$

10. **Cuando comprimes un muelle contra el suelo y posteriormente lo sueltas, se eleva. Razona cuál es la fuerza que hace que el muelle se eleve.**

La fuerza que hace que se eleve es la reacción normal del suelo sobre el muelle, de valor igual a la fuerza restauradora más el peso del mismo.

RÚBRICA DE ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

Estándar de aprendizaje evaluable	Herramientas de evaluación (actividades del LA)	Excelente 3	Satisfactorio 2	En proceso 1	No logrado 0	Puntos
2.1 Resuelve problemas en los que aparecen fuerzas de rozamiento en planos horizontales o inclinados.	A: 1-3 ER: 1 AT: 1-5	Realiza de manera adecuada los cálculos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Realiza los cálculos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Realiza los cálculos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
4.1 Determina experimentalmente la constante elástica de un resorte mediante la ley de Hooke.	A: 4-6 AT: 6,7	Explica de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
5.1 Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.	A: 7, 8 ER: 2, 3 AT: 8, 11, 13, 15, 16, 18, 19, 21	Representa de manera adecuada todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.	Representa las fuerzas que actúan sobre un cuerpo de manera algo incompleta, aunque válida.	Representa las fuerzas que actúan sobre un cuerpo con errores.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
6.1 Resuelve el movimiento de cuerpos unidos por cuerdas o poleas a partir de las fuerzas actuantes.	A: 7, 8 ER: 2, 3 AT: 8, 11, 13, 15, 16, 18, 19, 21	Resuelve de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
6.2 Dibuja y resuelve situaciones dinámicas dentro de un ascensor en distintos estados de movimiento.	A: 14, 15 AT: 16	Dibuja y resuelve de manera adecuada las situaciones, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Dibuja y resuelve las situaciones de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Dibuja y resuelve las situaciones con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
7.1 Resuelve situaciones dinámicas en sistemas no inerciales que justifican la aparición de fuerzas de inercia.	A: 16-17	Resuelve de manera adecuada las situaciones, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve las situaciones de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve las situaciones con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	

A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas.

PRUEBA DE EVALUACIÓN A

1. **Razona la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes afirmaciones:**

a) **La fuerza de rozamiento es siempre directamente proporcional al peso de un cuerpo y opuesta al movimiento de este.**

b) **El coeficiente de rozamiento cinético es siempre superior al estático para la fricción entre los mismos materiales.**

c) **Una constante restauradora k muy elevada para un muelle significa que dicho muelle sufrirá grandes estiramientos o deformaciones bajo pequeñas fuerzas.**

d) **Cuando un coche frena bruscamente y se bloquean las ruedas, el coeficiente de rozamiento que actúa es el cinético.**

a) Falso; la fuerza de rozamiento es directamente proporcional al valor de la fuerza que oprime (perpendicularmente) una superficie contra otra (es decir, a la fuerza que solemos denominar «normal»). La componente normal del peso tiene el mismo valor que este únicamente cuando el cuerpo se encuentra sobre un plano horizontal rígido.

b) Falso; el coeficiente de rozamiento estático es siempre superior al cinético, como lo demuestra el hecho de que se requiera emplear más fuerza para poner un cuerpo en movimiento que la posteriormente necesaria para mantenerlo en movimiento con velocidad constante.

c) Falso; es exactamente lo contrario. Si k es muy grande, presenta una gran resistencia a la deformación.

d) Verdadero, pues las ruedas bloqueadas, en ese caso, se deslizan por la superficie.

2. **Elige la respuesta o respuestas que consideres acertadas, razonando tu contestación:**

La fuerza con que un cuerpo atrae a la Tierra:

a) **es directamente proporcional a la masa de ese cuerpo.**

b) **es independiente de la masa de ese cuerpo.**

c) **vale igual que el peso del cuerpo en el punto en el que se encuentre.**

d) **es despreciable frente a la fuerza con que la Tierra lo atrae.**

e) **es nula, pues no comunica aceleración a la Tierra.**

a) Verdadero, como se desprende del enunciado de la ley de gravitación universal.

b) Falso, pues es la negación de lo anterior.

c) Verdadero, pues la fuerza de atracción gravitatoria entre el cuerpo y la Tierra equivale al peso del cuerpo.

d) Falso; dichas fuerzas son iguales, como se desprende del enunciado de la tercera ley de Newton.

e) Falso; la aceleración esencialmente nula de la Tierra se debe a su gran masa, pero no a la ausencia de fuerza.

3. **Elige, razonándola, la respuesta que consideres acertada:**

Al comprimir un muelle contra el suelo y luego soltarlo, este se eleva debido a:

a) **la fuerza de reacción, igual en magnitud a la que ejercíamos al mantenerlo oprimido.**

b) **la fuerza restauradora elástica del muelle.**

c) **la reacción normal del suelo sobre el muelle, de valor igual a la fuerza restauradora más el peso del mismo.**

La respuesta correcta es la c).

La respuesta a) no tiene sentido por dos motivos; el primero es que la fuerza de reacción actuaría sobre nuestra mano y no sobre el muelle. El segundo, que las fuerzas de reacción desaparecen cuando desaparece la acción.

En el caso b), la fuerza restauradora la ejerce el muelle sobre el suelo (actúa, pues, sobre la superficie del suelo).

La respuesta c) explica que, en el instante de soltarlo, la fuerza neta que actúa verticalmente hacia arriba es mayor que la dirigida hacia abajo (el peso del muelle). En consecuencia, el muelle se eleva.

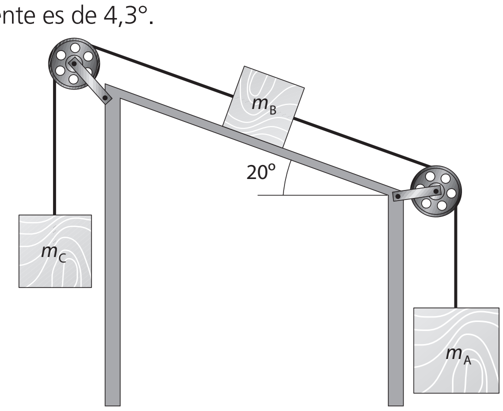
4. **Un coche circula por una carretera recién nevada sin llevar cadenas. El coeficiente de fricción estático entre los neumáticos y la carretera es, en esas condiciones, de 0,075. ¿Cuál es la máxima pendiente que podría ascender el vehículo circulando a velocidad constante (sin aceleración)?**

Como puede apreciarse en la figura, la condición para que el coche ascienda la pendiente con velocidad constante sin que patine la rueda exige que $F_{roz} = mg \text{ sen } \alpha$.

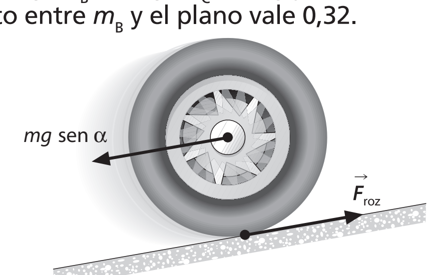
Así pues:

$$\mu \ mg \ \cos = mg \ \text{sen } \alpha \Rightarrow \text{tg } \alpha = \mu$$

Sustituyendo el valor de μ, obtenemos que la máxima pendiente es de 4,3°.



5. **Determina la aceleración con que se moverá el sistema de la figura, así como las tensiones en ambas cuerdas, si $m_A = 4$ kg, $m_B = 2$ kg, $m_C = 3$ kg y el coeficiente de rozamiento entre m_B y el plano vale 0,32.**



Las ecuaciones de movimiento del sistema son:

$$m_A g - T_1 = m_A a$$

$$T_1 + m_B g \ \text{sen } 20 - T_2 - m_B g \ \cos 20 = m_B a$$

$$T_2 - m_C g = m_C a$$

Sumando las tres ecuaciones y despejando la aceleración, obtenemos:

$$a = g\frac{m_A + m_B \text{ sen } 20 - m_B \cos 20 - m_C}{m_A + m_B + m_C} = 1{,}17 \text{ m/s}^2$$

Valor que, sustituido en la primera y tercera ecuación, permite calcular las tensiones, de donde resulta: $T_1 = 34{,}5$ N y $T_2 = 32{,}9$ N.

6 **Determina a qué distancia del centro terrestre habrá que situar un objeto para que su peso se reduzca a la mitad de su valor en la superficie. Expresa la distancia en términos del radio terrestre y calcula posteriormente su valor numérico teniendo en cuenta que $r_T = 6\,370$ km.**

A la distancia *r'* que buscamos, el valor de *g'* es igual a GmT/r'^2. Puesto que este valor ha de ser la mitad del correspondiente a la superficie, entonces:

$$G\frac{m_T}{r'^2} = \frac{1}{2}G\frac{m_T}{r'^2} \Rightarrow r' = \sqrt{2}\cdot r_T$$

Es decir, sustituyendo finalmente el valor del radio terrestre, habría que situar el objeto a una distancia de 9 008 km del centro terrestre (2 638 km sobre la superficie) para que su peso se reduzca a la mitad de su valor en la superficie.

7. **Calcula qué masa *M* tendríamos que fijar a un muelle de constante $k = 150$ N/m que se encuentra sobre un plano inclinado de 40° para que se produzca el mismo estiramiento que se conseguiría si, estando el muelle en posición vertical, colgáramos de él una masa de 2 kg. Considera que el coeficiente de fricción entre la masa *M* y el plano inclinado es de 0,38.**

El estiramiento que se produciría al colgar en posición vertical una masa de 2 kg se deduce de la igualdad $mg = kx$, que conduce a $x = 0{,}13$ m o 13 cm. En la situación de plano inclinado descrita en el problema, una vez fija la masa y producido el consiguiente estiramiento, se cumplirá que:

$$Mg \text{ sen } 40 = \mu Mg \cos 40 + kx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{kx}{g(\text{sen } 40 - \mu \cos 40)} = 5{,}66 \text{ kg}$$

PRUEBA DE EVALUACIÓN B

Señala la respuesta correcta en cada uno de los ejercicios:

1. **Los coeficientes de rozamiento:**
   a) Dependen de la fuerza normal que actúe entre los cuerpos.
   b) Cinéticos son siempre mayores que los estáticos.
   c) **Estáticos son siempre mayores que los cinéticos.**
2. **La gravedad a que está sometido un astronauta en órbita a 500 km de altura sobre la superficie terrestre:**
   a) Es nula.
   b) **Tiene el valor de 8,4 m/s^2.**
   c) Tiene un valor de 0,98 m/s^2.
3. **En situación de ingravidez:**
   a) Costaría lo mismo empujar a un elefante que a una pelotita, pues ninguno pesaría.
   b) El concepto de inercia carece de sentido.
   c) **Costaría muchísimo mover un elefante.**
4. **La fuerza de rozamiento de un cuerpo sobre una superficie horizontal:**
   a) **Es proporcional al peso del cuerpo.**
   b) Es proporcional a la fuerza que oprime el cuerpo contra el suelo.
   c) Solo depende de la masa del cuerpo.
5. **Las fuerzas restauradoras que operan sobre un cuerpo sometido a deformación:**
   a) Son constantes.
   b) Son inversamente proporcionales a la deformación producida.
   c) **Son directamente proporcionales y opuestas a la deformación.**
6. **La fuerza responsable de la coexistencia de protones en el núcleo es:**
   a) La gravitatoria.
   b) **La fuerte.**
   c) La electromagnética.
7. **Cuando un ascensor arranca acelerando hacia arriba:**
   a) Nuestro peso aumenta.
   b) **Aumenta la fuerza que ejercemos contra el suelo.**
   c) Disminuye la fuerza que ejercemos contra el suelo.
8. **El coeficiente de rozamiento estático de un cuerpo puede medirse:**
   a) **Calculando la tangente del ángulo sobre el que empieza a resbalar el cuerpo.**
   b) Calculando el seno del ángulo sobre el que empieza a resbalar el cuerpo.
   c) Midiendo la distancia que recorre hasta que se para después de lanzarlo con cierta velocidad.
9. **Una misma fuerza:**
   a) Produce mayor alargamiento en muelles de mayor constante elástica.
   b) **Produce mayor alargamiento en muelles de menor constante elástica.**
   c) Produce el mismo alargamiento independientemente de la constante elástica.
10. **La Tierra:**
    a) Atrae, en su superficie, a todos los cuerpos con la misma fuerza.
    b) **Atrae, en su superficie, con más fuerza a los cuerpos de mayor masa.**
    c) **Es atraída por una pluma con la misma fuerza con que ella atrae a la pluma.**