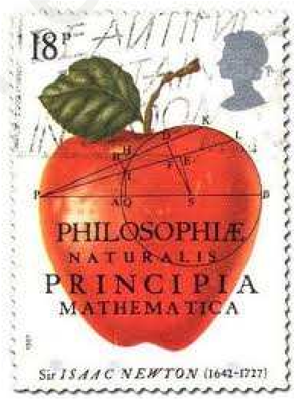
DINAMICA.

Física

1º Bachillerato.
Física.



ESQUEMA DE LA UNIDAD

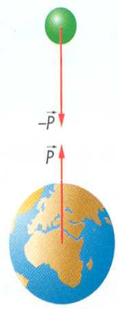
Física

1. LAS FUERZAS Y SU MEDIDA
   - 1.1 FUERZAS Y DEFORMACIONES: LEY DE HOOKE
2. CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS
3. LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS
4. PRIMERA LEY DE NEWTON.
5. SEGUNDA LEY DE NEWTON.
6. TERCERA LEY DE NEWTON.
7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA.
8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS.
9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.
10. APLICACIONES DE LA DINAMICA.
    - 10.1 APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA.
    - 10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES.
    - 10.3 MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS.
    - 10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO.
    - 10.5 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR.

1 LAS FUERZAS Y SU MEDIDA

- **EL ORIGEN DE LAS FUERZAS.**
- La ciencia nos ha enseñado que los cuerpos no tienen fuerza: los cuerpos tienen energía.
- **Las fuerzas surgen cuando los cuerpos interaccionan entre sí.**
- Si no se producen interacciones entre dos cuerpos, no hay fuerzas.

- **¿CÓMO ACTÚAN LAS FUERZAS?**
- En muchas ocasiones, la interacción entre los cuerpos se produce por contacto directo entre ambos, como ocurre al comprimir un muelle o darle una patada a un balón: son las **fuerzas de contacto**.
- Sin embargo, hay fuerzas que pueden actuar a grandes distancias, como ocurre con las fuerzas gravitatorias y las electromagnéticas: las llamamos **fuerzas a distancia**.
- En ambos casos, las fuerzas son siempre consecuencia de la interacción entre dos cuerpos (o sistemas materiales) y, por tanto, **siempre aparecen por parejas**. Lo que ocurre es que lógicamente los **efectos de ambas fuerzas son diferentes**, porque actúan sobre cuerpos de masas muy distintas.



Las fuerzas, en este caso el peso, se ejercen de forma recíproca y con la misma intensidad entre los dos cuerpos que interaccionan.

La misma fuerza, actuando sobre una bola de madera y otra de plomo, producirá una mayor aceleración en la primera porque su masa es menor. Los efectos que las fuerzas producen dependen de las características de los cuerpos sobre los que actúan.

1 LAS FUERZAS Y SU MEDIDA (II)

- **DEFINICIÓN.**

- **Fuerza es toda causa capaz de producir modificación del estado de movimiento de los cuerpos (aceleraciones) o deformaciones sobre los cuerpos.**

- **DEFORMACIONES SOBRE LOS CUERPOS.**

- Las deformaciones que producen las fuerzas sobre los cuerpos dependen de la naturaleza de estos. Algunos se deforman permanentemente; son los **cuerpos plásticos**, y otros recuperan la forma inicial una vez que cesa la fuerza: son los **cuerpos elásticos**, como una lámina de acero o un muelle.
- Los **sólidos rígidos** no cambian prácticamente su forma al aplicarles una fuerza.
- En realidad todos tienen un comportamiento elástico mientras las fuerzas sean pequeñas, pero cuando estas aumentan y sobrepasan el denominado **límite de elasticidad**, cambian su comportamiento elástico por plástico.

- **UNIDADES DE FUERZA.**

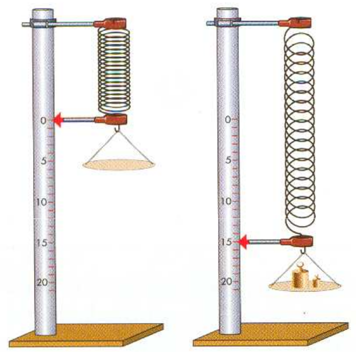
Su unidad en el S.I. es el newton (N)

1.1 FUERZAS Y DEFORMACIONES: LEY DE HOOKE.

- En los cuerpos elásticos existe una relación entre la fuerza aplicada y la deformación producida. Para investigarla se puede realizar una **experiencia** como la que se indica a continuación:

- Al aplicar sucesivas fuerzas sobre un muelle, se obtienen los correspondientes alargamientos que recogemos en la tabla

Fuerza (N)	Longitud (m)	Deformación (m)
0	$\ell_0 = 0{,}2$	0
0,5	0,3	0,1
1	0,4	0,2
1,5	0,5	0,3



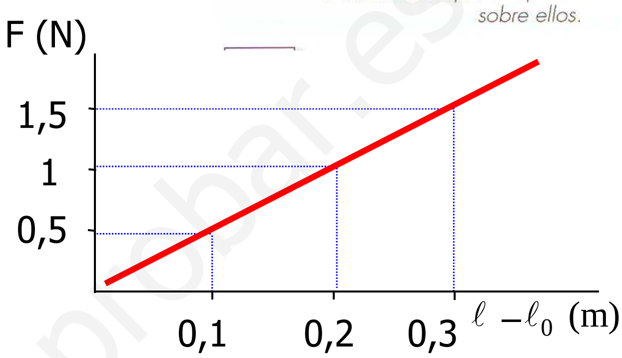
De acuerdo con la ley de Hooke, las deformaciones que sufren los cuerpos elásticos son proporcionales a las fuerzas que se aplican sobre ellos.

- Por tanto de acuerdo con la gráfica podemos afirmar que: **las deformaciones son directamente proporcionales a las fuerzas.**

- La expresión matemática de esta relación se conoce como **ley de Hooke:**

$$F = k \cdot \Delta l \quad \rightarrow \Delta l = l - l_0$$

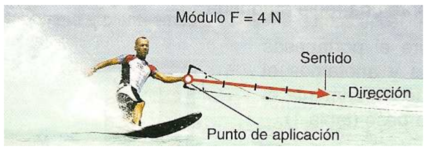
- Siendo k una constante de proporcionalidad (constante de recuperación del muelle), que depende de su naturaleza y que hay que determinar experimentalmente para cada muelle. Su unidad en el S.I es N/m



Si en la representación gráfica de la experiencia hubiésemos obtenido una línea curva. Indicaría que el objeto en estudio no es perfectamente elástico.

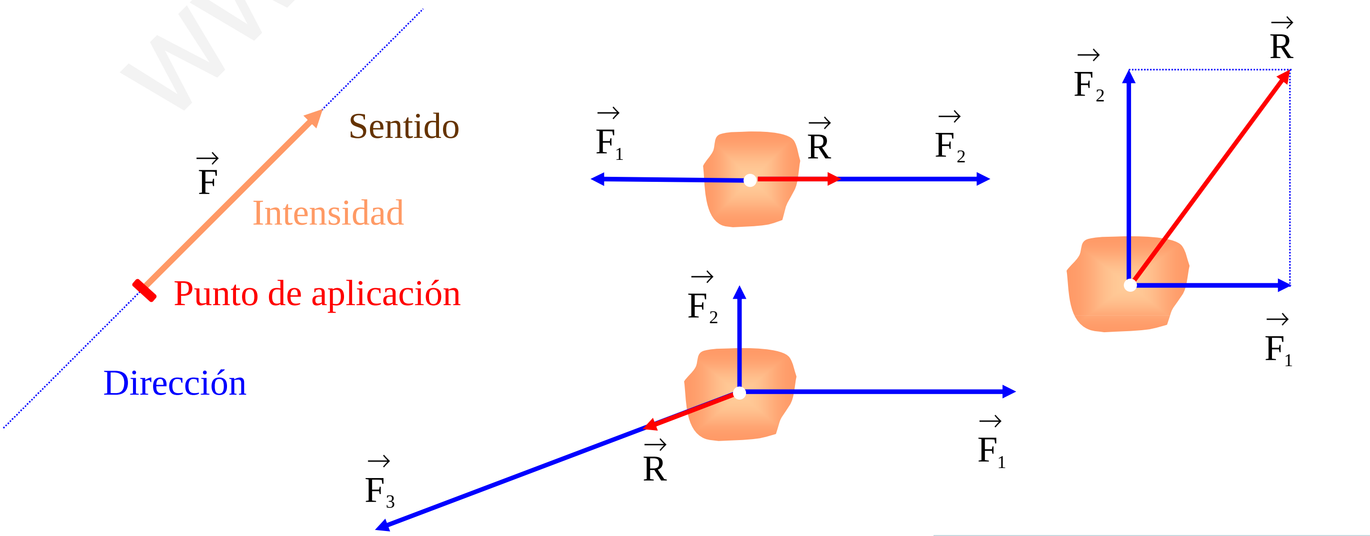
2 CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS

La fuerza es una magnitud vectorial



Composición de fuerzas

- Las fuerzas son magnitudes físicas con carácter vectorial. Sus efectos dependen de su intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación.

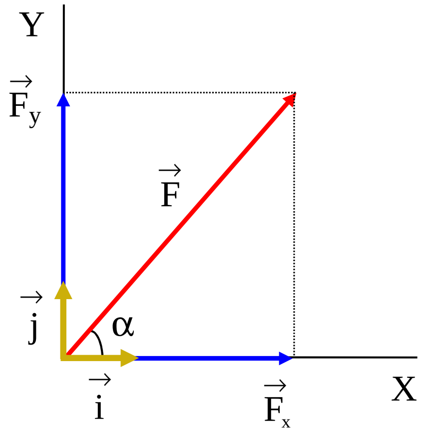


En general: $\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \ldots$

La Resultante R de un sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es la suma vectorial de todas las fuerzas del sistema.

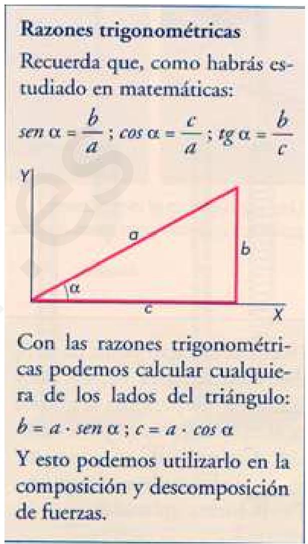
2 CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS (II)

Coordenadas cartesianas: componentes de una fuerza



- Se puede escribir el vector $\vec{F}$ como suma de otros dos dirigidos según los ejes X e Y
- Se puede expresar de 3 formas:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$
$$\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$
$$\vec{F}\,(F_x, F_y)$$


Razones trigonométricas
Recuerda que, como habrás estudiado en matemáticas:
$sen\,\alpha = \frac{b}{a}$; $cos\,\alpha = \frac{c}{a}$; $tg\,\alpha = \frac{b}{c}$

Con las razones trigonométricas podemos calcular cualquiera de los lados del triángulo:
$b = a \cdot sen\,\alpha$; $c = a \cdot cos\,\alpha$
Y esto podemos utilizarlo en la composición y descomposición de fuerzas.

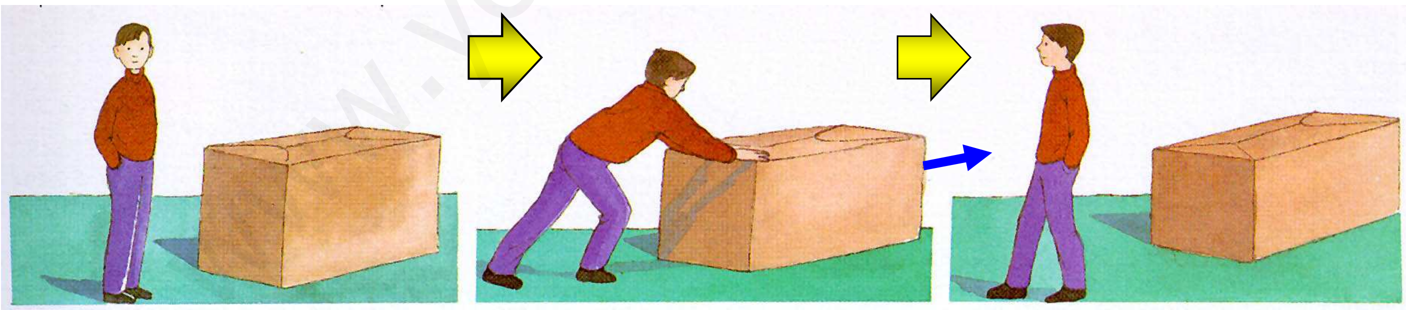
- El módulo de un vector $\vec{F}$: $|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$
- La suma de dos fuerzas:

$$\vec{F}_1 = F_{1x}\,\vec{i} + F_{1y}\,\vec{j}$$
$$\vec{F}_2 = F_{2x}\,\vec{i} + F_{2y}\,\vec{j}$$
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1x} + F_{2x})\,\vec{i} + (F_{1y} + F_{2y})\,\vec{j}$$

- Las componentes de una fuerza se obtienen a partir de consideraciones geométricas por descomposición de una fuerza : $F_x = F\cos\alpha$; $F_y = F\,\text{sen}\,\alpha$

3 LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

Relación entre fuerza y movimiento



El objeto se encuentra en reposo sobre un plano horizontal

Si queremos ponerlo en movimiento, habrá que empujarlo o tirar de él

Al cesar la fuerza, el objeto se detiene

- Para poner un cuerpo en movimiento partiendo del reposo, es necesario ejercer una fuerza sobre él
- No se necesita la acción de una fuerza para que un cuerpo mantenga su MRU o permanezca en reposo
- La parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las fuerzas que lo producen es la dinámica.

3 LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS (II)

Los principios de Newton

1ª Ley (ley de la inercia)

Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es nula, el cuerpo o bien está en reposo, o bien tiene un movimiento rectilíneo uniforme.

2ª Ley (ley fundamental de la dinámica)

Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones producidas. Esta constante se denomina masa inercial del cuerpo

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \ldots = \text{cte} = m$$

3ª Ley (principio de acción y reacción)

Para cada acción, existe siempre una reacción de la misma intensidad pero dirigida en sentido contrario

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Las leyes de Newton permiten resolver cualquier problema de mecánica entre cuerpos con velocidades muy inferiores a los de la luz y tamaños muy superiores a los de las partículas atómicas

4. PRIMERA LEY DE NEWTON

- Sabemos por experiencia que para que un balón de futbol en reposo se ponga en movimiento debemos aplicar una fuerza sobre él. También sabemos que si dicho balón se mueve con velocidad constante es preciso aplicarle una fuerza para que se detenga.
- Esta propiedad de los cuerpos de oponerse a todo cambio en su estado de reposo o de movimiento recibe el nombre de inercia.
- **Un cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él, o si la resultante de las fuerzas que actúan es nula.**
- Matemáticamente, podríamos expresarlo así:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow v = \text{cte}$$

- El método experimental llevó a **Galileo** a afirmar que los movimientos producidos en un objeto sobre un plano horizontal no eran permanentes debido a la existencia de fuerzas de rozamiento que los frenan. Sin embargo, la **ausencia total de estas fuerzas** permitiría que los cuerpos **mantuviesen su movimiento** rectilíneo uniforme.
- Un **ejemplo** de ausencia prácticamente total de fuerzas de rozamiento se da en el espacio. Las **naves espaciales**, como la Pioneer, aprovechan el estado de movimiento que les proporciona el empuje de sus motores, durante un corto espacio de tiempo, para moverse indefinidamente. De este modo pueden abandonar el sistema solar y moverse por el espacio exterior

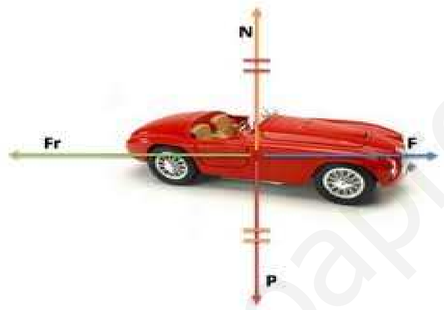
5. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Segundo principio de Newton. Ley fundamental de la dinámica.

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, éste adquiere una aceleración directamente proporcional a la fuerza aplicada, siendo la masa del cuerpo la constante de proporcionalidad.

- En general $\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}$ Ecuación fundamental de la dinámica

- La masa representa una medida de la inercia del cuerpo: cuánto mayor es la masa del cuerpo, mayor es la oposición a variar su estado de reposo o de M.R.U.



5. SEGUNDA LEY DE NEWTON (II)

Aplicación del segundo principio

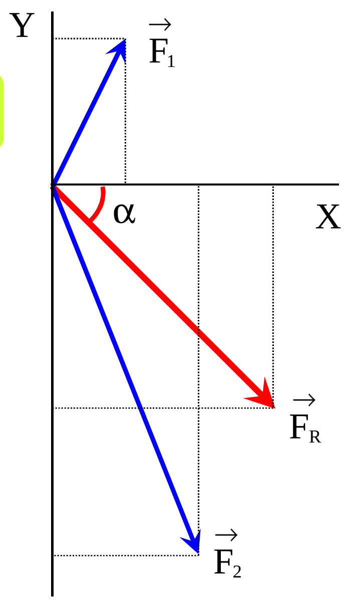
Un cuerpo de 2 kg está sometido a dos fuerzas $\vec{F}_1 = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ N y $\vec{F}_2 = 4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}$ N
a) Calcular el módulo y la dirección de la fuerza resultante b) ¿Cuál es la aceleración de este cuerpo? c) ¿Cuál es su velocidad al cabo de 5 s, suponiendo que inicialmente estaba en reposo?

a) Cálculo del módulo y dirección

$$\vec{F}_R = (2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}) + (4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}) = (6\,\vec{i} - 6\,\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_R = (6\,\vec{i} - 6\,\vec{j})$$

$$F_R = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 8{,}48\,\text{N} \Rightarrow F_R = 8{,}48\ \text{N}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-6}{6} = -1 \Rightarrow \alpha = -45^\circ$$



b) Cálculo de la aceleración

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{8{,}48}{2} = 4{,}24 \Rightarrow a = 4{,}24\ \text{m/s}^2$$

c) Cálculo de la velocidad si t = 5 s y $v_0 = 0$

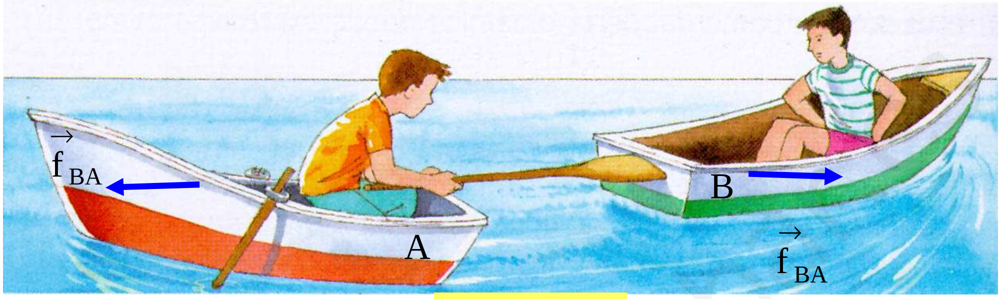
$$v = v_0 + a\,t = 0 + 4{,}24 \cdot 5 = 21{,}2 \Rightarrow v = 21{,}2\ \text{m/s}$$

6. TERCERA LEY DE NEWTON

Las fuerzas nunca actúan solas

- Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo siempre son debidas a la presencia de otros cuerpos más o menos próximos
- Si un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre un segundo, éste a su vez, ejerce otra igual y de sentido contrario (reacción) sobre el primero

Las fuerzas de acción y reacción no se anulan



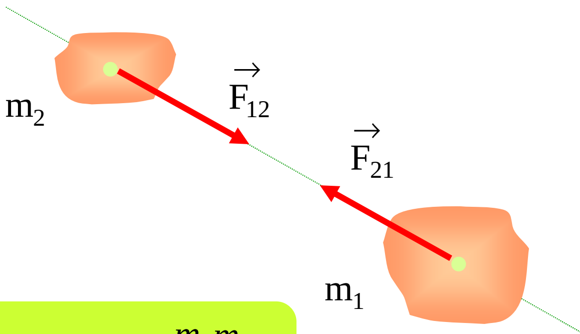
$$\vec{f}_{AB} = -\,\vec{f}_{BA}$$

- Las fuerzas se ejercen sobre cuerpos diferentes, por eso no se anulan
- Fuerzas iguales pueden producir aceleraciones diferentes en dichos cuerpos

7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Ley de la gravitación universal

Dos cuerpos se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.



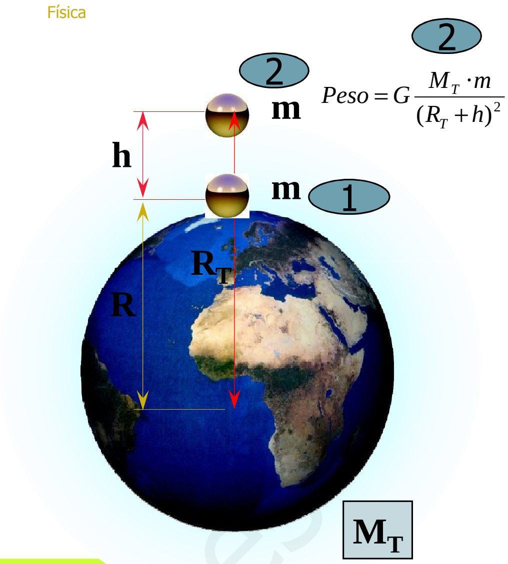
Newton: $F_N = G\,\dfrac{m_1 m_2}{d^2}$

Características

- Se ejerce entre dos masas cualesquiera. Es universal. Siempre atractiva
- No es posible aislar un cuerpo de la influencia del otro
- La fuerza gravitatoria se aplica en un punto llamado centro de gravedad del cuerpo
- Las distancias entre los cuerpos se toman entre sus centros de gravedad
- Cavendish determinó el valor de la constante: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$

7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA (II)

El peso de los cuerpos



- Es la fuerza con que la Tierra los atrae
- Es un caso particular de la Ley de Newton
- La dirección es radial y el sentido dirigido hacia el centro de la Tierra
- El peso se aplica en el centro de gravedad del cuerpo
- La intensidad de la fuerza en el S.I. es:

1

$$Peso = G\,\frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{6350000^2} \cdot m = 9{,}8 \cdot m$$

La constante de esta fuerza tiene unidades de aceleración y se conoce como **aceleración de la gravedad: g = 9,8 m/s²**. Es la aceleración que sufren los cuerpos que se encuentran cerca de la superficie de la tierra.

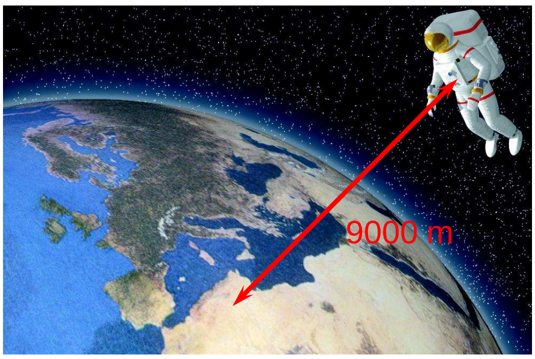
El peso es la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos que se encuentran sobre ella: **P = m · g**

7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA (III)

Aplicación al cálculo del peso de un cuerpo a cierta altura

Si una persona pesa 686 N en la superficie de la Tierra, ¿cuánto pesará a 9000 m de altura?

Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}\ N\ m^2 kg^{-2}$; $R_T = 6370$ km ; $M_T = 5{,}99.10^{24}$ kg



- Cálculo de la masa en la superficie terrestre

$$m = \frac{F_0}{g_0} = \frac{686}{9{,}8} = 70\ kg$$

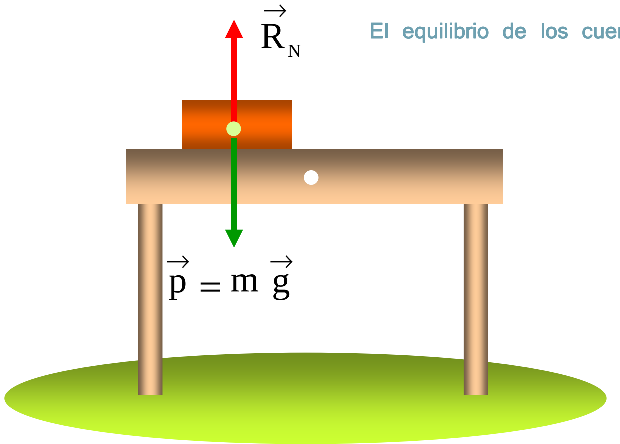
- Cálculo del peso a 9000 m de altura

La fuerza gravitatoria tanto a dicha distancia como sobre la superficie terrestre es:

$$\left.\begin{aligned} F &= G\,\frac{M_T\ m}{(R_T+h)^2} \\ F_0 &= G\,\frac{M_T\ m}{R_T^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F}{F_0} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} \Rightarrow F = \frac{F_0 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}{(6370 \cdot 10^3 + 9000)^2} = 684{,}06\ N$$

Luego el peso de la persona a 9000 m será: **F = 684,06 N**

8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS



El equilibrio de los cuerpos. Equilibrio y tercer principio

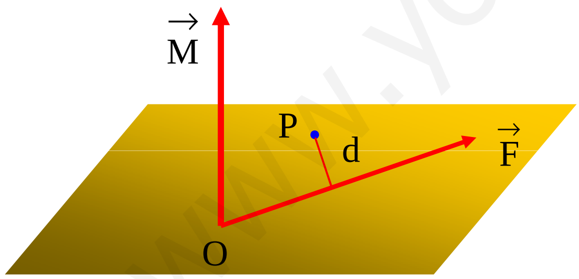
$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$
$$\vec{R}_N + (-\vec{p}) = m \cdot 0$$
$$\vec{R}_N = \vec{p} = m \cdot \vec{g}$$

Primera condición de equilibrio: La suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo debe ser nula. Esta condición logra que un cuerpo en reposo no se desplace.

ΣF = 0

8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS (II)

Momento de una fuerza



$\vec{M}$ es perpendicular al plano formado por $\vec{F}$ y P

- Aunque la fuerza resultante sobre un cuerpo sea nula, éste no siempre está en equilibrio, ya que los efectos de las fuerzas dependen de su punto de aplicación
- Los giros que producen las fuerzas en los cuerpos, se describen mediante sus momentos $\vec{M}$

El momento de una fuerza respecto a un punto P es un vector cuyo módulo es:

M = F · d · senα

- **Segunda condición de equilibrio**: la suma de los momentos de las fuerzas respecto a cualquier punto del cuerpo, debe ser nula. Esta condición logra que un cuerpo en reposo, no gire.

ΣM = 0

9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Cantidad de movimiento

Llamamos momento lineal o cantidad de movimiento, p, de un cuerpo al producto de su masa por su velocidad.

A partir de la Ecuación fundamental de la dinámica

- Se define $\vec{p} = m\,\vec{v}$ $\Rightarrow$ $\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a} = m\,\dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{m\,\vec{v} - m\,\vec{v}_0}{\Delta t} = \dfrac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \dfrac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo durante un cierto tiempo, produce una variación de su cantidad de movimiento

9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO (II)

Impulso de una fuerza

- Es el producto de una fuerza por el tiempo que actúa sobre un cuerpo

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = m\,\vec{v} - m\,\vec{v}_0$$

- El impulso de una fuerza ejercida sobre un cuerpo, se emplea en variar su cantidad de movimiento

Conservación de la cantidad de movimiento

- El disparo produce un retroceso del arma
- El fusil recibe un impulso igual y de sentido contrario

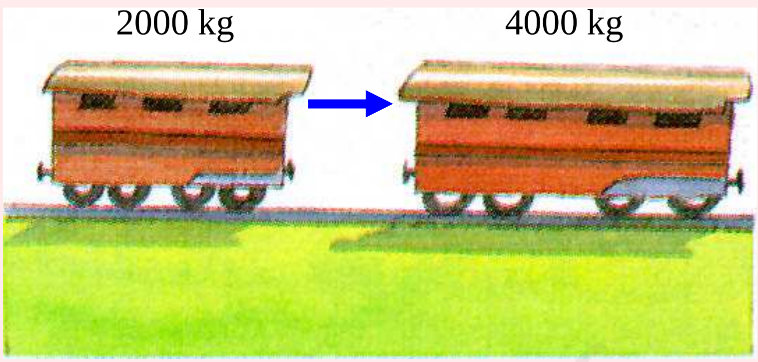
$$\vec{I}_f = -\,\vec{I}_p$$

- Cuando no actúa ninguna fuerza exterior sobre un sistema, la cantidad de movimiento se mantiene constante.
- $I = F \cdot \Delta t = 0 = \Delta p \rightarrow p_0 = p_f$

9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO (III)

Problema de choques

Un vagón de 2000 kg se mueve a 3 m/s por una vía horizontal y choca con otro de 4000 kg en reposo. Después del choque se acoplan y se mueven juntos. Calcular su velocidad

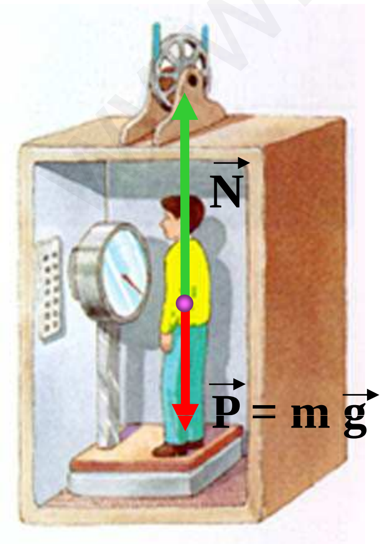


- Considerando los dos vagones como un conjunto, la cantidad de movimiento se mantiene constante tanto antes como después del enganche
- $$\underbrace{\vec{p}_{\text{antes del choque}}}_{2000\cdot 3\vec{i} + 4000\cdot(0\,\vec{i} + 0\,\vec{j})} = \underbrace{\vec{p}_{\text{después del choque}}}_{(2000+4000)\cdot\vec{v}} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = 1\,\vec{i}} \Rightarrow \boxed{v = 1\text{ m/s}}$$

10 APLICACIONES DE LA DINÁMICA

10.1 APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINAMICA

Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula (I)



$$\sum \vec{f}_i = m\,\vec{a}$$

$$N - P = m\,a$$

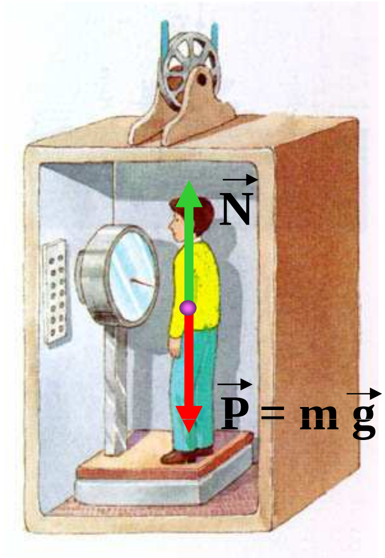
$$N = m\,(g + a)$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

Llamamos fuerza normal, N, a la fuerza que ejerce la superficie de apoyo de un cuerpo sobre éste.

10.1 APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINAMICA (II)

Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula (II)



$\vec{v}$ = cte

$$\sum \vec{f}_i = m\,\vec{a}$$

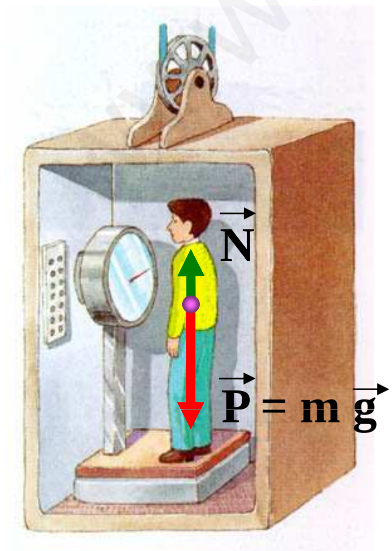
$$N - P = 0$$

$$N = P = m\,g$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

10.1 APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINAMICA (III)

Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula (III)



$\vec{a}$

$$\sum \vec{f}_i = m\,\vec{a}$$

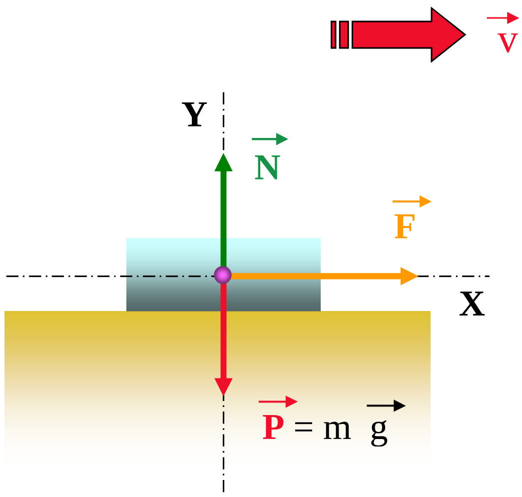
$$N - P = -\,m\,a$$

$$N = m\,(g - a)$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES

Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso (I)



$\vec{F}$: fuerza aplicada

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = F = m\,a_x$$

El cuerpo adquiere un MRUA de aceleración

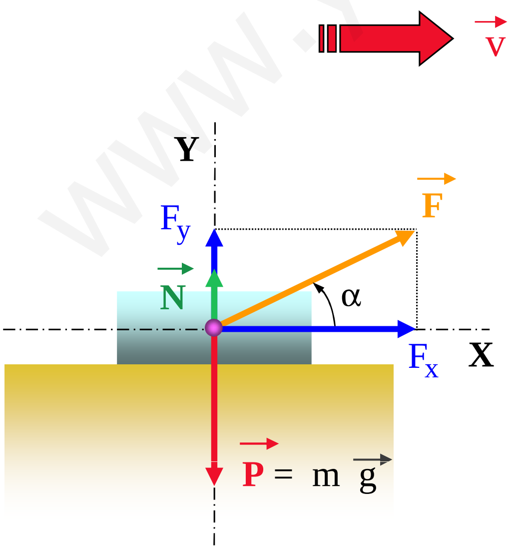
$$a_x = \frac{F}{m}$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = N - P = 0 \Rightarrow N = m\,g$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (II)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso (II)



$\vec{F}$: fuerza aplicada

$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\,\text{sen}\,\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F_x = m\,a_x$$

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

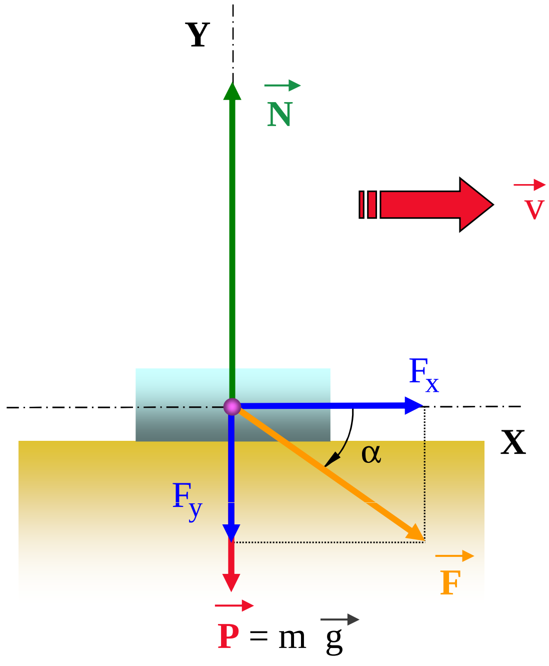
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N + F_y - P = m\,a_y$$

$$a_y = \frac{N + F_y - P}{m}$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (III)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso (III)



$\vec{F}$: fuerza aplicada

$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\,\text{sen}\,\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F_x = m\,a_x$$

$$a_x = \frac{Fx}{m}$$

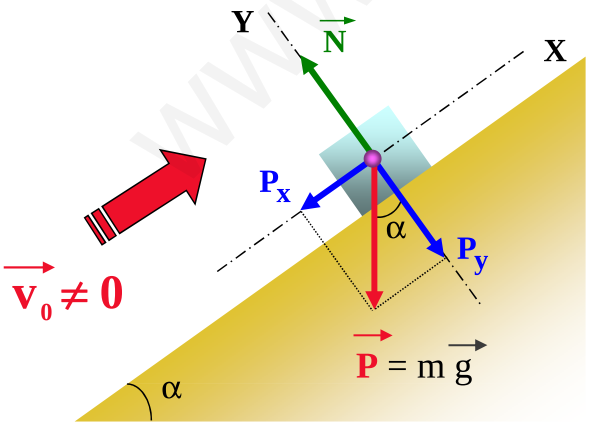
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - F_y - P = 0$$

$$N = P + F_y$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (IV)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso (I)



La fuerza inicial impulsora no se contabiliza

$$\begin{cases} P_x = mg\ \text{sen}\,\alpha \\ P_y = mg\ \cos\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow -P_x = m\,a_x \Rightarrow$$

$$-mg\,\text{sen}\,\alpha = m\,a_x \Rightarrow a_x = -g\,\text{sen}\,\alpha$$

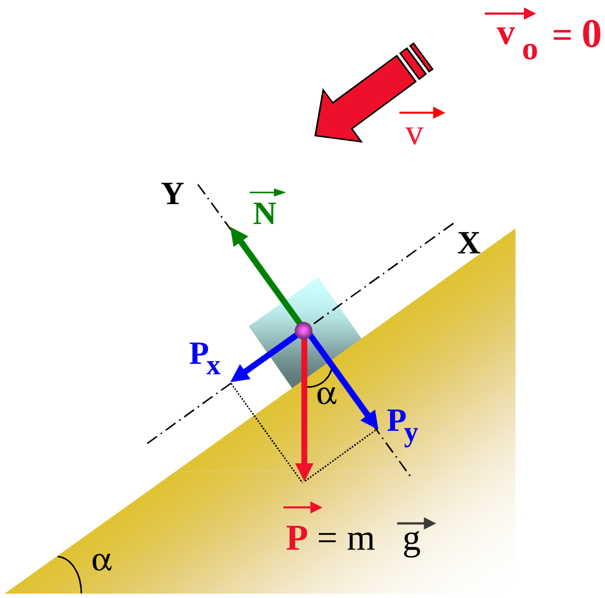
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_Y$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (V)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso (II)



$$\begin{cases} P_x = mg \ \ \text{sen}\,\alpha \\ P_y = mg \ \ \cos\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow -P_x = m\,a_x$$

$$-mg\ \text{sen}\,\alpha = m\,a_x$$

$$a_x = -g\ \text{sen}\,\alpha$$

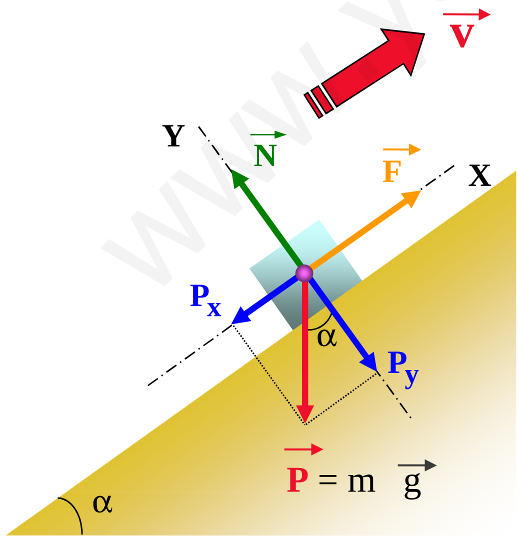
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_y$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (VI)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso (III)



$\vec{F}$: fuerza aplicada

$$\begin{cases} P_x = mg \ \ \text{sen}\,\alpha \\ P_y = mg \ \ \cos\alpha \end{cases}$$

Para que el cuerpo suba, $F > P_x$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F - P_x = m\,a_x$$

$$F - mg\ \text{sen}\,\alpha = m\,a_x$$

Luego la aceleración del cuerpo será:

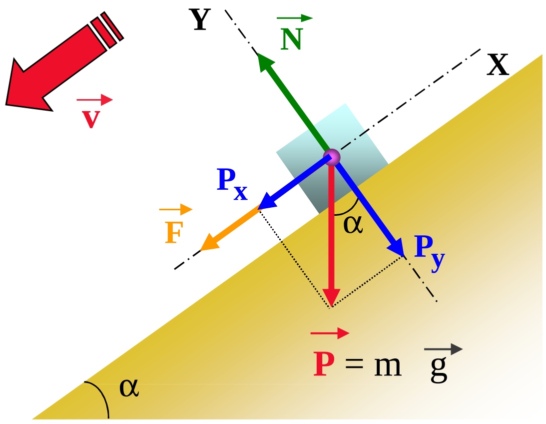
$$a_x = \frac{1}{m}\left(F - m\,g\ \text{sen}\,\alpha\right)$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y$$

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES (VII)

Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso (IV)



F : fuerza aplicada

$$\begin{cases} P_x = mg \ \ \text{sen}\ \alpha \\ P_y = mg \ \ \cos\ \alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\Sigma f_{ix} = m\, a_x \ \Rightarrow\ -F - P_x = m\, a_x$$

$$-F - mg\ \text{sen}\ \alpha = m\, a_x$$

Luego la aceleración del cuerpo será:

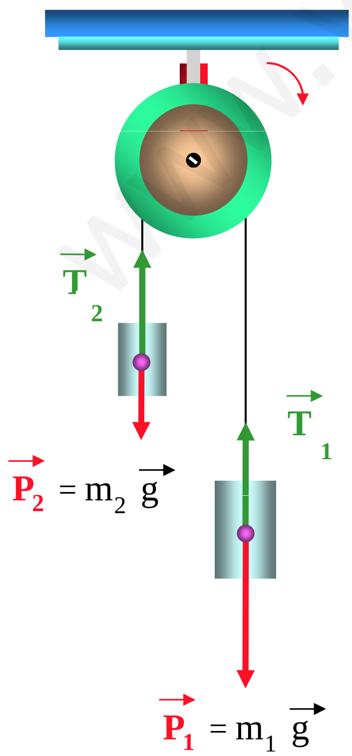
$$a_x = -\frac{1}{m}(F + m\, g\ \text{sen}\,\alpha)$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\Sigma f_{iy} = m\, a_y \ \Rightarrow\ N - P_y = 0 \ \Rightarrow\ N = P_y$$

10.3 MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS

Movimientos de cuerpos enlazados (I). Máquina de Atwood



$T_1 = T_2$ (cuerda y polea sin masa)

- Aplicación del 2º principio a todo el Sistema.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$P_1 - T + T - P_2 = (m_1 + m_2)\cdot a$$

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2)\cdot a$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot g$$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 1.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$P_1 - T = m_1 \cdot a \ \rightarrow\ T = m_1\,(g - a)$$

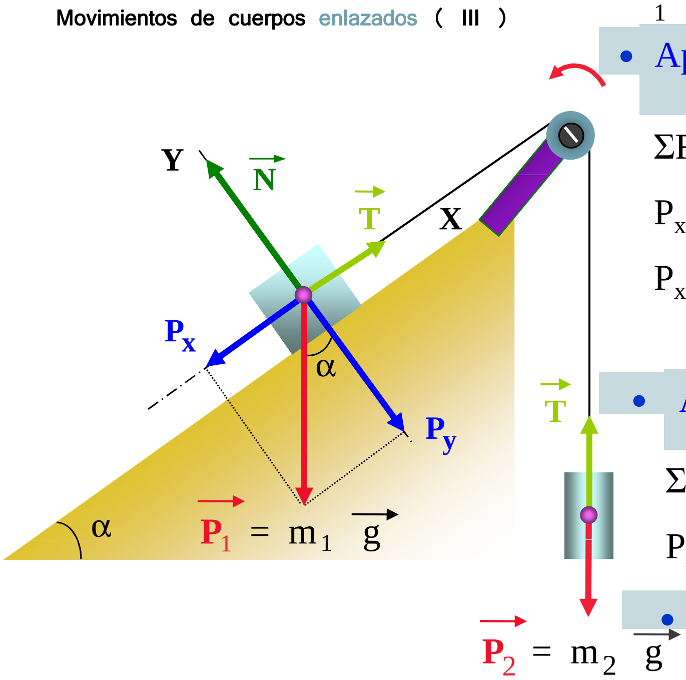
- Aplicación del 2º principio al cuerpo 2.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$T - P_2 = m_2 \cdot a \ \rightarrow\ T = m_2\,(g + a)$$

Criterio signo enlazados: Positivo los que tengan el sentido del movimiento
Si en el resultado la aceleración sale negativa es que el sentido era contrario

10.3 MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS (II)



$T_1 = T_2$ (cuerda y polea sin masa)

- Aplicación del 2º principio a todo el Sistema.

$\Sigma F = m \cdot a$

$P_x - T + T - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$P_x - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$$a = \frac{m_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 1.

$\Sigma F = m \cdot a$

$P_x - T = m_1 \cdot a \rightarrow \boxed{T = m_1 (g \cdot \operatorname{sen} \alpha - a)}$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 2.

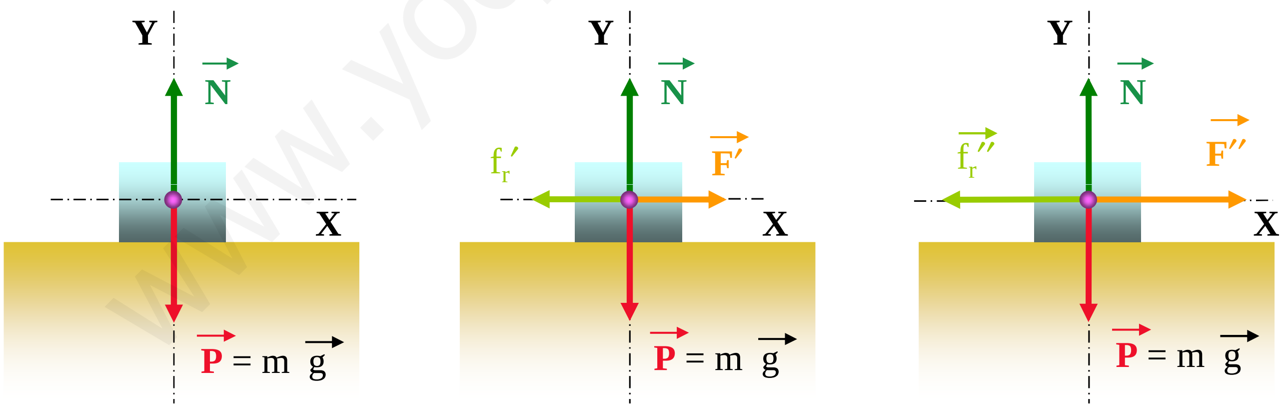
$\Sigma F = m \cdot a$

$T - P_2 = m_2 \cdot a \rightarrow \boxed{T = m_2 (g + a)}$

Criterio signo enlazados: Positivo los que tengan el sentido del movimiento
Si en el resultado la aceleración sale negativa es que el sentido era contrario

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO

Fuerzas de rozamiento (I). Coeficiente de rozamiento estático



$F_r' = \mu_s N = 0 \Rightarrow \mu_s = 0$

Sin fuerza aplicada, no hay fuerza de rozamiento

$f_r' = \mu_s' N = F'$

La fuerza de rozamiento equilibra a la fuerza aplicada

$f_r'' = \mu_{s,max} N = F''$

Fuerza aplicada máxima sin que el cuerpo se mueva

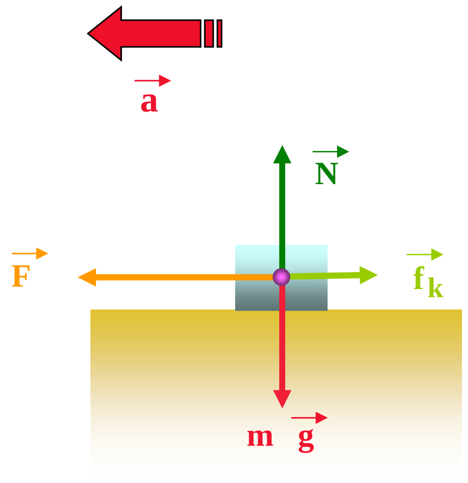
El coeficiente de rozamiento estático, varía entre $0 < \mu_s < \mu_{s,\,max}$

Una fuerza aplicada $F > \mu_{s,\,max} N$, pone el cuerpo en movimiento

Llamamos fuerza de rozamiento, Fr, a la fuerza que aparece en la superficie de contacto de los cuerpos, oponiéndose al movimiento de estos.

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO (II)

Fuerzas de rozamiento (II). Coeficiente de rozamiento cinético



$\vec{F}$: fuerza aplicada

$\vec{F} > \vec{f}_r$

- Fuerza de rozamiento dinámico

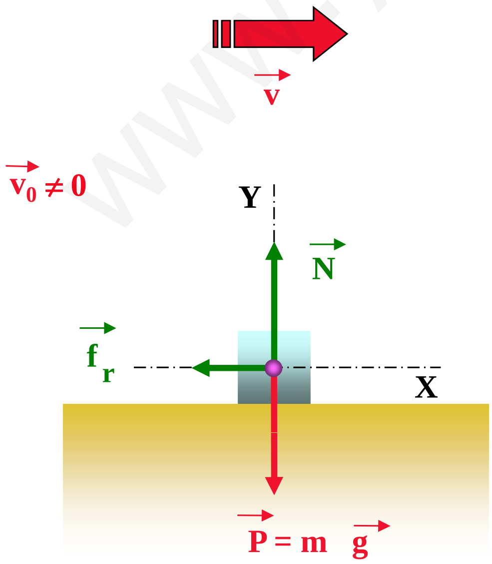
$$f_r = \mu_c\ N$$

- Coeficiente de rozamiento dinámico

$$\mu_c \le \mu_{s,\,max}$$

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO (III)

Fuerzas de rozamiento (III). Movimiento por planos horizontales



- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{array}{r} \sum f_{ix} = m\,a_x \;\Rightarrow\; -f_r = m\,a_x \\ f_r = \mu_c\ N \end{array}\right\}$$

$$-\mu_c\ N = m\ a_x$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = 0 \quad\Rightarrow\quad N - P = 0$$

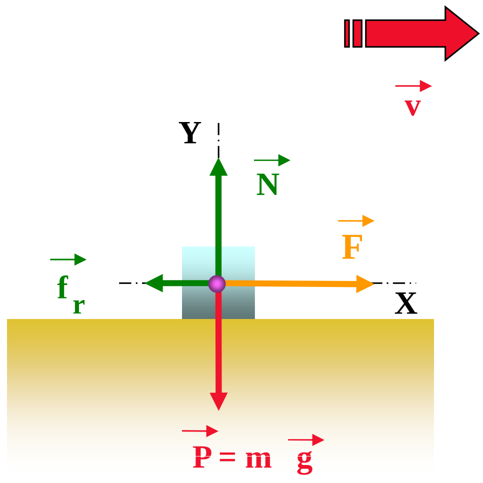
$$N = P = m\ g$$

- Resolviendo el sistema

$$a_x = -\mu_c \cdot g$$

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO (IV)

Fuerzas de rozamiento (IV). Movimiento por planos horizontales



$\vec{F}$: fuerza aplicada

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{aligned} F - f_r &= m\ a \\ f_r &= \mu_c\ N \end{aligned}\right\} \Rightarrow\ F - \mu_c\ N = m\ a_x$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

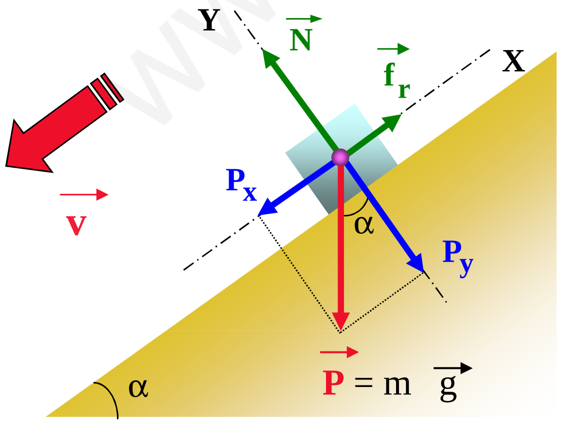
$$N - P = 0 \ \Rightarrow\ N = P = m\ g$$

- Resolviendo el sistema

$$a = \frac{1}{m}\ (F - \mu_k \cdot m\ g)$$

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO (V)

Fuerzas de rozamiento (V). Movimiento por planos inclinados



- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{aligned} -P_x + f_k &= m\,a_x \\ f_k &= \mu_k\ N \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$-m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha + \mu_k\ N = m\,a_x$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

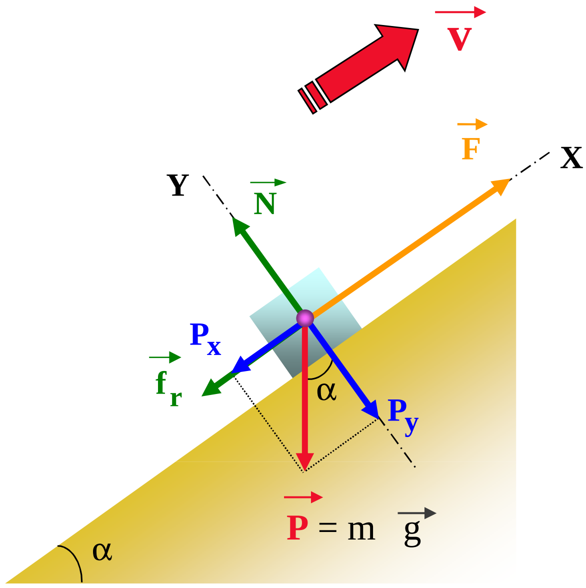
$$N - P_y = 0 \ \Rightarrow\ N = P_y = m\,g\cos\alpha$$

- Resolviendo el sistema

$$a_x = -g\,\mathrm{sen}\,\alpha + \mu_c\ g\cos\alpha$$

10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO (VI)

Fuerzas de rozamiento (VI). Movimiento por planos inclinados



$\vec{F}$: fuerza aplicada

- **Fuerzas en la dirección del eje X**

$$\left.\begin{aligned} F - (P_x + f_r) &= m\,a_x \\ f_r &= \mu_c\,N \end{aligned}\right\}$$

$$F - P_x - \mu_c \cdot N = m \cdot a_x$$

- **Fuerzas en la dirección del eje Y**

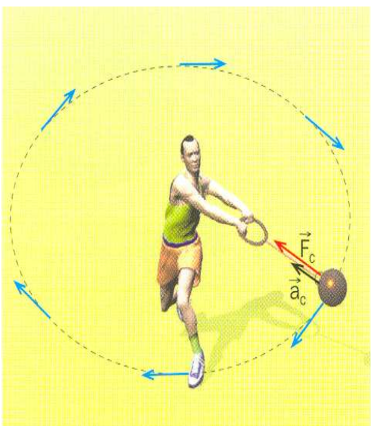
$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\,g\cos\alpha$$

- **Resolviendo el sistema**

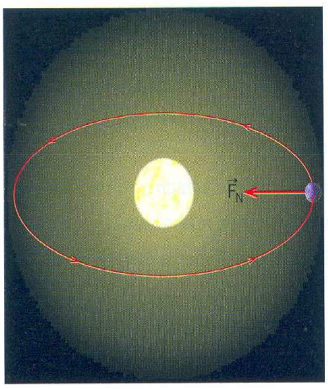
$$a_x = \frac{1}{m}\left(F - mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,mg\cos\alpha\right)$$

10.5 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

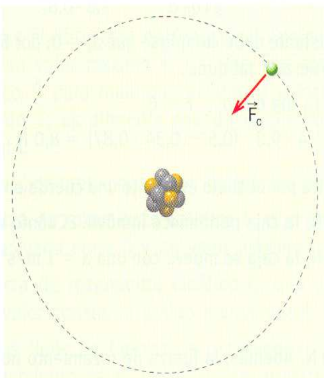
- Cuando un cuerpo se desplaza describiendo trayectorias circulares, el módulo de su velocidad puede permanecer constante o no; sin embargo, la dirección de la misma está cambiando constantemente. La magnitud que describe los cambios que se producen en la velocidad es la aceleración, luego **todo movimiento circular posee aceleración**.
- La aceleración relacionada con el cambio de dirección de la velocidad se denomina **aceleración normal o centrípeta** (a_c)
- La segunda ley de newton indica que todo cuerpo acelerado debe experimentar una fuerza **F=m•a** en la misma dirección y sentido que la aceleración. En este caso recibe el nombre de **fuerza centrípeta** (Fuerza que es preciso aplicar a un cuerpo para que siga una trayectoria circular)



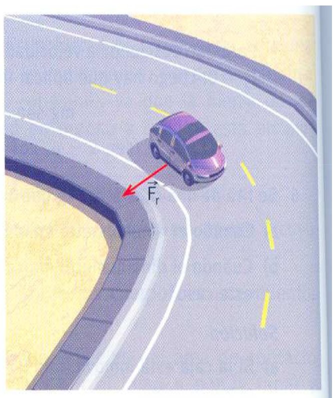
$$F_c = m \cdot a_c = \frac{m\,v^2}{R}$$



La fuerza centrípeta sobre la Tierra es la fuerza de Newton.



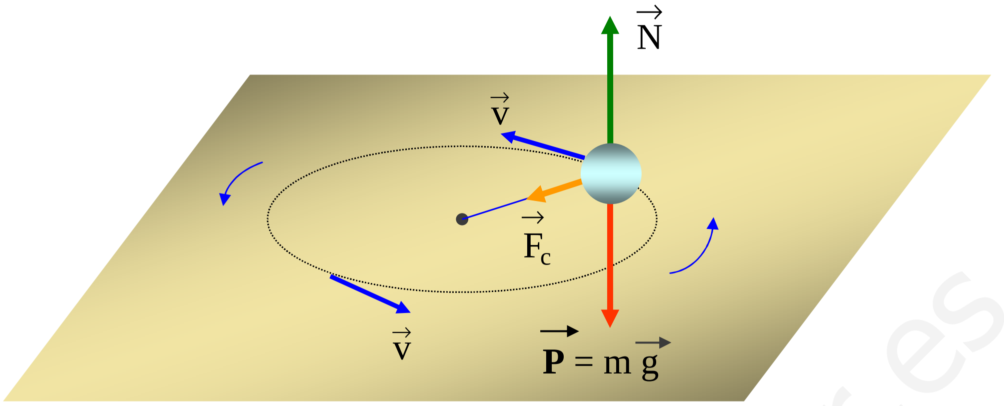
La fuerza centrípeta sobre el electrón es la fuerza de Coulomb.



La fuerza centrípeta sobre el coche es la fuerza de rozamiento.

10.5 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR (II)

Fuerza centrípeta



La fuerza centrípeta es la tensión de la cuerda

$$F_c = \frac{m\ v^2}{R}$$

La fuerza centrípeta es la resultante, dirigida hacia el centro, de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.