

Rectas en el Plano

- 1.- La recta r pasa por el punto $A(-3,2)$, según la dirección del vector $\vec{u}(2,1)$. Hallar su ecuación en forma vectorial, paramétrica, continua, punto pendiente, explícita, general y segmentaria.
Sol. $(x,y)=(-3,2)+\lambda(2,1)$; $x=-3+2\lambda$ $y=2+\lambda$; $(x+3)/2=(y-2)/1$, $y-2=1/2(x+3)$; $y=1/2x+7/2$; $x/(-7)+y/(7/2)=1$.
- 2.- Idem. si r pasa por los puntos $A(0,1)$ y $B(-2,2)$
Sol. $(x,y)=(0,1)+\lambda(-2,1)$; $x=-2\lambda$ $y=1+\lambda$; $x/(-2)=(y-1)/1$; $y-1=1/2x$; $y=1/2(x+1)$; $x+2y-2=0$; $x/2+y/1=1$.
- 3.- La recta r pasa por los puntos $A(3,1)$ y $B(-1,3)$. Hallar un vector director de r , su pendiente, su ecuación en forma continua y su ecuación en forma segmentaria. Sol. $\vec{u}(-2,1)$; $m=-1/2$; $x-3/-2=y-1/1$; $x/5+y/(5/2)=1$
- 4.- Hallar, en forma general, las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del paralelogramo de vértices $A(2,1)$, $B(4,-1)$, $C(0,4)$ y $D(-2,6)$.
Sol: $r_{AB}:x+y-3=0$; $r_{CD}:x+y-4=0$; $r_{BC}:5x+4y-16=0$; $r_{DA}:5x+4y-14=0$.
- 5.- Idem. respecto a las diagonales del paralelogramo $A(1,1)$, $B(3,3)$, $C(9,3)$ y $D(7,1)$. Sol. $r_{AC}:x-4y+3=0$; $r_{BD}:x+2y-9=0$.
- 6.- Dada la recta $r \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3}$; hallar al menos dos puntos de r , un vector director, su pendiente y su representación gráfica.
Sol. $(-1,3)$, $(0,3/2)$, $(1,0)$...; $\vec{u}(-2,3)$, $m=-3/2$
- 7.- Idem. siendo $r \equiv 2x + 3y - 6 = 0$.
Sol: $(3,2)$, $(0,2)$,...; $\vec{u}(-3,2)$; $m=-2/3$
- 8.- Idem. siendo $r \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in R$
Sol: $(-1,2)$, $(1,1)$; $\vec{u}(2,-1)$; $m=-1/2$
- 9.- Idem. siendo $r \equiv \frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = 1$
Sol: $(-2,0)$, $(0,5)$; $\vec{u}(2,5)$, $m=5/2$.
- 10.- La recta r de pendiente $2/3$ pasa por el punto $A(4,1)$. Se pide un vector director de r , su ecuación en forma punto pendiente y explícita, y sus puntos de corte con los ejes coordenados y su ecuación segmentaria
Sol: $\vec{u}(3,2)$, $y-1=\frac{2}{3}(x-4)$, $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$; $(5/2,0)$, $(0,-5/3)$, $\frac{x}{5/2} + \frac{y}{-5/3} = 1$
- 11.- Averiguar si los puntos $A(-5,3)$ y $B(1,0)$ pertenecen o no a cada una de las rectas:
 $r \equiv (x,y) = (-1+2\lambda, 1-\lambda)$ $s \equiv \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{2}$
Sol: $A \in r, B \in r, A \notin s, B \in s$
- 12.- Hallar la pendiente y la ecuación en forma general de las rectas:
 $r \equiv (x,y) = (-2,1) + \lambda(3,-1)$, $s \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in R$, $t \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1}$
Sol: $m_r = -\frac{1}{3}$, $r \equiv x+3y-1=0$; $m_s = \frac{2}{3}$, $s \equiv 2x+y-8=0$; $m_t = \frac{1}{2}$, $t \equiv x-2y+3=0$
- 13.- Idem. con $r \equiv y+3 = -\frac{2}{3}(x+1)$, $s \equiv y = \frac{5}{4}x+1$ y $t \equiv \frac{x}{5} + \frac{y}{-2} = 1$
Sol: $m_r = -\frac{2}{3}$, $r \equiv 2x+3y+11=0$; $m_s = \frac{5}{4}$, $s \equiv 5x-4y+4=0$; $m_t = \frac{2}{5}$, $t \equiv 2x-5y-10=0$
- 14.- Hallar las ecuaciones generales de las rectas que pasan por los puntos que se dan:
a) $A(1,1)$ y $B(2,5)$ b) $A(1,1)$ y $B(4,4)$ c) $A(4,4)$ y $B(2,5)$ Sol: a) $4x-y-3=0$; b) $x-y=0$; c) $x+2y-12=0$
- 15.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(4,-3)$ y.
a) es paralela a $y=-5x-2$.
b) tiene pendiente 4.
c) es paralela a $3x+4y-12=0$.
d) es paralela a $(x,y)=(4,0)+\lambda(2,5)$.
e) pasa por $(-5,2)$.
f) tiene la dirección de $y=4$.
g) tiene la dirección de $x=2$.
Sol: y=-5x+17; b) y+3=4(x-4); c) 3x+4y=0; d) (x,y)=(4,-3)+λ(2,5); e) 5x+9y+7=0; f) y=-3; g) x=4.

- 16.- Hallar la ecuación vectorial de una recta que pase por P(2,4) y sea perpendicular al vector $\vec{u}(3,-1)$.
- 17.- Hallar la ecuación vectorial de una recta que pase por P(3,-1) y sea perpendicular a $(x,y)=(3,4)+\lambda(-3,1)$.
- 18.- Hallar la ecuación general de la recta que pasa por P(5,2) y es perpendicular a $5x+7y-15=0$.
- 19.- Hallar la ecuación explícita de la recta que incide con (1,1) y es perpendicular a $y=3x-7$.
Sol: 16) $(x,y)=(2,4)+\lambda(1,3)$; 17) $(x,y)=(3,-1)+\lambda(1,3)$; 18) $7x-5y-25=0$; 19) $y=-1/3x+4/3$.
- 20.- En cada caso hallar la ecuación de la recta r que pasa por el punto A(-2,1) y es paralela a s:
- a) $s \equiv (x,y) = (7,3) + \lambda(-1,5) \quad \lambda \in R$ Sol: $r \equiv y-1 = -5(x+2)$
- b) $s \equiv \frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{2}$ Sol: $r \equiv y-1 = \frac{2}{3}(x+2)$
- c) $s \equiv y-3 = \frac{3}{2}(x+1)$ Sol: $r \equiv y-1 = \frac{3}{2}(x+2)$
- d) $s \equiv 2x + y - 7 = 0$ Sol: $r \equiv y-1 = -2(x+2)$
- e) $s \equiv \frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1$ Sol: $r \equiv y-1 = \frac{3}{4}(x+2)$
- 21.- Los vértices consecutivos de un paralelogramo son A(-3,-2), B(4,1), C(3,5) y D. Se pide:
- a) Hallar, en forma vectorial y punto pendiente, las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados CD y DA.
Sol: $r_{cd} \equiv (x,y) = (3,5) + \lambda(7,3) \quad \lambda \in R$ $r_{cd} \equiv y-5 = \frac{3}{7}(x-3)$ $r_{da} \equiv (x,y) = (-3,2) + \lambda(-1,4) \quad \lambda \in R$ $r_{da} \equiv y+2 = -4(x+3)$
- b) El vértice D como intersección de las dos rectas anteriores. Sol: D(-4,2)
- 22.- Por los vértices A(1,1), B(2,3) y C(-1,0) de un triángulo se trazan paralelas a los respectivos lados opuestos. Hallar sus ecuaciones en forma explícita.
Sol: $y=x$; $y=2x+2$; $y=1/2x+2$
- 23.- Determinar "a" de forma que las rectas $r \equiv ax + (a-1)y - 2 = 0$ y $s \equiv (a+1)x + (a-2)y - 3 = 0$ sean paralelas.
Sol: $a=1/2$.
- 24.- Hallar "a" para que las rectas $ax+2y-5=0$ y $2x-3y+1=0$ sean:
- a) Paralelas b) perpendiculares c) formen un ángulo de 30° .
- 25.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por P(4,1) y es perpendicular a $2x+5y-8=0$. Sol: $5x-2y-18=0$
- 26.- Idem. pasa por P(-3,-6) y es perpendicular a $5x-3y-9=0$. Sol: $3x+5y+39=0$
- 27.- Idem. pasa por P(0,3) y es perpendicular a $(x,y)=(1,-1)+\lambda(2,-3)$. Sol: $2x-3y+9=0$
- 28.- Estudiar la posición relativa de las rectas:
- a) $r \equiv \begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 5 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in R$ $s \equiv \frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 1$ Sol: paralelas
- b) $r \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{3}$ $s \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3}$ Sol: coincidentes
- c) $r \equiv y-3 = \frac{3}{4}(x+1)$ $s \equiv \frac{x+3}{-2} = \frac{y-4}{1}$ Sol: Secantes
- 29.- Determinar la posición relativa de los siguientes pares de rectas y hallar el punto de intersección cuando sea posible:
- a) $r \equiv 4x+10y-5=0$, $s \equiv 6x+15y-8=0$ Sol: paralelas
- b) $r \equiv 2x-y-7=0$, $s \equiv -3x+2y+11=0$ Sol: se cortan en (3,-1)
- c) $r \equiv 6x-4y-12=0$, $s \equiv -15x+10y+30=0$ Sol: coinciden
- d) $r \equiv (x,y) = (2,-3) + \lambda(3,4) \quad \lambda \in R$, $s \equiv (x,y) = (11,-1) + \lambda(-1,2) \quad \lambda \in R$ Sol: se cortan en (8,5)
- 30.- Averiguar si las siguientes pares de rectas son perpendiculares:
- a) $r \equiv (x,y) = (1,0) + \lambda(2,-5) \quad \lambda \in R$, $s \equiv (x,y) = (3,3) + \lambda(7,3) \quad \lambda \in R$ Sol: no
- b) $r \equiv 2x+8y-7=0$, $s \equiv -12x+3y-5=0$ Sol: sí

$$c) \quad r \equiv y = \frac{4x+3}{6}, \quad s \equiv y = -\frac{3}{2}x+1$$

Sol: sí

31.- Determinar el punto de corte de : $r \equiv (x, y) = (-3, 2) + \lambda(2, -1) \quad \lambda \in R$, $s \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 2 - 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in R$ Sol: (1,0)

32.- En el triángulo A(1,2), B(5,1) y C(3,4) hallar la longitud de la altura sobre BC, la longitud del lado BC, la longitud de la altura y el área del triángulo. Sol: $2x-3y+4=0$; $\sqrt{13}$; $10/\sqrt{13}$; $5u^2$.

33.- Calcular el área del triángulo limitado por las rectas $r \equiv x-y-1=0$; $s \equiv x+y-3=0$; $t \equiv y-2=0$

34.- Hallar "a" y "b" de forma que las rectas $r \equiv ax+by-1=0$ y $s \equiv 2x-3y+4=0$ sean paralelas y r pase por el punto A(1,1). Sol: a=-2 y b=3

35.- Hallar "a" para que las tres rectas se corten en un punto:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1}; \quad s \equiv 3x - y - 7 = 0 \quad y \quad t \equiv x + ay + 2a = 0$$

Sol: a=-9/7

36.- Determinar la recta r que pasa por el punto de corte de las rectas $s \equiv \begin{cases} x = -2 + \lambda \\ y = 5 - 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in R$ y

$$t \equiv \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{2} \quad y \quad \text{es paralela a la recta } u \equiv \frac{x}{1/2} + \frac{y}{-3} = 1.$$

Sol: $r \equiv 6x-y+1=0$

37.- Los vértices consecutivos de un paralelogramo son A(1,2), B(5,0), C y D. Se sabe que los lados AD y BC son paralelos a la recta $(x,y)=(-7,2)+\lambda(1,1) \quad \lambda \in R$, y que el punto P(6,4) pertenece a la recta que pasa por C y D. Hallar estos vértices. Sol: C(8,3), D(4,5).

38.- Dadas las rectas $r \equiv 4x - y - 3 = 0$, $s \equiv x + 2y - 12 = 0$ y $t \equiv x - y = 0$ hallar:

- Los vértices del triángulo que determinan. Sol: A(1,1), B(4,4), C(2,5).
- La ecuación de la altura sobre el lado contenido en la recta t. Sol: $x+y-7=0$.
- La longitud del lado contenido en r. Sol: $\sqrt{17}$.
- La longitud de la altura sobre el lado contenido en s. Sol: $9/\sqrt{5}$.
- Área del triángulo. Sol: 9/2.

39.- En el triángulo anterior, hallar las ecuaciones de las mediatrices y las coordenadas del circuncentro. Sol: $2x+8y-27=0$, $4x-2y-3=0$, $x+y-5=0$, (13/6, 17/6)

40.- En el triángulo de vértices A(1,2), B(3,-4) y C(5,3), hallar las ecuaciones de las tres alturas y el ortocentro. Sol: $x-3y+4=0$, $4x+y-8=0$, $2x+7y-16=0$, O(20/13, 24/13).

41.- Sea el triángulo de vértices A(7,1), B(3,9) y C(-1,3) determinar las coordenadas del ortocentro, incentro, baricentro, y circuncentro.

42.- Hallar la ecuación vectorial de la mediatriz de \overline{PQ} con P(-1,3) y Q(2,5). Sol: $(x,y)=(1/2,4)+\lambda(2,-3) \quad \lambda \in R$

43.- Calcular la distancia entre las rectas $r \equiv 2x-3y-2=0$ y $s \equiv -4x+6y-3=0$.

44.- ¿qué área debe tener el triángulo de vértices A(x,2), B(5,3) y C(4,0), para que el vértice A esté sobre la recta $r \equiv x+y+2=0$. Sol: Área=9.

45.- Hallar la distancia del punto P(2,-1) a la recta que pasa por Q(5,-2) y es perpendicular a $r \equiv (x,y)=(2,0)+\lambda(3,-1)$. Sol: $\sqrt{10}$

46.- Dados dos vértices de un triángulo M(-10,2) y N(6,4), cuyas alturas se cortan en el punto A(5,2), determinar las coordenadas del tercer vértice. Sol: (6,-6)

47.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto C(1,1) e intercepta en los ejes coordenados formando un triángulo de área $2u^2$.

48.- Hallar el valor de k de modo que la distancia de la recta $y+5=k(x-3)$ al origen sea de 3 unidades.

49.- Hallar las ecuaciones de los lados de un triángulo conociendo, en cada caso, estos datos:

- Uno de los vértices B(-4,-5) y las ecuaciones de las alturas $5x+3y-4=0$ y $3x+2y+13=0$
- Uno de los vértices C(4,-1) y las ecuaciones de la altura $2x-3y+12=0$ y la mediana $2x+3y=0$ trazada desde un vértice.

- c) Uno de los vértices B(2,-7) y las ecuaciones de la altura $3x+y+11=0$ y de la mediana $x+2y+7=0$ trazadas desde diferentes vértices.
- d) Uno de los vértices A(4,-1) y las ecuaciones de dos bisectrices $x-1=0$ y $x-y-1=0$.
- e) Uno de los vértices C(4,3) y las ecuaciones de la bisectriz $x+2y-5=0$ y de la mediana $4x+13y-10=0$ trazadas desde un vértice.
- 50.- Hallar el punto de la recta $x-y=0$ que junto con B(6,2) y C(14,8) forma un triángulo rectángulo. 4 sol.
- 51.- Un rombo tiene una diagonal sobre la recta $x-2y+2=0$ y uno de sus vértices es (2,7). Hallar los demás vértices sabiendo que el perímetro del rombo es 20 u. Sol: (6,4), (2,2).
- 52.- Sea ABCD un cuadrado de área 40 y centro (6,6). Sabiendo que A(4,y). Hallar sus vértices.
- 53.- Dos rectas perpendiculares se cortan en P(2,-3). Si un vector director de una de ellas es (1,5), hallar la ecuación de la otra en forma vectorial y general. Sol: $(x,y)=(2,-3)+\lambda(5,-1)$; $x+5y+13=0$
- 54.- Dos vértices de un triángulo son A(1,-2) y B(2,3). Hallar el vértice C si está sobre la recta $2x+y-2=0$ y el área del triángulo es u^2 . Sol: $C_1(-1,4)$; $C_2(25/7,-36/7)$
- 55.- Hallar las bisectrices de las rectas $r \equiv x + 2y - 3 = 0$ y $s \equiv 4x - 2y - 5 = 0$ Sol: $b_1 \equiv 2x - 6y + 1 = 0$; $b_2 \equiv 6x + 2y - 11 = 0$
- 56.- Hallar las bisectrices de las rectas $r \equiv 3x + 4y - 2 = 0$ y $s \equiv 4x + 3y + 1 = 0$ Sol: $b_1 \equiv x - y + 3 = 0$; $b_2 \equiv 7x + 7y - 1 = 0$
- 57.- Encontrar el ángulo formado por las rectas: $r \equiv (x, y) = (1,0) + \lambda(2,3)$ $\lambda \in R$ y $s \equiv (x, y) = (2,1) + \lambda(4,-2)$ $\lambda \in R$ Sol: $82^\circ 52' 30''$
- 58.- Siendo $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$ $\lambda \in R$, $s \equiv 3x + 2y + 5 = 0$ y $t \equiv y = 2x - 4$, hallar el ángulo formado por r y s, s y t. Sol: $11^\circ 18' 35,76''$ $60^\circ 15' 18,43''$
- 59.- ¿Para qué valores de "a", la recta $x+ay+2=0$ forma un ángulo de 30° con $x+y=0$? Sol: $a = 2 \pm \sqrt{3}$
- 60.- Determinar "a" para que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$ $\lambda \in R$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 2 + a\alpha \end{cases}$ $\alpha \in R$ formen un ángulo de 45° . Sol: $a_1=6$, $a_2=-2/3$
- 61.- Escribir la ecuación de las rectas que pasan por P(1,2) y forman con $2x-y-1=0$ un ángulo cuyo coseno vale $1/\sqrt{10}$. Sol: $x+y-3=0$, $x+7y-15=0$
- 62.- Ecuación de la recta que tiene pendiente $m=-2$ y pasa a una distancia $d=3$ del punto A(3,2). Sol: $2x + y + 3\sqrt{5} - 8 = 0$; $2x + y - 3\sqrt{5} - 8 = 0$
- 63.- Hallar la ecuación de una recta que incida con (1,-2) y forme un ángulo de 45° con $2x-3y-7=0$. Sol: $5x-y-7=0$; $x+5y+9=0$
- 64.- Dadas las rectas $r \equiv x+y-3=0$; $s \equiv 2x-y+1=0$, hallar una recta que pase por (1,1) y forme ángulos iguales con r y s. Sol: $y-1 = (-3 \pm \sqrt{10})(x-1)$
- 65.- Determinar la ecuación de la recta que pasa por (1,-2) y forme ángulos iguales con $3x+4y-2=0$ y $4x+3y+1=0$. Sol: $x+y+1=0$; $x-y-3=0$
- 66.- Hallar la recta paralela $a3x+2y+4=0$, a una distancia $d=3$. Sol: $3x + 2y \pm 3\sqrt{13} + 4 = 0$
- 67.- Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(2,3) sabiendo que la perpendicular por el origen a dicha recta forma con el eje de abscisas un ángulo de 30° .
- 68.- Hallar un punto de la recta $x+5y-6=0$ que equidiste de los puntos A(3,9) y B(-7,6).
- 69.- Calcular el ángulo que forman las rectas $y=x-3$ e $y=-x+8$. Hallar sus bisectrices.
- 70.- Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto P(-1,3) y distan 3 unidades del origen.
- 71.- Hallar el punto simétrico del punto P(1,7) respecto de la recta $x-3y=0$.
- 72.- Los puntos (0,-1), (1,2) son vértices opuestos de un rectángulo que tiene un tercer vértice sobre la recta $x+y=2$. Hallar todos los vértices del rectángulo y su área.