FUNCIÓN CUADRÁTICA

Definición

Sean a , b y c números reales. La función cuadrática (parábola) se define de la siguiente forma:

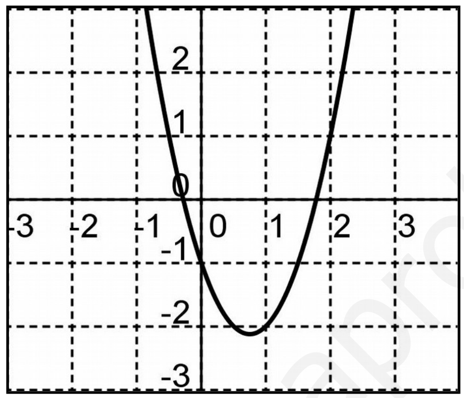
$$f = \{ (x, y) : \ y = a x^2 + b x + c \ \wedge \ a \neq 0 \}$$

Concavidad

1) $a > 0 \Rightarrow$ concavidad positiva

Ejemplo:

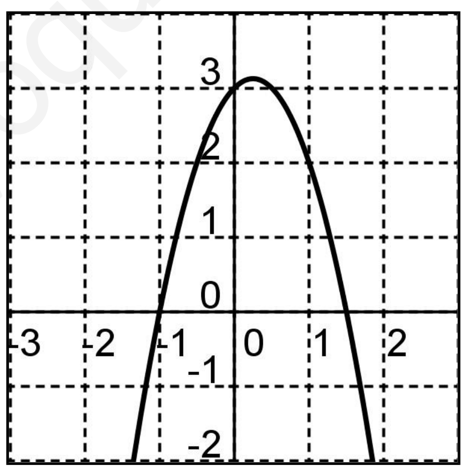
Ecuación de la parábola: $y = 2x^2 - 3x - 1$



2) $a < 0 \Rightarrow$ concavidad negativa

Ejemplo:

Ecuación de la parábola: $y = -2x^2 + x + 3$



Intersecciones con el eje X

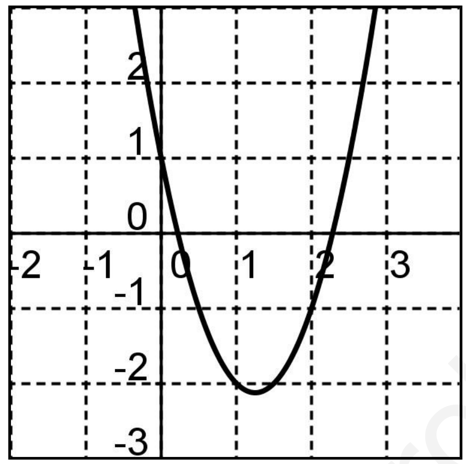
El número de intersecciones de la parábola con el eje X está determinado por el valor del discriminante:

$$b^2 - 4ac$$

1) $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ 2 intersecciones

Ejemplo:

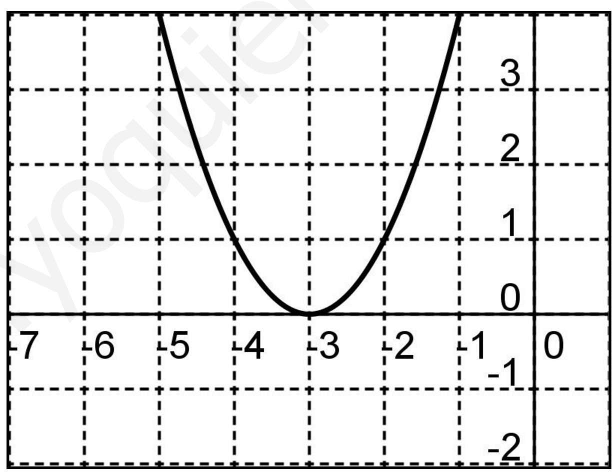
Ecuación de la parábola: $y = 2x^2 - 5x + 1$



2) $b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$ 1 intersección

Ejemplo:

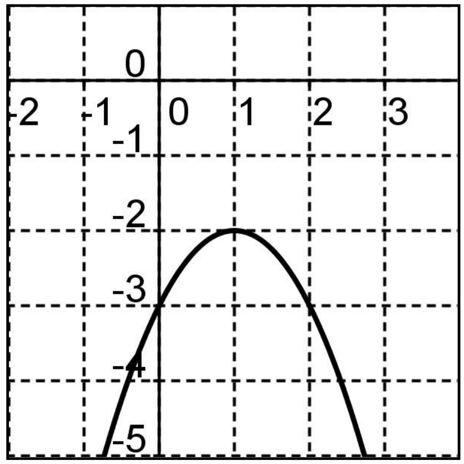
Ecuación de la parábola: $y = x^2 + 6x + 9$



01288 3) $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$ No hay intersección

Ejemplo:

Ecuación de la parábola: $y = -x^2 + 2x - 3$



Para determinar las coordenadas de cada punto de intersección, si ésta existe, de la parábola con el eje X, debe resolverse la siguiente ecuación cuadrática:

$$a x^2 + b x + c = 0$$

Ejemplo: Determine las coordenadas del punto (o los puntos) de intersección de la parábola de ecuación:

$y = \frac{1}{2} x^2 - 2x - 6$ con el eje X.

Respuesta: $\frac{1}{2} x^2 - 2x - 6 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

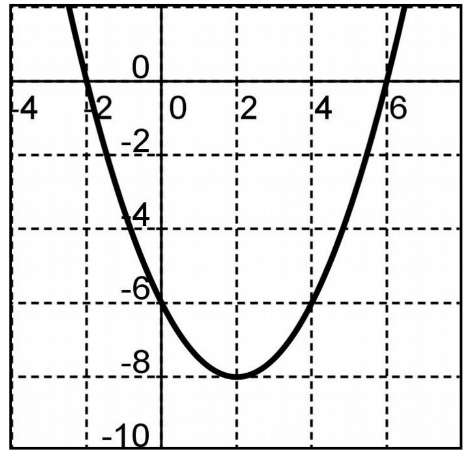
$(x - 6)(x + 2) = 0$

$x_1 = 6$

$x_2 = -2$

$\therefore$ Los puntos de intersección con el eje X son A (6 , 0) y B (– 2 , 0).

Ecuación de la curva: $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$



Intersección con el eje Y

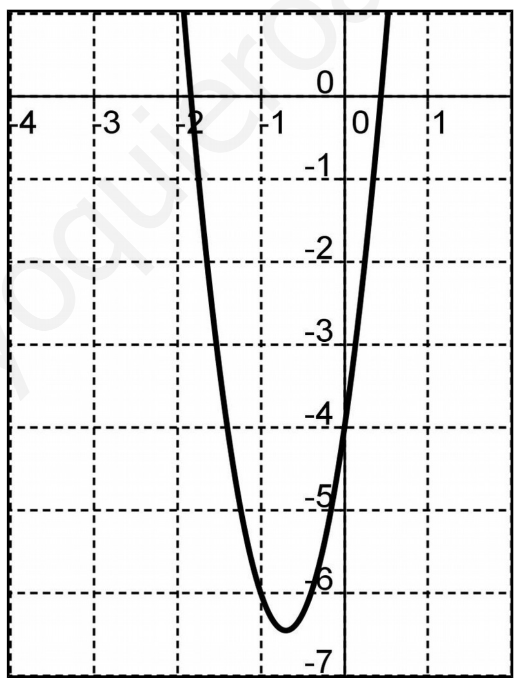
La parábola tiene un y sólo un punto de intersección con el eje Y. Las coordenadas de ese punto son: (0 , c)

Ejemplo: Determina las coordenadas del punto de intersección de la parábola de ecuación:

$y = 5x^2 + 7x - 4$ con el eje Y.

Respuesta: Las coordenadas del punto de intersección son: (0 , – 4)

Ecuación de la parábola: $y = 5x^2 + 7x - 4$



Eje de simetría

Cada parábola tiene un eje de simetría cuya ecuación es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Ejemplo: Determina la ecuación del eje de simetría de la parábola de ecuación:

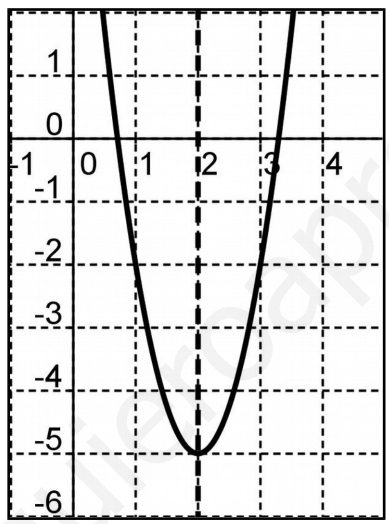
$y = 3x^2 - 12x + 7.$

Respuesta: La ecuación del eje de simetría es:

$$x = \frac{12}{2 \times 3} = 2$$

Ecuación de la parábola: $y = 3x^2 - 12x + 7$

Ecuación de su eje de simetría: $x = 2$



Vértice (V)

Cada parábola tiene un y sólo un vértice (V) de coordenadas:

$$V\left(-\frac{b}{2a} , \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

Ejemplo: Determina las coordenadas del vértice (V) de la parábola de ecuación:

$y = x^2 + 2x - 8.$

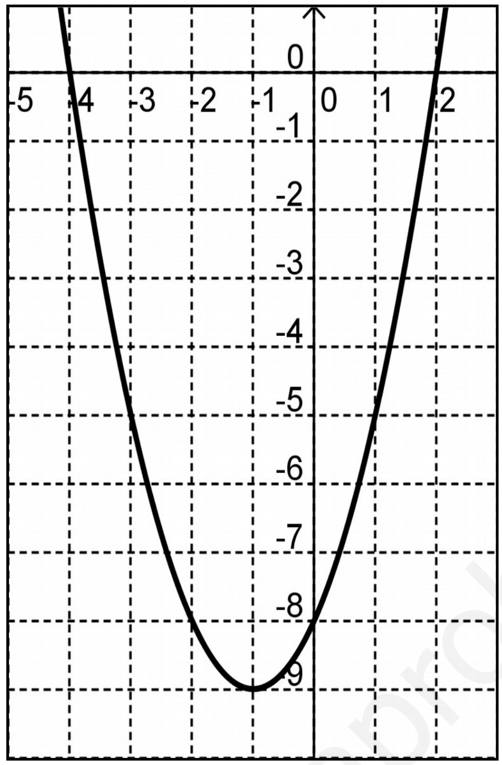
Respuesta: Las coordenadas del vértice son:

$$V\left(-\frac{2}{2 \times 1} , \frac{4 \times 1 \times (-8) - 2^2}{4 \times 1} \right) = V(-1 , -9)$$

01288

Ecuación de la parábola: $y = x^2 + 2x - 8$

Coordenadas de su vértice $V(-1, -9)$



Dominio de la función (Dom f)

El dominio de la función cuadrática es **R** .

$$\text{Dom } f = \mathbf{R}$$

Recorrido de la función (Rec f)

El recorrido de la función cuadrática está determinado por:

$$a > 0 \Rightarrow \text{Rec } f = \left[\frac{4ac - b^2}{4a}, +\infty \right[$$

$$a < 0 \Rightarrow \text{Rec } f = \left] -\infty, \frac{4ac - b^2}{4a} \right]$$