

1.-Estudiar las discontinuidades de la siguiente función, clasificándolas en $x=-1$ y $x=2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2-x+1}{2x^3+6x^2+4x} & x \leq -1 \\ \frac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} & -1 < x < 2 \\ L(3-x) & 3 > x \geq 2 \end{cases}$$

Estudio $x=-1$ Discontinuidad de salto finito.

1) $f(-1) = \frac{0}{0}$ $\nexists$

2) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2x^2-x+1}{2x^3+6x^2+4x} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2(x-\frac{1}{2})(x+1)}{2x(x+1)(x+2)} = -\frac{3}{2} //$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{6(\sqrt{3-x}-2)(\sqrt{3-x}+2)}{(x+1)(6x+5)(\sqrt{3-x}+2)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{6(-x-1)}{(x+1)(6x+5)(\sqrt{3-x}+2)} = \frac{3}{2} //$

$\frac{3}{2} //$ ¡uf! ¡por fe papito no es evitable! $\therefore$

Estudio $x=2$ Discontinuidad de salto finito.

1) $f(2) = L(3-2) = L1 = 0.$

2) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} = \frac{6-12}{51} = -\frac{6}{51} = -\frac{2}{17} //$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} L(3-x) = L1 = 0.$

Al ser los límites distintos o finitos sería de salto finito en ambas cosas.

15

2.-¿Existe algún valor real de K para el cual la función siguiente es continua en $x=2$? Razona el proceso:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2K-x}{x^2-4} & x \neq 2 \\ -\frac{1}{2} & x = 2 \end{cases}$$

Para que sea continua en $x=2$

1) $f(2) = -\frac{1}{2}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2K-x}{x^2-4} = \frac{2K-2}{0} \Rightarrow$ Si $K=1$ ($2K-2=0$) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{x^2-4} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{x+2} = -\frac{1}{4} //$

da única forma de no de ∞ , es $2K-2=0$

3) $f(2) = -\frac{1}{2} \neq \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{x^2-4} = -\frac{1}{4}$

Como para $K=1$ no coincide el límite con $f(2) \Rightarrow$ por tanto no existe un valor de K para el cual la función sea continua en $x=2 //$

1

3.- Dada la función $f(x) = \frac{-3x}{(1-x)^2}$

a) Determinar la ecuación de la recta tangente a ella en $x_0 = 2$

$$y' = \frac{-3 \cdot (1-x)^2 + 2(1-x) \cdot (-3x)}{(1-x)^4} = \frac{-3(1-x) - 6x}{(1-x)^3} = \frac{-3+3x-6x}{(1-x)^3} = \frac{-3-3x}{(1-x)^3} //$$

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0) \quad \begin{cases} y_0 = y(2) = \frac{-6}{1} = -6 // \\ m_{TAG} = y'(2) = \frac{-3-6}{-1} = +9 // \end{cases}$$

$$y + 6 = +9(x - 2) \Rightarrow y + 6 = +9x - 18 \Rightarrow y = -9x - 24 //$$

b) Determinar los puntos en los que la recta tangente sea horizontal, y la ecuación de la tangente

Tangente horizontal



$$m_{TAG} = 0$$



$$y' = 0$$

$$y' = \frac{-3-3x}{(1-x)^3} \Rightarrow \frac{-3-3x}{(1-x)^3} = 0 \Rightarrow -3-3x = 0 \Rightarrow x = -1 //$$

$$y_0 = y(-1) = \frac{3}{4} //$$

Punto: $P(-1, 3/4) //$

Ecu. tangente: $y - \frac{3}{4} = 0 \cdot (x + 1) \Rightarrow y = \frac{3}{4} //$

0'45

4.- Dada la función $y = 2ax^3 - bx^2 + c$ hallar los valores de a , b y c para que la función corte al eje de ordenadas en $y = -1$, sea tangente a la recta $3x - 2y + 1 = 0$ en $x = -1$

$$y = 2ax^3 - bx^2 + c$$

$$y' = 6ax^2 - 2bx$$

Pase $P(0, -1) \Rightarrow y(0) = -1 \Rightarrow c = -1 //$

$3x - 2y + 1 = 0$ tangente en $x = -1$

$$-2y = -3x - 1 \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$m = \frac{3}{2} \Rightarrow y'(-1) = \frac{3}{2} \quad (I)$

Pase $Q(-1, -1) \Rightarrow y(-1) = -1 \quad (II)$

Si $x = -1 \Rightarrow y = -1$

$$\begin{cases} (I) & 6a + 2b = \frac{3}{2} \\ (II) & -2a - b - 1 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a + 4b = 3 \\ -2a - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a + 4b = 3 \\ -8a - 4b = 0 \end{cases}$$

$$4a = 3 \quad a = 3/4 //$$

$$\begin{aligned} b &= -2a \\ b &= -3/2 // \end{aligned}$$

1'5

$$y = L_n \left(\frac{\sqrt{\tan 3x}}{6^{\frac{1-x}{2}} \cdot \sin^2 x} \right)$$

$$y = \frac{1}{2} L(\tan 3x) - \frac{1-x}{2} L6 - 2 L \sin x$$

$$y' = \frac{1}{2 \tan 3x} \cdot (1 + \tan^2 3x) \cdot 3 + \frac{1}{2} L6 - \frac{2}{\sin x} \cdot \cos x.$$

$$y' = \frac{3(1 + \tan^2 3x)}{2 \tan 3x} + \frac{1}{2} L6 - 2 \cot x //$$

0,75

$$y = \sin^2 \left(\frac{2}{\cos \sqrt{x}} \right)$$

$$y' = 2 \sin \left(\frac{2}{\cos \sqrt{x}} \right) \cdot \cos \left(\frac{2}{\cos \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{-2}{\cos^2 \sqrt{x}} \cdot (-\sin \sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{2}{\sqrt{x}} \sin \left(\frac{2}{\cos \sqrt{x}} \right) \cos \left(\frac{2}{\cos \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sin \sqrt{x}}{\cos \sqrt{x}} //$$

$$y = \arctan \sqrt{\frac{e^{-x}}{1+e^x}}$$

0,75

$$y' = \frac{1}{1 + \frac{e^{-x}}{1+e^x}} \cdot \frac{1}{2 \sqrt{\frac{e^{-x}}{1+e^x}}} \cdot \frac{-e^{-x}(1+e^x) - e^{-x}(e^x)}{(1+e^x)^2}$$

$$y' = \frac{1+e^x}{1+e^x+e^{-x}} \cdot \frac{\sqrt{1+e^x}}{2\sqrt{e^{-x}}} \cdot \frac{-e^{-x}-1-1}{\sqrt{(1+e^x)^2}}$$

multiplicar

$$y' = \frac{-e^{-x}-2}{(1+e^x+e^{-x}) \cdot 2\sqrt{e^{-x}+1}} //$$

0,75

0,75