

## MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número es múltiplo de otro si se obtiene multiplicando este número por otro número natural.

Ejemplo: 12 es múltiplo de 3 porque  $3 \times 4 = 12$ .

Un número natural es múltiplo de otro si la división entre ellos es una división exacta (resto cero).

Ejemplo: 12 es múltiplo de 3 porque la división  $12 : 3 = 4$ .

Para indicar abreviadamente que un número es múltiplo de otro lo escribimos así:  $M(a) = \{ \dots \}$

Ejemplo:  $M(3) = \{ 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42 \dots \}$

- El CERO es el múltiplo común de todos los números naturales.

## DIVISORES DE UN NÚMERO.

Un número es divisor de otro si, al dividir el segundo por el primero, el resto de la división es cero.

Ejemplo: 5 es divisor de 25 porque  $25 : 5 = 5$  R = 0 división EXACTA

2 no es divisor de 15 porque la división  $15 : 2$  no es exacta.

Para indicar abreviadamente que un número es divisor de otro lo escribimos así:  $D(a) = \{ \dots \}$

Ejemplo:  $5 = D(25)$ , se lee 5 es divisor de 25.

- El UNO es el divisor común de todos los números naturales.

## OBTENCIÓN DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Para obtener los divisores de un número se divide éste entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... hasta llegar a una división que **sea exacta** en la que el **valor del cociente y del divisor coincida**, de esta forma conseguiremos todos los divisores de un número sin tener que hacer todas las divisiones.

### Ejemplos:

Los divisores de 12 son:  $D(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$

$$12 : 1 = 12 \text{ (D. exacta)}$$

$$12 : 2 = 6 \text{ (D. exacta)}$$

$$12 : 3 = 4 \text{ (D. exacta)}$$

$$12 : 4 = 3 \text{ (D. exacta)}$$

→ Coinciden el divisor y el cociente (paramos).

Si te das cuenta cuando dividimos 12 entre 3 y 12 entre 4 los cocientes coinciden con los divisores y de esta forma no sería necesario seguir dividiendo entre más números.

Los divisores de 35 son:  $D(35) = \{ 1, 5, 7, 35 \}$

$$35 : 1 = 35 \text{ (D. exacta)}$$

$$35 : 2 = \text{(~~D. entera~~)}$$

$$35 : 3 = \text{(~~D. entera~~)}$$

$$35 : 4 = \text{(~~D. entera~~)}$$

$$35 : 5 = 7 \text{ (D. exacta)}$$

$$35 : 6 = \text{(~~D. entera~~)}$$

$$35 : 7 = 5 \text{ (D. exacta)}$$

→ Coinciden el divisor y el cociente (paramos)

Si te das cuenta cuando dividimos 35 entre 5 y 35 entre 7 los cocientes coinciden con los divisores y de esta forma no sería necesario seguir dividiendo entre más números.

## NÚMEROS PRIMOS

Un número natural distinto de 1 es un **número primo** si **sólo tiene dos divisores, él mismo y la unidad**.

Ejemplos: 3 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 3.

7 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 7.

## NÚMEROS COMPUESTOS

Un número natural es un **número compuesto** si tiene **otros divisores además de él mismo y la unidad (tiene tres o más)**.

Ejemplos: 4 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2 y 4.

12 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Ejercicio práctico

Construye la tabla de los números primos menores que 100.

Para ello, sigue estos pasos:

1º A partir del 2, tacha los múltiplos de 2.

2º A partir del 3, tacha los múltiplos de 3.

3º A partir del 5, tacha los múltiplos de 5.

4º A partir del 7, tacha los múltiplos de 7.

5º A partir del 11, tacha los múltiplos de 11.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ¿Qué observas al aplicar el paso 5º?
- ¿Cuántos números primos hay menores que 100?
- ¿Cuáles son esos números primos?

### CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Para averiguar si un número es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos 2, 3, 5, 7, 11,... hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones tienen el resto distinto de cero, el número propuesto es un número primo.

Ejemplo: Vamos a comprobar si el número 101 es un número primo.

- 101 no es divisible por 2.
- 101 no es divisible por 3.
- 101 no es divisible por 5.

Ahora probamos por 7.

$$\begin{array}{r} 101 \overline{)7} \\ 31 \quad 14 \\ \underline{\phantom{0}3} \phantom{0} \end{array}$$

101 no es divisible por 7.  
Como  $14 > 7$ , hay que seguir probando.

$$\begin{array}{r} 101 \overline{)11} \\ 02 \quad 9 \end{array}$$

101 no es divisible por 11.  
Como  $9 < 11$ , el número 101 es un número primo.

## CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

### a) Divisibilidad por 2.

Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par (2, 4, 6 y 8).

Ejemplo: 48 es divisible por 2 porque termina en 8 (cifra par)  
50 es divisible por 2 porque termina en 0.

### b) Divisibilidad por 5.

Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

Ejemplo: 95 es divisible por 5 porque termina en 5.  
70 es divisible por 5 porque termina en 0.

### c) Divisibilidad por 3.

Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplos: 42 es divisible por 3 porque la suma de sus cifras ( $4 + 2 = 6$ ) es un múltiplo de 3.

**\*UN NÚMERO PUEDE SER DIVISIBLE POR VARIOS NÚMEROS A LA VEZ.**

Ejemplo: 60. Es divisible a la vez por 2, 3 y 5.

## DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN PRODUCTO DE FACTORES PRIMOS

Para descomponer un número, por ejemplo 36, en producto factores primos se siguen estos pasos:

1º Se escribe el número a la izquierda de una raya vertical y a su derecha el menor número primo (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...) por el cual dicho número sea divisible. El cociente obtenido se coloca debajo del número propuesto (36).

2° Se procede como en el paso anterior con el cociente obtenido (18), y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1.

El número es igual al producto de los factores primos obtenidos.

Ejemplo:

36		2
18		2
9		3
3		3
1		

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

### MÁXIMO COMÚN DIVISOR (m.c.d.)

El máximo común divisor (m.c.d) de dos o más números **es el mayor de los divisores comunes.**

Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d.(12 y 18), se siguen estos pasos:

1° Se descompone cada número en producto de factores primos.

2° Se escogen las **bases comunes** a todos los números, elevadas al **menor exponente.**

3° El producto de estas **bases comunes elevadas al menor exponente** es el máximo común divisor de los números dados.

12		2
6		2
3		3
1		

18		2
9		3
3		3
1		

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{m.c.d.}(12, 18) = 2 \times 3 = 6$$

**\*Cuando no hay factores o bases comunes el m.c.d. es el UNO.**

### MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números **es el menor múltiplo común distinto de cero.**

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m.(30 y 45), se siguen estos pasos:

1° Se descompone cada número en producto de factores primos.

2° Se escogen las **bases comunes y no comunes elevadas al mayor exponente.**

3° El producto de estas **bases comunes y no comunes elevados al mayor exponente** es el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{m.c.m.}(30, 45) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

### EJERCICIOS DE REPASO

1º Escribe cuatro múltiplos de 7 mayores que 63.

2º Rodea los múltiplos de 5 que **no** son de 2:

25, 2, 10, 20, 45, 12, 8, 9, 345, 65.

3º De los números que aparecen a continuación;

50 - 44 - 25 - 30 - 18 - 24 - 36 - 12

Indica los que son múltiplos de:

- a) De 3
- b) De 2
- c) De 5
- d) De 6

4º El número 54 786 ¿es múltiplo de 45? Razona la respuesta

5º Rodea los números que son divisores de 24. ¿Qué tienen en común?

3 - 10 - 4 - 6 - 1 - 5 - 9 - 48 - 24

6º El número 25 es divisor de 725 y 854. ¿Razona la respuesta?



7° Halla todos los divisores de:

$$D(24)=$$

$$D(30)=$$

$$D(36)=$$

8° Clasifica los siguientes números es primos y compuestos:

2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18

Primos=

Compuestos=

9° Escribe todos los números primos que hay entre el 20 y 50.

10° El número 47 es primo. Sin hacer operación alguna escribe sus divisores.

11° Rodea los números que son divisibles por 3.

159 - 245 - 60 - 9 - 4 251 - 755 - 201 - 203

12° De los siguientes números, sin hacer la división, indica cuales son divisibles por 2, 3 y 5. Recuerda que un número puede ser divisible a la vez por varios.

514:

2 350:

125:

730:

180:

275:

13° Escribe la cifra que falta en cada apartado para que se cumpla:

a) 3.45  sea divisible por 5

b) 2.87  sea divisible por 2

c) 8.6  5 sea divisible por 3

d) 6.11  sea divisible por 2 y 3 a la vez

14° Descompón los siguientes números en producto de factores primos:

12

36

48

21

162

150

250

124

**15°** Calcula el máximo común divisor (m.c.d) de las siguientes parejas de números:

m.c.d. (45 y 72)

m.c.d. (150 y 300)

m.c.d. (180 y 240)

m.c.d. (125 y 250)

m.c.d. (225 y 105)

m.c.d. (12, 48 y 81)

**16°** Calcula el mínimo común múltiplo (m.c.m) de las siguientes parejas de números:

m.c.m. (50 y 60)

m.c.m. (125 y 75)

m.c.m. (125 y 180)

m.c.m. (216 y 102)

m.c.m. (10, 20 y 30)

m.c.m. (15, 25 y 45)

m.c.m (130, 230 y 430)