1. Especifica con qué interactúa cada uno de los siguientes cuerpos: a) Un bloque de granito suspendido del cable de una grúa. b) Un bloque de hierro que se desliza sobre una mesa horizontal porque hemos acercado un imán. Indica cuáles son a distancia y cuáles son por contacto.

a) El bloque de granito interacciona con:

– La Tierra, **a distancia** (la fuerza que la Tierra ejerce sobre el bloque de granito es su peso, P).

– El cable que lo sujeta, **por contacto** (la fuerza que realiza el cable de la grúa sobre el bloque es la tensión, T).

b) El bloque de hierro interacciona con:

– La Tierra, **a distancia** (la fuerza que la Tierra hace sobre él es su peso, P).

– El imán, **a distancia** (la fuerza que el imán hace sobre el hierro es la fuerza magnética, F_m).

– La mesa, **por contacto** (esta hace dos fuerzas sobre el bloque: una impide que el bloque se hunda, la que denominamos fuerza normal, y otra que se opone a su movimiento, la fuerza de rozamiento).

2. Deseas cambiar de sitio el armario de tu habitación con la ayuda de dos amigos. Primero, lo levantáis entre dos para ponerlo encima de una manta y, luego, lo arrastráis: tus amigos tiran de la manta y tú empujas el armario. Indica las interacciones del armario cuando lo estáis levantando y cuando lo arrastráis por el suelo.

Cuando levantáis el armario, está interaccionando con la Tierra, a distancia, y con tus manos y con las de tu amigo, ya que lo estáis levantando; luego, sobre el armario actúan su peso, hacia abajo, y las fuerzas que hacéis tu amigo y tú sobre él, que están dirigidas hacia arriba y hacia dentro del armario.

Cuando lo arrastráis, sobre el conjunto armario-manta actúan la fuerza de la gravedad o peso, debido a la atracción de la Tierra; la fuerza que tú haces al empujarlo; las que hacen tus amigos sobre la manta, y la fuerza que hace el suelo impidiendo que se hunda y, por otra parte, oponiéndose a su movimiento.

3. Sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas: F_1, de 400 N, está dirigida hacia el este; F_2, de 200 N, dirigida hacia el sur, y F_3, de 400 N, dirigida hacia el suroeste formando 30° con la dirección sur. Dibuja el diagrama de fuerzas. Calcula el módulo, la dirección y el sentido de la resultante. ¿Cuál sería el módulo, la dirección y el sentido de una cuarta fuerza que hiciese que la resultante fuese nula?

Escogemos nuestro sistema de referencia de forma que el semieje X positivo coincida con la dirección este, y el semieje Y positivo, con la dirección norte. Entonces, las componentes de las fuerzas son:

$$\vec{F}_1 = 400 \cdot \vec{u}_x \text{ N} \quad ; \quad \vec{F}_2 = -200 \cdot \vec{u}_y \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = -400 \cdot sen\, 30° \cdot \vec{u}_x - 400 \cdot cos\, 30° \cdot \vec{u}_y = (-200 \cdot \vec{u}_x - 346{,}4 \cdot \vec{u}_y) \text{ N}$$

Luego, la resultante es:

$$\vec{F} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (400 - 200) \cdot \vec{u}_x + (-200 - 346{,}4) \cdot \vec{u}_y = (200 \cdot \vec{u}_x - 546{,}4 \cdot \vec{u}_y)\ \text{N}$$

Su módulo vale:

$$|\Sigma\vec{F}| = \sqrt{200^2 + (-546{,}4)^2} = \sqrt{40\,000 + 298\,553} = 582\ \text{N}$$

El ángulo que forma con el eje X se obtiene a partir de la tangente:

$$tg\ \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-546{,}4}{200} = -2{,}732 \rightarrow \alpha = -70°$$

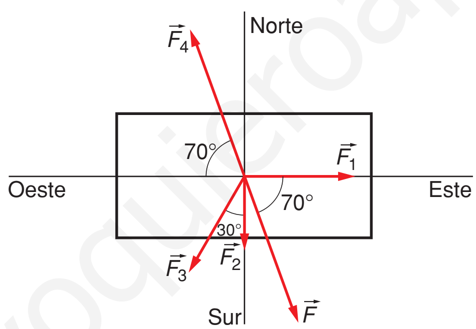
Por tanto, la resultante es una fuerza de 582 N, en dirección sureste, que forma 70° con el este.

Para que la resultante sea nula, debemos añadir una fuerza que sea la opuesta de la suma anterior; luego:

$$\vec{F}_4 = (-200 \cdot \vec{u}_x + 546{,}4 \cdot \vec{u}_y)\ \text{N}$$

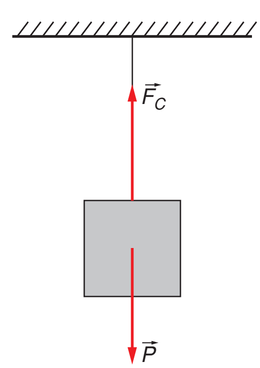
Es decir, se trata de una fuerza cuyo módulo vale 582 N y está en la dirección noroeste, formando 70° con el oeste o 20° con el norte.

El diagrama de fuerzas, en el que se ha incluido la resultante y la cuarta fuerza que la anula, es el que se muestra en la siguiente figura:



4. Un cuerpo, cuyo peso es 87 N, está suspendido del techo por una cuerda. Calcula la fuerza de la cuerda para que el cuerpo esté en equilibrio en los siguientes casos: a) Cuando la cuerda está vertical. b) Cuando la cuerda forma 30° con la vertical porque estamos tirando del cuerpo con una fuerza horizontal hacia la derecha. ¿Cuánto vale la fuerza horizontal que lo mantiene en esa posición?

Si el cuerpo está en equilibrio, en ambos casos se ha de cumplir que $\Sigma\vec{F} = 0$.

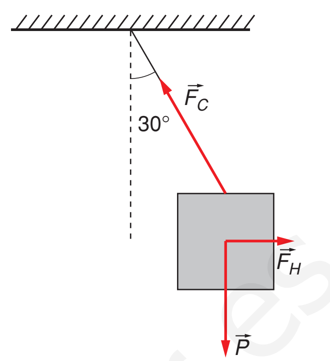


a) Cuando la cuerda está vertical, sobre ella solo actúan el peso, $\vec{P}$, y la fuerza de la cuerda, $\vec{F}_C$; por tanto, aplicando la segunda ley de la dinámica llegamos a la siguiente expresión:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_C = 0$$

Observa que, de acuerdo con la figura, la fuerza que ejerce el cable, $\vec{F}_C$, ha de ser la opuesta del peso, es decir, una fuerza de módulo 87 N, en dirección vertical y cuyo sentido es hacia arriba.

b) Ahora, sobre el cuerpo actúan el peso, $\vec{P}$; la fuerza de la cuerda, $\vec{F}_C$, y la fuerza horizontal, $\vec{F}_H$; luego, si está en equilibrio:



$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_C + \vec{F}_H = 0$$

De acuerdo con la figura, tenemos:

$$\vec{P} = (0, -P)$$

$$\vec{F}_C = (-F_{Cx}, F_{Cy}) = (-F_C \cdot sen\ \alpha, F_C \cdot cos\ \alpha) =$$
$$= (-F_C \cdot sen\ 30°, F_C \cdot cos\ 30°)$$

$$\vec{F}_H = (F_H, 0)$$

Por tanto:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_C + \vec{F}_H = (F_H - F_C \cdot sen\ 30°, F_C \cdot cos\ 30° - P) = 0$$

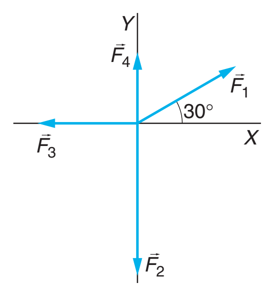
Por tanto, tenemos, para los ejes X e Y:

$$F_H - F \cdot sen\ 30° = 0 \rightarrow F_H = F \cdot sen\ 30° = 100 \cdot 0{,}5 = 50 \text{ N}$$

$$F_C \cdot cos\ 30° - P = 0 \rightarrow F_C = \frac{P}{cos\ 30°} = \frac{87}{0{,}87} = 100 \text{ N}$$

5. El diagrama de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es el de la figura de la derecha.

Calcula los módulos de F_3 y de F_4 para que la fuerza resultante sea nula si F_1 vale 200 N, y F_2, 300 N.



Descomponemos las fuerzas en sus componentes de acuerdo con el sistema de referencia del enunciado:

$$\vec{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y}) = (F_1 \cdot cos\ 30°, F_1 \cdot sen\ 30°) =$$
$$= (200 \cdot 0{,}866, 200 \cdot 0{,}5) = (173{,}2, 100) \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (0, -F_2) = (0, -300) \text{ N} \quad ; \quad \vec{F}_3 = (-F_3, 0) \quad ; \quad \vec{F}_4 = (0, F_4)$$

Si la resultante es nula, entonces:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \rightarrow \Sigma\vec{F} = (173{,}2 - F_3, 100 - 300 + F_4) = (0, 0)$$

Y, por tanto:

$$173{,}2 - F_3 = 0 \rightarrow F_3 = 173{,}2 \text{ N} \quad ; \quad -200 + F_4 = 0 \rightarrow F_4 = 200 \text{ N}$$

6. Indica, justificando la respuesta, la certeza o la falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) La única interacción efectiva entre los neutrones de un mismo átomo es la nuclear fuerte.

b) La atracción gravitatoria entre protones y neutrones es la responsable de la estabilidad nuclear, al contrarrestar su repulsión eléctrica.

c) Los neutrones de dos núcleos vecinos se atraen mediante la interacción nuclear fuerte.

d) El sistema solar mantiene su estructura gracias a la atracción magnética entre los planetas y el Sol.

a) Es cierto. No pueden interaccionar eléctricamente por no tener carga; además, entre ellos existe interacción gravitatoria, pero es tan débil que resulta despreciable, y lo mismo ocurre con la interacción débil; luego, la única interacción efectiva entre ellos es la nuclear fuerte.

b) Es falso. La interacción gravitatoria es tan débil, comparada con la eléctrica, que resulta despreciable; solamente la atracción nuclear fuerte es capaz de vencer la repulsión eléctrica entre los protones.

c) Es falso. La interacción nuclear fuerte es muy intensa, pero de muy corto alcance: solo es efectiva cuando las partículas que interaccionan se encuentran separadas como máximo el diámetro del núcleo atómico. Los neutrones de dos átomos vecinos están separados, como mínimo, un diámetro atómico, es decir, unas 100 000 veces el diámetro nuclear; luego, no existe interacción fuerte entre esos neutrones.

d) Es falso. Como todos los cuerpos de grandes dimensiones, el Sol y los planetas son neutros desde el punto de vista eléctrico; luego, no puede existir atracción eléctrica o magnética entre ellos. La responsable es la fuerza gravitatoria.

7. ¿Por qué tenemos que pisar el acelerador de un vehículo para mantener su velocidad constante, si pisar el acelerador equivale a ejercer una fuerza motora sobre él?

Para que un vehículo avance hay que vencer las fuerzas que se oponen a su movimiento: el rozamiento con el suelo y el rozamiento con el aire. Esto lo hacemos mediante la fuerza motora del motor; por ello, si no pisamos el acelerador, el coche se detiene. Por tanto, es necesario pisar el acelerador para mantener la velocidad constante, y si lo pisamos más a fondo, el coche acelera.

8. Un cuerpo se encuentra, en el instante inicial, en el punto (0, 20), y su velocidad es v_0 = (25, 0), ambos en unidades del S.I. Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula, ¿dónde se encuentra el cuerpo a los 4 s y cuál es su velocidad en ese instante?

De acuerdo con el primer principio de la dinámica, si la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es nula, este mantiene su velocidad constante; como está en movimiento, realiza un m.r.u., y, por tanto:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t = (0, 20) + (25, 0) \cdot 4 = (100, 20) \text{ m}$$

En el eje *X*:

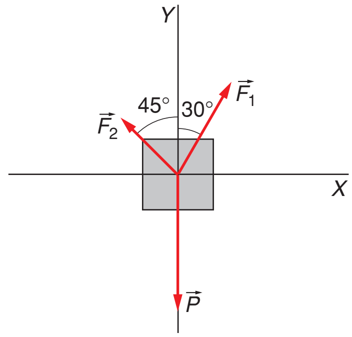
$$x = v \cdot t = 25 \cdot 4 = 100 \text{ m}$$

En el eje *Y*, la componente de la velocidad es nula; luego, $y = y_0 = 20$ m.

Entonces, el cuerpo, al cabo de 4 s, se encuentra en el punto (100, 20) m. Como ya hemos indicado, mantiene su velocidad constante, siendo esta: v = (25, 0) m/s.

9. Para elevar verticalmente un cuerpo utilizamos dos cuerdas: una forma 30° con la vertical y tira hacia la derecha, y la otra, 45° hacia la izquierda. Si el peso del cuerpo es de 1 000 N, calcula la fuerza de cada una de las cuerdas para que el cuerpo: a) Suba con velocidad constante. b) Baje con velocidad constante.

La siguiente figura representa las fuerzas que actúan sobre el cuerpo:



Si el cuerpo se mueve con velocidad constante, tanto si sube como si baja, la suma de las fuerzas que actúan sobre él ha de ser nula; luego:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0$$

Las componentes de cada fuerza son:

$$\vec{F}_1 = (F_1 \cdot \mathit{sen}\ 30°, F_1 \cdot \mathit{cos}\ 30°) = (F_1 \cdot 0{,}5, F_1 \cdot 0{,}87)$$

$$\vec{F}_2 = (-F_2 \cdot \mathit{sen}\ 45°, F_2 \cdot \mathit{cos}\ 45°) = (-F_2 \cdot 0{,}71, F_2 \cdot 0{,}71)$$

$$\vec{P} = (0, -P) = (0, -1\,000)\ \text{N}$$

Luego, en el eje X:

$$F_1 \cdot 0{,}5 - F_2 \cdot 0{,}71 = 0 \rightarrow F_1 \cdot 0{,}5 = F_2 \cdot 0{,}71 \rightarrow F_1 = 1{,}42 \cdot F_2$$

En el eje Y:

$$F_1 \cdot 0{,}87 + F_2 \cdot 0{,}71 - 1000 = 0 \rightarrow F_1 \cdot 0{,}87 + F_2 \cdot 0{,}71 = 1\,000$$

Luego:

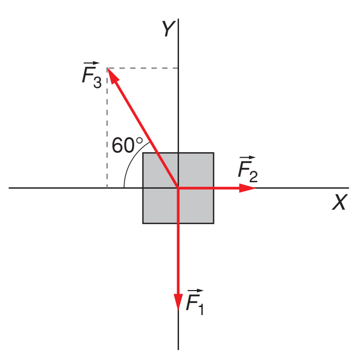
$$F_1 \cdot 0{,}87 + F_2 \cdot 0{,}71 = 1000 \rightarrow F_2 \cdot 1{,}42 \cdot 0{,}87 + F_2 \cdot 0{,}71 = 1\,000$$

$$F_2 \cdot 1{,}94 = 1\,000 \rightarrow \quad F_2 = 515{,}46\ \text{N}$$

Y, por tanto: $F_1 = 1{,}42 \cdot F_2 = 1{,}42 \cdot 515{,}46 = 731{,}95$ N

10. Sobre un cuerpo situado en el origen de coordenadas actúan las siguientes fuerzas: F_1, de 43 N, dirigida verticalmente hacia abajo; F_2, de 25 N, dirigida horizontalmente hacia la derecha, y F_3, de 50 N, dirigida hacia arriba y hacia atrás formando 60° con la horizontal. Calcula la posición del cuerpo a los 5 s si inicialmente: a) Estaba en reposo. b) Se estaba moviendo horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 2 m/s.

El siguiente esquema representa la situación descrita en el enunciado:



Las componentes de cada fuerza son:

$$\vec{F}_1 = -F_1 \cdot \vec{u}_y = -43 \cdot \vec{u}_y \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \cdot \vec{u}_x = 25 \cdot \vec{u}_x \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = -F_3 \cdot \cos 60° \cdot \vec{u}_x + F_3 \cdot \text{sen } 60° \cdot \vec{u}_y = (-25 \cdot \vec{u}_x + 43 \cdot \vec{u}_y) \text{ N}$$

La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es, por tanto:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Sigma\vec{F} = (25 - 25, -43 + 43) = (0, 0)$$

a) Si el cuerpo está en reposo, sigue en reposo, pues la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula, y permanece en el origen de coordenadas.

b) Si el cuerpo se está moviendo, mantiene su velocidad constante, pues la resultante es nula. Por tanto, realiza un m.r.u.; luego:

$$x = v \cdot t \rightarrow x = 2 \cdot 5 = 10 \text{ m}$$

Y, como se desplaza a lo largo del eje *X*, su posición, a los cinco segundos, es *P* (10, 0) m.

11. La resultante de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos *A* y *B* es la misma. Si la aceleración de *A* es 2 m/s² y la de *B* es 5 m/s², ¿cuál es la relación entre las masas de ambos cuerpos?

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F = m \cdot a$$

Para los cuerpos *A* y *B*, tenemos:

$$F = m_A \cdot a_A \quad ; \quad F = m_B \cdot a_B$$

Luego, dividiendo miembro a miembro ambas expresiones, resulta:

$$\frac{F}{F} = \frac{m_A \cdot a_A}{m_B \cdot a_B} \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Por tanto, la masa del cuerpo *A* es 2,5 veces la masa del cuerpo *B*.

12. Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza de 20 N, su aceleración es de 0,5 m/s². ¿Cuál será el valor de la fuerza necesaria para que su aceleración sea de 3 m/s²?

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F = m \cdot a$$

Cuando actúa la fuerza de 20 N:

$$20 = m \cdot 0{,}5$$

Cuando su aceleración sea de 3 m/s², $F = m \cdot 3$; luego, dividiendo miembro a miembro ambas expresiones, tenemos:

$$\frac{20}{F} = \frac{m \cdot 0{,}5}{m \cdot 3} \rightarrow 20 \cdot 3 = 0{,}5 \cdot F \rightarrow F = \frac{60}{0{,}5} = 120 \text{ N}$$

La fuerza que actúa sobre el cuerpo es de 120 N.

13. Si un cuerpo de 5 kg que parte del reposo recorre 200 m en línea recta en 10 s, ¿cuáles son el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza resultante que actúa sobre él?

Si tenemos en cuenta que el cuerpo se mueve en línea recta y suponemos que la fuerza resultante es constante, el cuerpo realiza un m.r.u.a., cuyas ecuaciones son:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad ; \quad v = a \cdot t$$

Sustituyendo, tenemos:

$$200 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2 \rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

Aplicando la segunda ley de Newton, $F = m \cdot a$, obtenemos:

$$F = 5 \cdot 4 = 20 \text{ N}$$

Como el cuerpo parte del reposo, la fuerza tiene la dirección y el sentido del movimiento.

14. Calcula la fuerza que tiene que hacer el cable de un ascensor de 500 kg en cada uno de los casos siguientes: a) Para que suba con una aceleración de 2 m/s². b) Para que suba con una velocidad constante de 2 m/s. c) Para que frene cuando está subiendo con una aceleración de 3 m/s². El peso de un cuerpo es $m \cdot g$, con g = 9,8 m/s².

Las fuerzas que actúan sobre el ascensor son la fuerza, $\vec{F}$, del cable y su peso, $\vec{P}$; luego:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

a) Si el ascensor sube con aceleración a, tomando el eje X vertical y el sentido positivo hacia arriba, tenemos:

$$F - P = m \cdot a$$

$$F = P + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a \rightarrow F = 500 \cdot 9{,}8 + 500 \cdot 2 = 5900 \text{ N}$$

b) Si el ascensor sube con velocidad constante, la aceleración es cero; por tanto:

$$F - P = 0 \rightarrow F = P = m \cdot g \rightarrow F = 500 \cdot 9{,}8 = 4900 \text{ N}$$

c) Si el ascensor sube frenando, la aceleración es negativa, $a = -3$ m/s²; luego:

$$F - P = m \cdot a \rightarrow F = P + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a$$

$$F = 500 \cdot 9{,}8 + 500 \cdot (-3) = 4900 - 1500 = 3400 \text{ N}$$

15. Sobre un cuerpo de 8 kg actúan las siguientes fuerzas, expresadas en N:

$$\vec{F}_1 = 174 \cdot \vec{u}_x + 100 \cdot \vec{u}_y \;;\; \vec{F}_2 = -80 \cdot \vec{u}_y \;;\; \vec{F}_3 = -118 \cdot \vec{u}_x \;;\; \vec{F}_4 = -40 \cdot \vec{u}_x - 20 \cdot \vec{u}_y$$

Calcula: a) La resultante de las cuatro fuerzas. b) La aceleración del cuerpo. c) La velocidad del cuerpo y su posición a los 5 s, si inicialmente se encontraba en reposo en el origen de coordenadas.

a) La resultante de las cuatro fuerzas se calcula como sigue:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = m \cdot \vec{a}$$

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = (174 \cdot \vec{u}_x + 100 \cdot \vec{u}_y) + (-80 \cdot \vec{u}_y) + (-118 \cdot \vec{u}_x) +$$
$$+ (-40 \cdot \vec{u}_x - 20 \cdot \vec{u}_y) = 16 \cdot \vec{u}_x + 0 \cdot \vec{u}_y = 16 \cdot \vec{u}_x \text{ N}$$

b) Como el cuerpo parte del reposo y la fuerza es constante, realiza un m.r.u.a. en la dirección del eje *X,* por tanto, aplicando la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}^2 \rightarrow \vec{a} = 2 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}^2$$

c) A los 5 segundos:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 25 \text{ m}$$

Por tanto, su posición es el punto (25, 0) m, y su velocidad:

$$v = a \cdot t = 2 \cdot 5 = 10 \text{ m/s} \rightarrow \vec{v} = 10 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}$$

16. Un cuerpo de 30 kg de masa recorre una circunferencia de 50 m de radio con una rapidez constante de 20 m/s. Calcula: a) La aceleración del cuerpo. b) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el cuerpo.

Si el cuerpo recorre una circunferencia con rapidez constante, realiza un movimiento circular uniforme, m.c.u.; luego, solo tiene aceleración normal, pues la velocidad cambia de dirección aunque su módulo permanece constante.

a) Su aceleración vale:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow a_n = \frac{20^2}{50} = \frac{400}{50} = 8 \text{ m/s}^2$$

b) La fuerza es paralela a la aceleración, está en la dirección del radio y dirigida hacia el centro de la circunferencia.

Su módulo vale:

$$F = m \cdot a_n = 30 \cdot 8 = 240 \text{ N}$$

17. Sobre un cuerpo de 12 kg, inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:

$$\vec{F}_1 = 100 \cdot \vec{u}_x - 100 \cdot \vec{u}_y \quad ; \quad \vec{F}_2 = -120 \cdot \vec{u}_y \quad ; \quad \vec{F}_3 = 40 \cdot \vec{u}_x + 220 \cdot \vec{u}_y \quad ; \quad \vec{F}_4$$

Calcula $\vec{F}_4$ en las siguientes etapas: a) El cuerpo alcanza una velocidad de 10 m/s después de recorrer 25 m a lo largo del eje *X*. b) Mantiene esa velocidad constante. c) Se detiene en 2 s.

La resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo vale:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Sigma\vec{F} = (100 \cdot \vec{u}_x - 100 \cdot \vec{u}_y) + (-120 \cdot \vec{u}_y) + (40 \cdot \vec{u}_x + 220 \cdot \vec{u}_y) + (F_{4x} \cdot \vec{u}_x + F_{4y} \cdot \vec{u}_y)$$

$$\Sigma\vec{F} = (100 + 40 + F_{4x}) \cdot \vec{u}_x + (-100 - 120 + 220 + F_{4y}) \cdot \vec{u}_y = (140 + F_{4x}) \cdot \vec{u}_x + F_{4y} \cdot \vec{u}_y$$

Como el cuerpo solo se mueve sobre el eje *X,* entonces:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{4y} = 0$$

y la resultante sobre el eje *X* depende de cada tramo:

$$F_x = 140 + F_{4x}$$

a) Para que el cuerpo, que inicialmente está en reposo, alcance una velocidad de 10 m/s después de recorrer 25 m, ha de estar sometido a una aceleración, *a*.

Esta aceleración la obtenemos de las ecuaciones del m.r.u.a.:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v = a \cdot t \end{array}\right\} \rightarrow v^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

Sustituyendo los datos de que disponemos se obtiene:

$$10^2 = 2 \cdot a \cdot 25 \rightarrow a = \frac{100}{50} = 2 \text{ m/s}^2$$

Por tanto, en este caso:

$$F_x = 140 + F_{4x} = m \cdot a \rightarrow 140 + F_{4x} = 12 \cdot 2 = 24 \rightarrow F_{4x} = -116 \text{ N}$$

b) El cuerpo mantiene constante su velocidad; luego:

$$F_x = 0 \rightarrow 140 + F_{4x} = 0 \rightarrow F_{4x} = -140 \text{ N}$$

c) El cuerpo, que lleva una velocidad inicial de 10 m/s, se detiene en 2 s; entonces, su aceleración vale:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 10 + a \cdot 2 \rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

Y, por tanto, la fuerza es:

$$F_x = 140 + F_{4x} = m \cdot a \rightarrow 140 + F_{4x} = 12 \cdot (-5) = -60 \rightarrow F_{4x} = -200 \text{ N}$$

18. Indica si el sistema de referencia asociado a los siguientes observadores es inercial o no, considerando que un observador situado en la orilla es inercial:

a) Un observador situado en la orilla opuesta.

b) Un observador que es arrastrado por el río con velocidad constante.

c) Un observador situado en una lancha motora en el momento de arrancar.

d) Un observador que se ha lanzado desde un helicóptero al río.

a) Este observador está en reposo respecto al observador inercial; por tanto, el sistema de referencia asociado a él también es inercial.

b) Como el observador se mueve con velocidad constante respecto al sistema de referencia inercial, también el sistema de referencia asociado a él es un sistema inercial.

c) Cuando la lancha arranca, pasa de estar en reposo a tener una cierta velocidad; es decir, tiene aceleración. Por tanto, el sistema de referencia asociado a este observador es un sistema de referencia no inercial.

d) Un cuerpo en caída libre realiza un m.r.u.a. cuya aceleración es la de la gravedad; es, por tanto, un sistema acelerado; entonces, el sistema de referencia asociado a él es no inercial.

19. El caballo de Newton le dijo a este: «No me hagas tirar del carro, pues si la fuerza con la que tiro del carro es igual a la fuerza con la que el carro tira de mí, nunca conseguiré moverlo». Explica dónde falla el razonamiento del caballo.

La tercera ley de Newton afirma que la acción y la reacción tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos, pero **actúan sobre distintos cuerpos.**

La fuerza que realiza el caballo sobre el carro es igual pero de sentido opuesto a la que realiza el carro sobre el caballo, pero no actúan sobre el mismo cuerpo: la primera actúa sobre el carro y es la fuerza motriz que mueve el carro, y la otra actúa sobre el caballo y es la fuerza que se opone al movimiento del caballo.

El caballo se mueve debido a la fuerza que hace con sus patas contra el suelo, y es la reacción de esta fuerza la que impulsa al caballo hacia delante si es mayor que la fuerza que ejerce el carro sobre él.

20. Indica, para las dos situaciones de la actividad número 2, cuáles son las fuerzas que actúan sobre el armario y dónde están aplicadas las reacciones correspondientes.

Situación A: cuando estáis levantando el armario.

Las fuerzas que actúan sobre el armario son:

– El peso o fuerza que hace la Tierra sobre el armario. Su reacción está aplicada en el centro de la Tierra.

– La fuerza que tus manos hacen sobre el armario. La reacción de esta fuerza actúa sobre tus manos.

– La fuerza que hace tu amigo. Como en el caso anterior, la reacción está aplicada sobre las manos de tu amigo.

Situación B: cuando arrastráis el armario y la manta.

Las fuerzas que actúan sobre el armario en este caso son:

– El peso. La reacción está aplicada en la Tierra, ya que el armario atrae a la Tierra.

– La fuerza con que empujas. La reacción está aplicada en tus manos y te empuja hacia atrás.

– Las fuerzas con que tiran tus amigos. La reacción actúa sobre sus manos, tira de ellos hacia atrás.

– La fuerza vertical del suelo hacia arriba. La reacción está aplicada en el suelo, y empuja hacia abajo.

– La fuerza de rozamiento que se opone al movimiento. La reacción actúa sobre el suelo y empuja hacia adelante.

21. Mantienes suspendido en el aire un cuerpo pesado mediante una cuerda que sujetas con tu mano. Indica: a) Las interacciones de la cuerda. b) Las fuerzas que actúan sobre la cuerda. c) Sobre qué cuerpo actúa la reacción correspondiente a cada una de ellas.

Respondemos a la vez a los tres apartados.

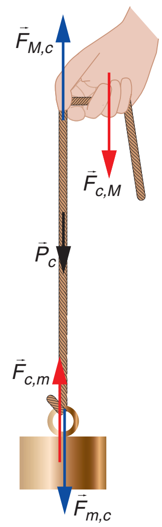
La cuerda interacciona con la Tierra (a distancia), con tu mano (por un extremo) y con el bloque que hemos suspendido (por el otro).

Tu mano tira de la cuerda hacia arriba, y la cuerda tira de tu mano hacia abajo (reacción); por eso, si es muy fina, se te clava en la piel.

La Tierra atrae a la cuerda, igual que a cualquier cuerpo que tenga masa, pero como normalmente trabajamos con cuerdas tipo sedal, podemos considerar su masa despreciable, y sobre todo su peso, frente a las demás fuerzas que actúan sobre ella.

El cuerpo, debido a su peso, tira de la cuerda hacia abajo, y la cuerda tira del cuerpo hacia arriba (reacción).

En la figura se representan todas estas fuerzas:



22. Indica en cuáles de los siguientes movimientos permanece constante el momento lineal:

a) En el m.r.u.

b) En el m.c.u.

c) En el m.r.u.a.

a) En un m.r.u., la velocidad del cuerpo permanece constante en módulo, dirección y sentido; por tanto, su momento lineal, $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, es constante en módulo, dirección y sentido; luego, $\vec{p}$ **es constante** en un m.r.u.

b) En un m.c.u., el vector velocidad cambia de dirección continuamente, pero su módulo es constante; por tanto, el módulo de la cantidad de movimiento, $p = m \cdot v$, es constante, pero su dirección, al igual que la de la velocidad, cambia; luego, $\vec{p}$ **no es constante** en un m.c.u.

c) En un m.r.u.a., la dirección de la velocidad permanece constante, pues el movimiento es en línea recta, pero su módulo aumenta si el movimiento es acelerado o disminuye cuando es decelerado; por tanto, $\vec{p}$ **no es constante** en un m.r.u.a.

23. Sobre un cuerpo de 70 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad $\vec{v}_0 = 24 \cdot \vec{u}_x - 18 \cdot \vec{u}_y$, en m/s, actúa la fuerza $\vec{F} = -154 \cdot \vec{u}_x + 168 \cdot \vec{u}_y$, en N, durante 20 s. Calcula:

a) El momento lineal inicial del cuerpo.

b) El impulso mecánico de la fuerza.

c) El momento lineal final.

d) La velocidad final del cuerpo.

a) El momento lineal inicial es:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 70 \cdot (24 \cdot \vec{u}_x - 18 \cdot \vec{u}_y) = (1680 \cdot \vec{u}_x - 1260 \cdot \vec{u}_y) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, su módulo vale:

$$|\vec{p}_0| = \sqrt{1680^2 + (-1260)^2} = 2100 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) El impulso mecánico de la fuerza es igual al producto de la fuerza por el tiempo que actúa; por tanto:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot t = (-154 \cdot \vec{u}_x + 168 \cdot \vec{u}_y) \cdot 20 = (-3080 \cdot \vec{u}_x + 3360 \cdot \vec{u}_y) \text{ N} \cdot \text{s}$$

c) Teniendo en cuenta el teorema del impulso mecánico, tenemos:

$$\vec{F} \cdot t = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$$

luego:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{F} \cdot t = (1680 \cdot \vec{u}_x - 1260 \cdot \vec{u}_y) + (-3080 \cdot \vec{u}_x + 3360 \cdot \vec{u}_y) =$$
$$= (-1400 \cdot \vec{u}_x + 2100 \cdot \vec{u}_y) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d) Como $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$:

$$-1400 \cdot \vec{u}_x + 2100 \cdot \vec{u}_y = 70 \cdot \vec{v} \rightarrow \vec{v} = (-20 \cdot \vec{u}_x + 30 \cdot \vec{u}_y) \text{ m/s}$$

y su módulo vale:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{20^2 + 30^2} = \sqrt{1300} = 36 \text{ m/s}$$

24. Un cuerpo de 6 kg se mueve inicialmente con una velocidad $\vec{v}_0 = 15 \cdot \vec{u}_x + 20 \cdot \vec{u}_y$, en m/s, y al cabo de 3 s su velocidad es $\vec{v} = 20 \cdot \vec{u}_x + 15 \cdot \vec{u}_y$, en m/s. Calcula:

a) El momento lineal inicial y final del cuerpo.

b) El módulo de ambos momentos.

c) La variación del momento lineal.

d) La fuerza necesaria para producir dicha variación.

a) El momento lineal inicial vale:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 6 \cdot (15 \cdot \vec{u}_x + 20 \cdot \vec{u}_y) = (90 \cdot \vec{u}_x + 120 \cdot \vec{u}_y) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

El momento lineal final vale:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 6 \cdot (20 \cdot \vec{u}_x + 15 \cdot \vec{u}_y) = (120 \cdot \vec{u}_x + 90 \cdot \vec{u}_y) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) El módulo del momento lineal inicial es:

$$|\vec{p}_0| = p_0 = \sqrt{90^2 + 120^2} = \sqrt{22500} = 150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

El módulo del momento lineal final vale:

$$|\vec{p}| = p = \sqrt{120^2 + 90^2} = \sqrt{22500} = 150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

c) La variación del momento lineal es:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = (120 \cdot \vec{u}_x + 90 \cdot \vec{u}_y) - (90 \cdot \vec{u}_x + 120 \cdot \vec{u}_y) = 30 \cdot \vec{u}_x - 30 \cdot \vec{u}_y$$

Aunque el momento lineal inicial y el final del cuerpo tienen el mismo módulo, existe variación, pues cambia la dirección del momento lineal entre ambas posiciones. Se necesita una fuerza para producir ese cambio.

d) De acuerdo con el teorema del impulso mecánico, tenemos que:

$$\vec{F} \cdot t = \Delta\vec{p} \rightarrow \vec{F} \cdot 3 = 30 \cdot \vec{u}_x - 30 \cdot \vec{u}_y \rightarrow \vec{F} = (10 \cdot \vec{u}_x - 10 \cdot \vec{u}_y) \text{ N}$$

25. Se lanza, verticalmente hacia abajo, una pelota de goma elástica de 200 g, que llega al suelo con una rapidez de 15 m/s, y que después de rebotar sale despedida verticalmente hacia arriba con la misma rapidez. Calcula:

a) El momento lineal de la pelota antes y después del rebote.

b) La fuerza que hace el suelo sobre la pelota si están en contacto durante 0,01 s.

a) Si situamos el eje Y verticalmente y con el sentido positivo hacia arriba, el momento lineal antes y después del choque con el suelo vale:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 0,2 \cdot (-15 \cdot \vec{u}_y) = -3 \cdot \vec{u}_y \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 0,2 \cdot (15 \cdot \vec{u}_y) = 3 \cdot \vec{u}_y \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

pues la pelota va hacia abajo cuando llega al suelo y hacia arriba cuando sale después de rebotar en el suelo.

El módulo y la dirección del momento lineal no varían, pero cambia su sentido; por tanto, como hay un cambio se necesita una fuerza que lo provoque: se trata de la fuerza que ejerce el suelo sobre la pelota.

b) De acuerdo con el teorema de la cantidad de movimiento:

$$\vec{F} \cdot t = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$$

tenemos:

$$\vec{F} \cdot 0,01 = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = (3 \cdot \vec{u}_y) - (-3 \cdot \vec{u}_y) = 6 \cdot \vec{u}_y$$

$$\vec{F} = \frac{6}{0,01} \cdot \vec{u}_y = 600 \cdot \vec{u}_y \text{ N}$$

El suelo ejerce una fuerza de 600 N, dirigida verticalmente hacia arriba.

26. Para hacer un saque, una tenista lanza verticalmente hacia arriba la pelota y, cuando se encuentra a 2 m y desciende con una velocidad de 2 m/s, la golpea, de forma que sale despedida horizontalmente con una velocidad de 25 m/s. La masa de la pelota es de 60 g y está en contacto con la raqueta 0,02 s. Calcula:

a) El momento lineal de la pelota antes y después de ser golpeada.

b) La fuerza, supuesta constante, que hace la raqueta sobre la pelota.

c) La distancia horizontal al punto de saque a la que cae la pelota.

Tomaremos el eje X horizontal con su sentido positivo en la dirección del movimiento, y el eje Y vertical con el sentido positivo hacia arriba.

a) El momento lineal de la pelota antes de ser golpeada vale:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 0,06 \cdot (-2 \cdot \vec{u}_y) = -0,12 \cdot \vec{u}_y \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

El momento lineal de la pelota después de ser golpeada vale:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 0,06 \cdot (25 \cdot \vec{u}_x) = 1,5 \cdot \vec{u}_x \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) Aplicando el teorema de la cantidad de movimiento: $\vec{F} \cdot t = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$, tenemos:

$$\vec{F} \cdot 0,02 = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = (1,5 \cdot \vec{u}_x) - (-0,12 \cdot \vec{u}_y) = 1,5 \cdot \vec{u}_x + 0,12 \cdot \vec{u}_y$$

Despejando:

$$\vec{F} = \frac{1{,}5}{0{,}02} \cdot \vec{u}_x + \frac{0{,}12}{0{,}02} \cdot \vec{u}_y = (75 \cdot \vec{u}_x + 6 \cdot \vec{u}_y)\ \text{N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{75^2 + 6^2} = \sqrt{5661} = 75{,}23\ \text{N}$$

$$tg\ \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{6}{75} = 0{,}08 \rightarrow \alpha = 4{,}5^\circ$$

Por tanto, la raqueta ejerce una fuerza de 75,23 N formando un ángulo de 4,5° con la horizontal hacia arriba.

c) La pelota, una vez que abandona la raqueta, describe un movimiento parabólico correspondiente a un tiro horizontal desde una altura de 2 m y con una velocidad inicial de 25 m/s; luego, las ecuaciones de su movimiento son:

$$x = v_0 \cdot t = 25 \cdot t \quad ; \quad y = H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 2 - 4{,}9 \cdot t^2$$

Cuando llega al suelo, $y = 0$; luego:

$$0 = 2 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2}{4{,}9}} = 0{,}64\ \text{s}$$

Por tanto, $x = 25 \cdot 0{,}64 = 16$ m; es decir, la pelota cae a una distancia de 16 m del punto de saque.

27. Una pelota de 0,5 kg llega deslizándose por el suelo con una velocidad $\vec{v}_0 = 15 \cdot \vec{u}_x$, hasta un jugador, el cual la golpea con una fuerza: $\vec{F} = 50 \cdot \vec{u}_x + 300 \cdot \vec{u}_y$, en N. Calcula: a) La velocidad de la pelota después de ser golpeada si está en contacto con el pie 0,05 s. b) La distancia a la que cae la pelota.

a) El momento lineal de la pelota antes de ser golpeada vale:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 0{,}5 \cdot (15 \cdot \vec{u}_x) = 7{,}5 \cdot \vec{u}_x\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Como la fuerza, $\vec{F}$, actúa durante 0,05 s, su impulso mecánico vale:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot t = (50 \cdot \vec{u}_x + 300 \cdot \vec{u}_y) \cdot 0{,}05 = (2{,}5 \cdot \vec{u}_x + 15 \cdot \vec{u}_y)\ \text{N} \cdot \text{s}$$

y, teniendo en cuenta el teorema del momento lineal: $\vec{F} \cdot t = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$, el momento lineal final vale:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{F} \cdot t = (7{,}5 \cdot \vec{u}_x) + (2{,}5 \cdot \vec{u}_x + 15 \cdot \vec{u}_y) = (10 \cdot \vec{u}_x + 15 \cdot \vec{u}_y)\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

De la definición de momento lineal deducimos la velocidad de la pelota después de ser golpeada:

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} = \frac{10}{0{,}5} \cdot \vec{u}_x + \frac{15}{0{,}5} \cdot \vec{u}_y = (20 \cdot \vec{u}_x + 30 \cdot \vec{u}_y)\ \text{m/s}$$

b) Como la pelota sale con una velocidad que tiene componente horizontal y componente vertical, realiza un tiro oblicuo, cuyas ecuaciones son:

$$x = v_{0x} \cdot t = 20 \cdot t \quad ; \quad y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 30 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

cuando llega al suelo, $y = 0$; luego:

$$0 = 30 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 = 0 \rightarrow t = \frac{30}{4{,}9} = 6{,}1\ \text{s}$$

Por tanto, $x = 20 \cdot 6{,}1 = 122$ m; la pelota cae a 122 m del punto de lanzamiento.

28. **Un jugador de golf golpea una pelota de 20 g que está en reposo en el suelo, saliendo esta despedida con una elevación de 45°. Si la pelota cae a una distancia de 125 m, calcula:**

a) El módulo y las componentes de la velocidad de la pelota después de ser golpeada.

b) La fuerza que hace el palo sobre la pelota si están en contacto 0,01 s.

a) La pelota realiza un tiro oblicuo con una elevación de 45º, por lo que las ecuaciones de su movimiento son:

$$x = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos 45° \cdot t = v_0 \cdot 0{,}7 \cdot t$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot \operatorname{sen} 45° \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 = v_0 \cdot 0{,}7 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

Cuando la pelota llega al suelo, $x = 125$ m e $y = 0$; luego:

$$\left.\begin{array}{l} 125 = v_0 \cdot 0{,}7 \cdot t \\ 0 = v_0 \cdot 0{,}7 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \end{array}\right\} \rightarrow 125 - 4{,}9 \cdot t^2 = 0 \rightarrow t = \sqrt{\frac{125}{4{,}9}} = 5 \text{ s}$$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$125 = v_0 \cdot 0{,}7 \cdot 5 = 3{,}5 \cdot v_0 \rightarrow v_0 = \frac{125}{3{,}5} = 35{,}7 \text{ m/s}$$

La velocidad inicial de la pelota en su movimiento parabólico, después de ser golpeada, es, por tanto:

$$\vec{v} = (v_{0x}, v_{0y}) = (35{,}7 \cdot 0{,}7,\ 35{,}7 \cdot 0{,}7) = (25,\ 25) \text{ m/s}$$

b) La velocidad que acabamos de calcular es la de la pelota después de ser golpeada. Como antes de ser golpeada estaba en reposo, $\vec{p}_0 = 0$, teniendo en cuenta el teorema del impulso mecánico, resulta:

$$\vec{F} \cdot t = \vec{p} = m \cdot \vec{v} \rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{p}}{t} = \frac{m \cdot \vec{v}}{t} = \frac{0{,}02 \cdot (25 \cdot \vec{u}_x + 25 \cdot \vec{u}_y)}{0{,}01} =$$

$$= (50 \cdot \vec{u}_x + 50 \cdot \vec{u}_y) \text{ N}$$

29. **Una bola de 1 kg se lanza con una velocidad de 20 m/s contra otra de 3 kg que está en reposo. Si, después del choque, la bola más pesada sale con una velocidad de 10 m/s en la misma dirección y sentido que llevaba la ligera antes de chocar, calcula la velocidad de esta después del choque, precisando su sentido.**

Durante el choque, las fuerzas exteriores son despreciables frente a las interiores; luego, el momento lineal del sistema formado por las dos bolas permanece constante; es decir, el momento lineal es igual antes y después del choque:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{cte}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 \rightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}\,'_1 + m_2 \cdot \vec{v}\,'_2$$

Como todos los cuerpos se mueven en la misma dirección:

$$1 \cdot 20 + 3 \cdot 0 = 1 \cdot v'_1 + 3 \cdot 10 \rightarrow 20 = v'_1 + 30$$

de donde obtenemos $v'_1 = -10$ m/s; es decir, la bola pequeña rebota y sale en sentido contrario con una velocidad de 10 m/s.

30. Calcula la velocidad de las dos bolas de la actividad anterior si después del choque permanecen unidas.

Si los cuerpos salen juntos, llevan la misma velocidad después del choque; luego:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}'$$

$$1 \cdot 20 \cdot \vec{u}_x + 3 \cdot 0 = (1 + 3) \cdot \vec{v}' = 4 \cdot \vec{v}' \rightarrow \vec{v}' = 5 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}$$

31. Un cohete de 3 kg de masa, que asciende verticalmente con una velocidad de 100 m/s, explota, fragmentándose en dos trozos. Si el primero, de 2 kg, sale horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 150 m/s, calcula la velocidad con la que sale el segundo.

Cuando se produce la explosión, las fuerzas internas son tan intensas que podemos considerar despreciables las fuerzas externas; luego, el momento lineal del cohete permanece constante; es decir, antes y después de la explosión vale lo mismo. Antes de la explosión, el cohete es un único cuerpo y, después de la explosión, se rompe en dos trozos; luego:

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{cte} \rightarrow \vec{p}_0 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \rightarrow m \cdot \vec{v}_0 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

Donde:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 3 \cdot (100 \cdot \vec{u}_y) = 300 \cdot \vec{u}_y \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{p}'_1 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 = 2 \cdot (150 \cdot \vec{u}_x) = 300 \cdot \vec{u}_x \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{p}'_2 = m_2 \cdot \vec{v}'_2 = 1 \cdot \vec{v}'_2 = \vec{v}'$$

Sustituyendo:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \rightarrow 300 \cdot \vec{u}_y = 300 \cdot \vec{u}_x + \vec{v}' \rightarrow \vec{v}' = (-300 \cdot \vec{u}_x + 300 \cdot \vec{u}_y) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}'| = \sqrt{(-300)^2 + 300^2} = 424{,}26 \text{ m/s}$$

El segundo trozo sale con una velocidad de 424,26 m/s, hacia la izquierda y hacia arriba, formando un ángulo de 45° con la vertical.

32. Una patinadora de 60 kg, que se desplaza a 6 m/s, lleva consigo una bola de nieve de 1 kg. Calcula la velocidad de la patinadora después de lanzar la bola de nieve con una velocidad de 12 m/s: a) Hacia delante. b) Hacia atrás.

La fuerza que hace la patinadora para lanzar la bola de nieve es una fuerza interna para el sistema patinadora-bola; es igual pero opuesta a la que hace la bola sobre la patinadora. Como la resultante de las fuerzas exteriores es nula, el momento lineal del conjunto patinadora-bola permanece constante durante el lanzamiento, por lo que el momento lineal del conjunto inmediatamente antes es igual al que posee inmediatamente después:

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{cte} \rightarrow \vec{p}_A = \vec{p}_D$$

Antes del lanzamiento, la bola y la patinadora tienen la misma velocidad; si tomamos el semieje X positivo en la dirección del movimiento, el momento lineal antes del lanzamiento vale:

$$\vec{p}_A = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_A = (60 + 1) \cdot 6 \cdot \vec{u}_x = 366 \cdot \vec{u}_x \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Después del lanzamiento es:

$$\vec{p}_D = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2 = 60 \cdot \vec{v}'_1 + 1 \cdot \vec{v}'_2$$

a) Si la patinadora lanza la bola hacia delante, entonces $\vec{v}'_2 = 12 \cdot \vec{u}_x$ m/s; luego:

$$\vec{p}_D = 60 \cdot \vec{v}'_1 + 12 \cdot \vec{u}_x$$

$$\vec{p}_A = \vec{p}_D \rightarrow 366 \cdot \vec{u}_x = 60 \cdot \vec{v}'_1 + 12 \cdot \vec{u}_x \rightarrow \vec{v}'_1 = 5{,}9 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}$$

La patinadora, después de lanzar la bola, reduce su velocidad a 5,9 m/s.

b) Si la patinadora lanza la bola hacia atrás, entonces $\vec{v}'_2 = -12 \cdot \vec{u}_x$ m/s; luego:

$$\vec{p}_D = 60 \cdot \vec{v}'_1 - 12 \cdot \vec{u}_x$$

$$\vec{p}_A = \vec{p}_D \rightarrow 366 \cdot \vec{u}_x = 60 \cdot \vec{v}'_1 - 12 \cdot \vec{u}_x \rightarrow \vec{v}'_1 = 6{,}3 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}$$

La patinadora, después de lanzar la bola, aumenta su velocidad a 6,3 m/s.

33. Un cohete cuya masa inicial es de 1 000 kg se mueve horizontalmente con una velocidad de 100 m/s. ¿Cuál es su velocidad final si expulsa hacia atrás 500 kg de gases con una velocidad de 300 m/s?

La fuerza que realiza el cohete al expulsar los gases es igual a la que hacen los gases sobre el cohete, y podemos considerar despreciables el resto de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema. Por tanto, el momento lineal del conjunto permanece constante antes y después de la expulsión de gases:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{p}_A = \vec{p}_D$$

El momento lineal antes de la expulsión es el correspondiente al cohete moviéndose con velocidad constante a lo largo del eje X:

$$\vec{p}_A = m \cdot \vec{v} = 1\,000 \cdot 100 \cdot \vec{u}_x = 10^5 \cdot \vec{u}_x \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Y el de después, el correspondiente al conjunto formado por el cohete y los gases:

$$\vec{p}_D = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2 = (1\,000 - 500) \cdot \vec{v}'_1 + 500 \cdot (-300 \cdot \vec{u}_x) = 500 \cdot \vec{v}'_1 - 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot \vec{u}_x$$

Igualando:

$$\vec{p}_A = \vec{p}_D \rightarrow 10^5 \cdot \vec{u}_x = 500 \cdot \vec{v}'_1 - 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot \vec{u}_x$$

$$\vec{v}'_1 = \frac{10^5 \cdot \vec{u}_x + 1{,}5 \cdot 10^5 \cdot \vec{u}_x}{500} = 500 \cdot \vec{u}_x \text{ m/s}$$

Es decir, el cohete incrementa su velocidad en 400 m/s.