Evaluación

NOMBRE ____________ **APELLIDOS** ____________

CURSO Y GRUPO ____________ **FECHA** ____________ **CALIFICACIÓN** ____________

1 Dados los vectores:

$\vec{u} = (3, 2)$

$\vec{v} = \left(\sqrt{3}, \sqrt{2}\right)$

$\vec{w} = (4, -6)$

$\vec{z} = (-3/2, -1)$

$\vec{x} = (5, -1)$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.

b) El vector $\vec{x}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{w}$.

c) Los vectores $\vec{w}$ y $\vec{z}$ son perpendiculares.

d) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{z}$ no son paralelos.

2 Dados los vectores $\vec{u} = (3, -1)$ y $\vec{v} = (6, 3)$, calcula un vector $\vec{w}$, tal que $\vec{w} \cdot \vec{u} = 1$ y $\vec{w} \perp \vec{v}$.

a) $\vec{w} = \frac{1}{5}(1, -2)$

b) $\vec{w} = (5, -10)$

c) $\vec{w} = \left(\frac{8}{21}, -\frac{1}{7}\right)$

3 Un vector director, $\vec{v}$, y un punto, P, de la recta $3x - y + 4 = 0$, son:

a) $\vec{w} = (1, 3)$, $P(4, 0)$

b) $\vec{w} = (-1, 3)$, $P(0, 4)$

c) $\vec{w} = (1, 3)$, $P(0, 4)$

4 La ordenada en el origen de la paralela a la recta:

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

que pasa por el punto (1, 3), es:

a) $y = 2$

b) $y = 1$

c) $y = 0$

5 Calcula el valor de k para que las rectas:

$$r: -x - ky - 2 = 0 \text{ y } s: x + 4y - 7 = 0$$

formen un ángulo de 45°.

a) $k = \frac{5}{3}$

b) $k = \frac{5}{3}$ y $k = -\frac{3}{5}$

c) $k = -\frac{5}{3}$ y $k = \frac{3}{5}$

6 La recta paralela al eje de abscisas que pasa por el punto (3, 7) es:

a) $x = 3$

b) $(x, y) = (3, 7) + \lambda(0, -2) \quad \lambda \in \mathbb{R}$

c) $\begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 7 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

7 Dadas las rectas:

$r: \begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

$s: 6x + By + 10 = 0$

Calcula el valor de B para que sean:

- paralelas.
- perpendiculares.

a) paralelas: $B = -9$
perpendiculares: $B = 4$

b) paralelas: $B = -6$
perpendiculares: $B = -4$

c) paralelas: $B = 4$
perpendiculares: $B = 9$

8 La distancia del punto $P(3, -1)$ a la recta de ecuación:

$r: y = -2x + 3$, es:

a) $d(P, r) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

b) $d(P, r) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

c) $d(P, r) = 3$

9 Calcula la distancia entre las rectas:

$r: 3x - 2y + 4 = 0$ y $s: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{6}$

a) No tiene sentido, son rectas secantes.

b) $d(r, s) = \frac{7}{\sqrt{13}}$

c) $d(r, s) = \frac{3}{5}$

10 Hallar el simétrico del punto $P(4, 0)$ respecto de la recta $x + y + 1 = 0$.

a) $(-1, -5)$

b) $(1, -5)$

c) $(5, -1)$

Solución de la evaluación

(Se indican con ▶ las respuestas correctas)

1 Dados los vectores:

$\vec{u} = (3, 2)$

$\vec{v} = \left(\sqrt{3}, \sqrt{2}\right)$

$\vec{w} = (4, -6)$

$\vec{z} = (-3/2, -1)$

$\vec{x} = (5, -1)$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.

b) El vector $\vec{x}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{w}$.

▶ **c)** Los vectores $\vec{w}$ y $\vec{z}$ son perpendiculares.

d) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{z}$ no son paralelos.

2 Dados los vectores $\vec{u} = (3, -1)$ y $\vec{v} = (6, 3)$, calcula un vector $\vec{w}$, tal que $\vec{w} \cdot \vec{u} = 1$ y $\vec{w} \perp \vec{v}$.

▶ **a)** $\vec{w} = \frac{1}{5}(1, -2)$

b) $\vec{w} = (5, -10)$

c) $\vec{w} = \left(\frac{8}{21}, -\frac{1}{7}\right)$

3 Un vector director, $\vec{v}$, y un punto, P, de la recta $3x - y + 4 = 0$, son:

a) $\vec{w} = (1, 3)$, $P(4, 0)$

b) $\vec{w} = (-1, 3)$, $P(0, 4)$

▶ **c)** $\vec{w} = (1, 3)$, $P(0, 4)$

4 La ordenada en el origen de la paralela a la recta:

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

que pasa por el punto (1, 3), es:

a) $y = 2$

▶ **b)** $y = 1$

c) $y = 0$

5 Calcula el valor de k para que las rectas:

$$r: -x - ky - 2 = 0 \text{ y } s: x + 4y - 7 = 0$$

formen un ángulo de 45°.

a) $k = \frac{5}{3}$

b) $k = \frac{5}{3}$ y $k = -\frac{3}{5}$

▶ **c)** $k = -\frac{5}{3}$ y $k = \frac{3}{5}$

6 La recta paralela al eje de abscisas que pasa por el punto (3, 7) es:

a) $x = 3$

b) $(x, y) = (3, 7) + \lambda(0, -2) \quad \lambda \in \mathbb{R}$

▶ **c)** $\begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 7 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

7 Dadas las rectas:

$$r: \begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$s: 6x + By + 10 = 0$

Calcula el valor de B para que sean:

- paralelas.
- perpendiculares.

▶ **a)** paralelas: $B = -9$
perpendiculares: $B = 4$

b) paralelas: $B = -6$
perpendiculares: $B = -4$

c) paralelas: $B = 4$
perpendiculares: $B = 9$

8 La distancia del punto $P(3, -1)$ a la recta de ecuación:

$r: y = -2x + 3$, es:

▶ **a)** $d(P, r) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

b) $d(P, r) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

c) $d(P, r) = 3$

9 Calcula la distancia entre las rectas:

$r: 3x - 2y + 4 = 0$ y $s: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{6}$

a) No tiene sentido, son rectas secantes.

▶ **b)** $d(r, s) = \frac{7}{\sqrt{13}}$

c) $d(r, s) = \frac{3}{5}$

10 Hallar el simétrico del punto $P(4, 0)$ respecto de la recta $x + y + 1 = 0$.

▶ **a)** $(-1, -5)$

b) $(1, -5)$

c) $(5, -1)$

1. Geometría analítica en el plano

1 Vectores

Dos puntos ordenados del plano determinan un ______________________________

____

Las componentes de un vector fijo del plano de origen $A(a_1, a_2)$ y extremo $B(b_1, b_2)$ son:
$\overrightarrow{AB} = ($__________, __________$)$

Los vectores del plano que tienen componentes iguales se denominan __________

____

Un vector libre es ____

____

Dados dos vectores del plano, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$, y un número real λ,
$\vec{u} + \lambda\vec{v} = ($__________, __________$)$

Dos vectores del plano linealmente dependientes son ____________________

Dos vectores del plano linealmente independientes forman una ______________ de los vectores libres del plano.

Sean dos vectores, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$. Su producto escalar se define como $\vec{u} \cdot \vec{v} =$ ______________________________

y su expresión analítica es $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ______________________________

Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, $\vec{u} \neq 0$ y $\vec{v} \neq 0$, entonces, $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son: ____________________

2 Rectas

Para determinar una recta hacen falta un punto y ______________________

____

Dada la recta $Ax + By + C = 0$, un vector que determina su dirección es:

$\vec{v} = ($____, ____$)$, su pendiente vale: $m =$ ________ y la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas en sentido positivo es: $\text{tg}\ \alpha =$ ____________________

Las diferentes expresiones de la ecuación de una recta son:

- ____
- ____
- ____
- ____
- ____

Dos rectas, r: $Ax + By + C = 0$ y s: $A'x + B'y + C' = 0$, pueden ser:

- Secantes si ______________________________
- ______________________________ si $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} \neq \dfrac{C}{C'}$
- ____________________ si ____________________

Dos rectas en forma general, $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C' = 0$, son perpendiculares si ______________________________

Para calcular el ángulo que forman dos rectas, conocidos sus vectores directores, se aplica ______________________________

3 Distancias

La distancia entre dos puntos $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$ es igual a: ____________________

La distancia entre un punto $A(a_1, a_2)$ y la recta $Ax + By + C = 0$ es igual a: __________

2. Actividades complementarias

1 **Calcula las componentes de un vector $\vec{v}$ con origen en el punto $A\left(\frac{-2}{3}, \frac{-1}{2}\right)$ y extremo en el punto $B\left(2, \frac{-4}{3}\right)$.**

2 **Calcula el extremo del vector $\vec{v} = \left(3, \frac{-2}{5}\right)$, si su origen es el punto $A(3, 4)$.**

3 **Calcula las componentes y el módulo de los siguientes vectores:**

a) $\vec{w} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}, \frac{-5}{3}\right)$ *b)* $\vec{w} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}, \frac{2}{3}\right)$

4 **Calcula x e y para que se cumplan las siguientes igualdades:**

a) $3 \cdot (2x, 3y - 2) = \left(-3, \frac{1}{3}\right) + 7 \cdot \left(\frac{x}{2}, 1 - y\right)$

b) $(2 - 3x, y - 4) - 4\left(\frac{1}{3}, 2 - 2y\right) + \frac{2}{5}\left(2x - \frac{3}{2}, 0\right) = (0, 0)$

5 **Calcula las coordenadas del punto medio del segmento AB, si $A(-3, 6)$ y $B(5, 12)$.**

6 **Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales, si $A(3, -9)$ y $B(-12, -6)$.**

7 **Calcula las coordenadas del punto simétrico de $A(3, 1)$ respecto del punto $O(-3, 7)$.**

8 **Si $A(-5, 8)$, $B(7, -3)$ y $C(4, 5)$ son tres vértices consecutivos de un paralelogramo, halla las coordenadas del vértice D.**

A continuación, averigua las coordenadas del punto en que se cortan sus diagonales.

9 **El vector $\vec{v} = \left(3, \frac{5}{2}\right)$, ¿es combinación lineal del vector $\vec{u} = \left(4, \frac{10}{3}\right)$? Expresa la respuesta enunciando la característica que los relaciona.**

10 **Demuestra que el vector $\vec{w} = (2, -5)$ es combinación lineal de estos vectores $\vec{u} = (1, -2)$ y $\vec{v} = (-5, 5)$.**

11 **Expresa el vector $\vec{w} = (-2, 5)$ como combinación lineal de estos vectores $\vec{u} = (-1, 2)$ y $\vec{v} = (1, -1)$.**

Realiza la representación gráfica para comprobar el resultado.

12 **Determina si los siguientes puntos están alineados:**

a) $A(3, 6)$, $B(-3, 2)$ y $C(0, 4)$

b) $A\left(4, -\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ y $C(11, -3)$

y, si ello es así, determina la ecuación general de la recta a la que pertenecen.

13 **Dada la ecuación de la recta: $(x, y) = (3, -5) + t(-1, 6)$, calcula tres puntos.**

14 **Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de r: $x - 3y + 4 = 0$ y la bisectriz del primer cuadrante, y el punto $(3, 2)$.**

15 **Determina 4 puntos de la recta $x - \frac{2}{5} = 3y$, y halla la ecuación de una recta paralela a la anterior que corte al eje de abscisas en el punto $x = 5$.**

16 **Escribe, en forma continua, la ecuación de la recta de pendiente $m = \frac{-4}{7}$ que pasa por el punto $A\left(\frac{1}{2}, -3\right)$.**

17 **Averigua la ecuación de la recta que corta a los ejes de coordenadas en los puntos $(0, -3)$ y $(5, 0)$.**

18 **Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-3, 1)$ y:**

a) Es paralela al eje de ordenadas.

b) Es horizontal.

c) Es paralela a la recta $2x - 7y - 1 = 0$.

d) Tiene pendiente $\frac{-5}{3}$.

e) Su vector director es $\vec{v} = (3, 8)$.

f) Intersecta con la recta $(x, y) = (3, 1) + t(-4, 9)$ en el punto de abscisa 1.

g) Forma un ángulo 60° con el semieje positivo de abscisas.

h) Es perpendicular a la recta $\frac{x}{-3} = \frac{1-y}{-4}$.

19 **Dada la recta $3x - 5y - 2 = 0$, calcula:**

a) La ecuación en forma vectorial de la recta que pasa por el punto $(7, 2)$ paralela a la anterior.

b) El ángulo que forma con la recta $\frac{x+5}{-1} = \frac{6-3y}{2}$.

c) El ángulo que forma con el eje de ordenadas.

d) La ecuación de su perpendicular trazada por el punto $A\left(7, \frac{-2}{3}\right)$.

e) El punto de intersección con su perpendicular trazada desde el origen de coordenadas.

20 **Calcula m y n sabiendo que r:**

$2mx + 3(n - 1)y - 4 = 0$ es paralela a s:

$7x - (n + 5)y - 4 = 0$ y s pasa por $P\left(0, \frac{-4}{7}\right)$.

21 **Averigua cuáles de las siguientes rectas son paralelas:**

$r: x = -3t$ $s: -3x + y - 7 = 0$ $t: 3x + y - 5/4 = 0$

$u: y = \frac{1}{3} - 9t$ $w: \frac{2 - x}{-2} = \frac{y - 4}{6}$

22 **A partir del triángulo de vértices $A(0, -3)$, $B(3, 7)$ y $C(-4, 9)$, halla:**

a) Las ecuaciones de sus lados.

b) La ecuación de la recta paralela a *AB* que pasa por *C*.

c) La ecuación de la recta que pasa por *A* y forma un ángulo de 30° con el eje *OX*.

d) Las ecuaciones de las medianas y el baricentro.

e) Las ecuaciones de las mediatrices y el circuncentro.

f) Las ecuaciones de las alturas y el ortocentro.

g) La longitud de la mediana que pasa por el vértice *A*.

h) La longitud de la altura correspondiente al vértice *C*.

i) El área del triángulo.

23 **Calcula el ángulo que forman los vectores (3, 5) y (−2, 4).**

24 **Calcula el ángulo que forman estas rectas: $3x - 7y + 2 = 0$ y $2x + 3y - 15 = 0$.**

25 **Calcula el valor de *m* para que estas rectas: $mx - 3y + 2 = 0$ y $12x - 5y + 4 = 0$ formen un ángulo de 90°.**

26 **Calcula la distancia del punto $P(8, 7)$ a la recta:**

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -7 + t \end{cases}$$

27 **Calcula el área de un triángulo isósceles, $AC = BC$, tal que sus vértices sean $A(2, 1)$, $B(0, -3)$ y el vértice, *C*, esté sobre la recta: $5x - 2y + 11 = 0$.**

28 **En el ejercicio 21, calcula la distancia entre aquellos pares de rectas que sean paralelas.**

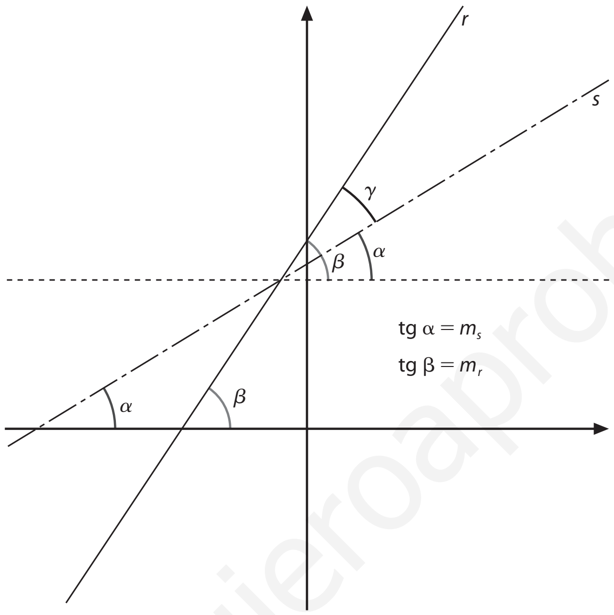
3. Ángulo que forman dos rectas

Como se ha visto, el ángulo que determinan dos rectas secantes se puede averiguar a partir del producto escalar de sus vectores directores.

Dado que, por convenio, el ángulo que forman dos rectas es el menor de los dos que determina su intersección, solo hay que recordar que se debe tomar el valor absoluto del producto escalar.

¿Es posible otra forma para averiguar el ángulo entre dos rectas?

Observemos la siguiente figura.



Como se observa, el ángulo γ, que es el buscado, es la diferencia entre los ángulos β y α, que son, respectivamente, los ángulos que determinan las rectas *r* y *s* con el eje de abscisas. Su tangente es, respectivamente, el valor de las pendientes de *r* y *s*: $\text{tg}\ \beta = m_r$ y $\text{tg}\ \alpha = m_s$

Utilizando la expresión trigonométrica que proporciona la tangente de la diferencia de ángulos estudiada en la UNIDAD 2:

$$\text{tg}\ \gamma = \text{tg}\ (\beta - \alpha) = \frac{\text{tg}\ \beta - \text{tg}\ \alpha}{1 + \text{tg}\ \beta\ \text{tg}\ \alpha}$$

sustituyendo podemos escribir:

$$\text{tg}\ \gamma = \frac{m_r - m_s}{1 + m_r\, m_s}$$

4. Construcción de un goniómetro

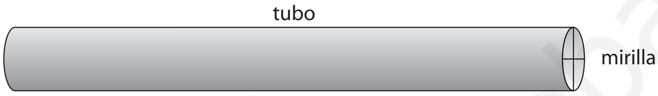
Un **goniómetro** es un instrumento que sirve para medir ángulos. El que se describe en esta práctica sirve para medir ángulos verticales.

Material:

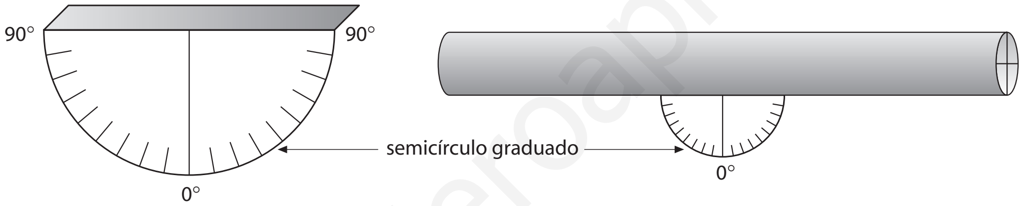
- Un tubo rígido y estrecho de unos 30 cm de longitud (puede servir el tubo interior de un rollo de papel de aluminio).
- Hilo.
- Un peso pequeño que pueda utilizarse como plomada.
- Cartulina.
- Un semicírculo graduado.

Proceso de construcción:

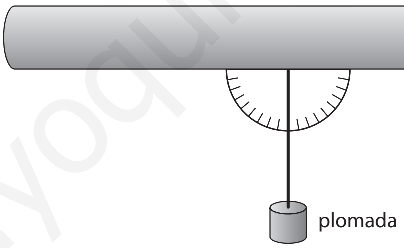
1. En uno de los extremos del tubo, se construye con el hilo una mirilla, que servirá para enfocar.



2. Con la cartulina y el semicírculo graduado, confecciona un semicírculo graduado que tenga el 0° en el centro y vaya aumentando hasta 90° a uno y otro lado del mismo. El semicírculo deberá tener una pestaña para poder pegarlo al tubo rígido.

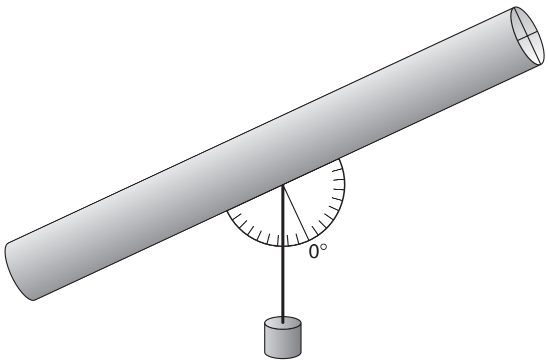


3. En el centro del semicírculo coloca un hilo con una plomada en su extremo.



Utilización:

Con este goniómetro y una cinta métrica puedes determinar la altura de un edificio. Inclina el tubo lo necesario hasta que veas el punto que pretendes observar. El hilo unido a la plomada señalará el ángulo de elevación de dicho punto.



Realiza dos observaciones y mide la distancia entre las mismas, teniendo cuidado de efectuarlas en un mismo plano. Los resultados que se obtengan serán bastante fiables, a pesar de la precariedad de los materiales con que se ha construido el goniómetro.

1. Geometría analítica en el plano

1 Vectores

Dos puntos ordenados del plano determinan **un vector fijo, $\overrightarrow{AB}$.**

Las componentes de un vector fijo del plano de origen $A(a_1, a_2)$ y extremo $B(b_1, b_2)$ son:

$$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a2)$$

Los vectores del plano que tienen componentes iguales se denominan equipolentes.

Un vector libre es **el representante de todos los vectores equipolentes a uno dado.** Dados dos vectores del plano, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y (v_1, v_2), y un número real λ, $\vec{u} + \lambda\vec{v} =$ $= (\boldsymbol{u_1 + \lambda v_1, u_2 + \lambda v_2})$

Dos vectores del plano se **dice que son linealmente dependientes si uno cualquiera de ellos se puede expresar como combinación lineal de los demás.**

Dos vectores del plano linealmente independientes forman una **base** de los vectores libres del plano.

Sean dos vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y (v_1, v_2). Su producto escalar se define como $\vec{u}, \vec{v} =$ **el producto de sus módulos por el coseno del ángulo que forman.**

Y su expresión analítica es $\vec{u}, \vec{v} = |\vec{u}|\,|\vec{v}| = \cos(\vec{u}, \vec{v})$

Si $\vec{u}, \vec{v} = 0$, $\vec{u} \neq 0$ y $\vec{v} = 0$, entonces $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son **perpendiculares.**

2 Rectas

Para determinar una recta hacen falta un punto y **un vector director.**

Dada la recta $Ax + By + C = 0$, un vector que determina su dirección es: $\vec{v} = (\boldsymbol{-B, A})$, su pendiente vale $\boldsymbol{m = -A/B}$ y la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas en sentido positivo es: **tg** $\boldsymbol{\alpha = \vec{v}_2/\vec{v}_1}$.

Las diferentes expresiones de la ecuación de una recta son:

- **Ecuación vectorial de la recta:**
$$(x, y) = (a_1, a_2) + \lambda\,(v_1, v_2)$$
- **Ecuación paramétrica de la recta:** $\begin{cases} x = a_1 + \lambda\, v_1 \\ y = a_2 + \lambda\, v_2 \end{cases}$
- **Ecuación continua de la recta:** $\dfrac{x - a_1}{v_1} = \dfrac{y - a_2}{v_2}$
- **Ecuación general de la recta:** $Ax + By + C = 0$
- **Ecuación explícita de la recta:** $y = mx + n$

Dos rectas $r = Ax + By + C = 0$ y $s = A'x + B'y + C' = 0$, pueden ser:

Secantes **si** $A/A' \neq B/B'$

Paralelas si $A/A' = B/B' \neq C/C'$

Coincidentes si $A/A' = B/B' = C/C'$

Dos rectas dadas en su forma general, $r = Ax + By + C =$ $= 0$ y $s = A'x + B'y + C' = 0$

son perpendiculares si **sus pendientes m_1 y m_2 cumplen la siguiente relación: $m_1 \cdot m_2$ o bien $m_2 = -1/m_1$**

Para calcular el ángulo que forman dos rectas conocidos sus vectores directores se aplica

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

3 Distancia

La distancia entre dos puntos $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$ es igual:

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

La distancia entre el punto $A(a_1, a_2)$ y la recta:

$r = Ax + + By + C = 0$ se expresa así:

$$d(A, r) = |\vec{A}\,\vec{A}_{\vec{0}}|$$

2. Actividades complementarias

1 $\vec{v} = \left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{-5}{6}\right)$

2 $B\left(6, \dfrac{18}{5}\right)$

3 ***a)*** $\vec{w} = \left(\dfrac{-4}{15}, \dfrac{-2}{3}\right), |\vec{w}| = \dfrac{2\sqrt{29}}{15}$

b) $\vec{w} = \left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right), |\vec{w}| = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

4 ***a)*** $x = \dfrac{-6}{5}$, $y = \dfrac{5}{6}$

b) $x = \dfrac{1}{33}$, $y = \dfrac{4}{3}$

5 $M(1, 9)$

6 $P_1(-2, -8)$, $P_2(-7, -7)$

7 $A'(-9, 13)$

8 $D(16, -6)$ $M\left(\dfrac{11}{3}, \dfrac{20}{9}\right)$

9 $\vec{u} = \dfrac{4}{3}\vec{v}$, $\vec{u} \,//\, \vec{v}$

10 $\vec{w} = 3\vec{u} + \dfrac{1}{5}\vec{v}$

$(2, -5) = 3(1, -2) + \dfrac{1}{5}(-5, 5)$

11 $\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v}$

$(-2, 5) = 3(-1, 2) + (1, -1)$

12 ***a)*** Sí, $2x - 3y + 12 = 0$

b) Sí, $5x + 14y - 13 = 0$

13 Si $t = 0$, $A(3, -5)$

Si $t = 1$, $B(2, 1)$

Si $t = 2$, $C(1, 7)$

14 $y = 2$

15 $A\left(\dfrac{2}{5}, 0\right)$, $B\left(0, \dfrac{-2}{15}\right)$, $C\left(\dfrac{7}{5}, \dfrac{1}{3}\right)$, $D\left(\dfrac{17}{5}, 1\right)$

$r\colon y = \dfrac{x}{3} - \dfrac{5}{3}$

16 $\dfrac{x - 1/2}{7} = \dfrac{y + 3}{-4}$

17 $3x - 5y - 15 = 0$

18 ***a)*** $x = -3$

b) $y = 1$

c) $2x - 7y + 13 = 0$

d) $y = -\dfrac{5}{3}x - 4$

e) $\dfrac{x + 3}{3} = \dfrac{y - 1}{8}$

f) $9x - 8y + 35 = 0$

g) $y - 1 = \sqrt{3}(x + 3)$

h) $\dfrac{x + 3}{4} = \dfrac{y - 1}{-3}$

19 ***a)*** $(x, y) = (7, 2) + t(5, 3)$

b) $\alpha = 2{,}73°$

c) $\alpha = 59{,}04°$

d) $5x + 3y - 33 = 0$

e) $I\left(\dfrac{3}{17}, \dfrac{-5}{17}\right)$

20 $n = 2, \quad m = \dfrac{3}{2}$

21 $r \,//\, s \,//\, w$

22 ***a)*** r_{AB}: $10x - 3y - 9 = 0$

r_{BC}: $2x + 7y - 55 = 0$

r_{AC}: $3x + y + 3 = 0$

b) $10x - 3y + 67 = 0$

c) $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x - 3$

d) Mediana A: $22x + y + 3 = 0$

Mediana B: $4x - 5y + 23 = 0$

Mediana C: $14x + 11y - 43 = 0$

$G\left(\dfrac{-1}{3}, \dfrac{13}{3}\right)$

e) Mediatriz AB: $6x + 20y - 49 = 0$

Mediatriz BC: $14x - 4y + 39 = 0$

Mediatriz AC: $x - 3y + 11 = 0$

$CIR\left(\dfrac{-73}{38}, \dfrac{115}{38}\right)$

f) Altura A: $-7x + 2y + 6 = 0$

Altura B: $x - 3y + 18 = 0$

Altura C: $3x + 10y - 78 = 0$

$ORT\left(\dfrac{54}{19}, \dfrac{132}{19}\right)$

g) 11,01 u

h) 7,28 u

i) $A = 38$ u^2

23 $\alpha = 57{,}53°$

24 $\alpha = 56{,}89°$

25 $m = \dfrac{-15}{12}$

26 $d(P, r) = \dfrac{24\sqrt{5}}{10}$ u

27 $A = 30$ u^2

28 $d(r, s) = \dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ u

$d(s, w) = \dfrac{9\sqrt{10}}{10}$ u

$d(r, w) = \dfrac{7\sqrt{10}}{30}$ u