EXAMEN 2º BACHILLERATO. FÍSICA.

OPCIÓN A

Problemas

1.- Un satélite de 600 kg describe una órbita circular de radio $2R_{tierra}$.

a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre el satélite, su velocidad y aceleración.
b) Calcular la aceleración del satélite en su órbita.
c) Calcular la energía del satélite en su órbita.

Datos: $6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm^2Kg^{-2}; $M_{Tierra} = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg ; $R_{Tierra} = 6370$ km.

2.- En tres de las cuatro esquinas de un cuadrado de 1 m de lado, se encuentran situadas 3 masas iguales de 2 kg cada una. Calcula:

a) El vector intensidad de campo gravitatorio en la otra esquina.
b) El potencial en dicho punto.
c) El trabajo necesario para trasladar otra masa de 1 kg desde la cuarta esquina hasta el infinito.

Cuestiones

1. Describir una experiencia para determinar el valor de la intensidad de campo gravitatorio en la superficie terrestre.
2. Enuncia las tres leyes de Kepler.
3. Demuestra que cuanto menor es el radio de la órbita de un satélite, mayor debe ser su velocidad orbital.
4. ¿Qué significa que el campo gravitatorio sea un campo conservativo?

OPCIÓN B

Problemas

1.- En la superficie de un planeta de 1000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de 2 m/s^2. Calcula:

a) la energía potencial gravitatoria de un objeto de 50 kg de masa situado en la superficie del planeta;
b) la velocidad de escape;
c) la masa del planeta.

2.- Se pretende situar en órbita un satélite artificial de 500 kg de masa que de diariamente 12 vueltas a la Tierra.

a) ¿a qué altura sobre la superficie terrestre se situará?
b) ¿Cuál será la energía del satélite?
c) ¿Cuál será el peso del satélite en órbita?

Cuestiones

1. ¿A qué se denomina superficie equipotencial? Representa una masa puntual y las líneas de fuerza que la caracterizan. ¿Qué relación existe entre las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales?
2. Justifica, a partir de la ecuación de la Gravitación Universal, la tercera ley de Kepler que da la relación entre los radios medios y los períodos de traslación de los planetas.
3. Dos satélites idénticos están en órbita alrededor de la Tierra, siendo sus órbitas de distinto radio. ¿Cuál de los dos se moverá con mayor velocidad? ¿Por qué?
4. Justificar por qué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa si la fuerza que ejerce la Tierra sobre los mismos es proporcional a su masa.

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DEL EXAMEN DEL 21/NOVIEMBRE/2002

OPCIÓN A

1.- a) La única fuerza que actúa es la de la gravedad, que estará dirigida desde el satélite **hacia el centro** de la Tierra.
La velocidad tiene que ser **tangente** a la trayectoria.
La única aceleración que no es nula es la aceleración **normal** que se dirige, al igual que la fuerza gravitatoria, hacia el centro de la Tierra.

b) La aceleración será la componente normal, pues la velocidad cambia en sentido, pero no en módulo.

$a_n = \frac{v^2}{R}$ siendo v la velocidad orbital: $v = \sqrt{G\frac{M}{R}}$;

$$a_n = G\frac{M}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6)^2} = 2{,}45\,\frac{m}{s^2}$$

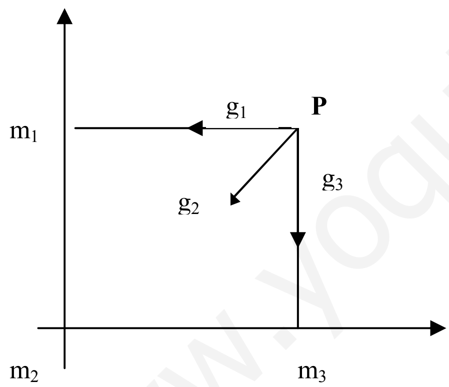
c) La energía del satélite será la suma de la cinética y la potencial gravitatoria:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = \frac{1}{2}mG\frac{M}{R} - G\frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

$$E = -\frac{1}{2}6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 600}{2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} = -9{,}37 \cdot 10^9\,J$$

Es una energía negativa como corresponde a una órbita ligada.

2.- a)



$$\vec{g}_1 = -g_1\vec{i} = -G\frac{m_1}{d^2}\vec{i} = -2G\vec{i}$$

$$\vec{g}_3 = -g_3\vec{j} = -G\frac{m_3}{d^2}\vec{j} = -2G\vec{j}$$

$$\vec{g}_2 = -g_{2x}\vec{i} - g_{2y}\vec{j} = -G\frac{m_2}{d_2^2}\cos 45^o\,\vec{i} - G\frac{m_2}{d_2^2}\sin 45^o\,\vec{j} =$$

$$-G\cos 45^o\,\vec{i} - G\sin 45^o\,\vec{j}$$

Y en el punto P, la intensidad de campo gravitatorio será la suma de las creadas por cada una de las masas:

$$\vec{g}_P = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = -2G\vec{i} - 2G\vec{j} - G\cos 45^o\,\vec{i} - G\sin 45^o\,\vec{j} = -(2G + \frac{\sqrt{2}}{2}G)\vec{i} - (2G + \frac{\sqrt{2}}{2}G)\vec{j}$$

$$\vec{g}_P = -2{,}7G(\vec{i} + \vec{j})\,\frac{N}{kg}$$

b) Por el principio de Superposición, el potencial en el punto P será la suma de los potenciales creados por cada una de las masas:

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 = -G\frac{m_1}{d_1} - G\frac{m_2}{d_2} - G\frac{m_3}{d_3} = -G\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = -3{,}61\cdot 10^{-10}\,\frac{J}{kg}$$

c) Como el potencial en el infinito es nulo, el trabajo será:

$W = -m\Delta V = -m(V_\infty - V_P) = -m(0 - V_p) = -3{,}61\cdot 10^{-10}\,J$ que es negativo pues vamos en oposición al campo.

OPCIÓN B

1.- a) En la expresión de la Energía potencial gravitatoria, multiplico y divido por R, con lo que el resultado no varia, y agrupando adecuadamente me queda en función de los datos iniciales del problema:

$$E_P = -G\frac{Mm}{R}\cdot\frac{R}{R} = -G\frac{M}{R^2}\cdot m\cdot R = g\cdot m\cdot R = 10^8\,J$$

b) Para la velocidad de escape hago algo parecido:

$$v = \sqrt{2G\frac{M}{R}} = \sqrt{2G\frac{M}{R}\cdot\frac{R}{R}} = \sqrt{G\frac{M}{R^2}\cdot 2\cdot R} = \sqrt{2\cdot g\cdot R} = 2000\frac{m}{s}$$

c) De la fórmula de *g*, despejo la *M* del planeta:

$$g = G\frac{M}{R^2} \Rightarrow M = g\frac{R^2}{G} = 2{,}99\cdot 10^{22}\,kg$$

2.- a) Para calcular el período del satélite planteo: si en un día (86400 s) tiene que dar 12 vueltas, una vuelta la dará en $T = \frac{86400}{12} = 7200s$ que es el período.

De la tercera ley de Kepler, despejo R que es lo que me piden:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{T^2GM}{4\pi^2}} = 8056290{,}9m \approx 8060Km$$

si el radio de la Tierra vale 6370Km, tendremos que la altura sobre la superficie será:

$$h = 8060 - 6370 = 1690km$$

b) La energía del satélite será la suma de la cinética y la potencial gravitatoria:

$$E = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} = 1{,}23\cdot 10^{10}\,J$$

c) El peso del satélite será el producto de su masa por la gravedad a esa altura. Basta, pues, calcular *g* y multiplicar por la masa:

$$g = G\frac{M}{R^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}97\cdot 10^{24}}{(8056290{,}9)^2} = 6{,}13\frac{m}{s^2}$$

$$P = m\cdot g = 500\cdot 6{,}13 = 3067{,}6N$$