1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x - 2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{2\}$

c) $f(x) = (x - 1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1, 1\}$

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1$ ò $x = 1$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{0\}$

$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x = 0$

f) $f(x) = x^2 + x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

g) $f(x) = \dfrac{7}{x^2 - 25}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-5, 5\}$

$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = -5$ ò $x = 5$

h) $f(x) = \dfrac{1}{x^4 - 1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1, 1\}$

$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1$ ò $x = 1$

i) $f(x) = x^5 - 2x + 6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

j) $f(x) = \dfrac{x^7 - 2}{x^2 - 3x + 4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re$

$x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2} =$ no existe solución real

k) $f(x) = \dfrac{2 - x}{(x + 1)^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1\}$

$(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

l) $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

m) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

n) $f(x) = \sqrt{2x - 4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = [2, +\infty)$

$2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2, +\infty)$

o) $f(x) = \dfrac{3}{1 - x}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{1\}$

p) $f(x) = \sqrt[3]{x - 2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re$

q) $f(x) = \sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = [2, +\infty)$

r) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = (2, +\infty)$

$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

s) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{2\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x-2} \neq 0 \Leftrightarrow x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

t) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-2, 2\}$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \;\text{ ò }\; x = 2$

u) $f(x) = \dfrac{x^2-4x}{x^2+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re$

$x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -16 \Rightarrow$ no tiene solución real

v) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 16 - x^2 \geq 0\} = [-4, 4]$

Tenemos que resolver la inecuación : $16 - x^2 \geq 0$

$16 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4 \;\text{ ò }\; x = 4$

w) $f(x) = \sqrt[3]{16-x^2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re$

x) $f(x) = \dfrac{3x+5}{2x^2-4x-6}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1, 3\}$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{4} = \begin{cases} x = \dfrac{4+8}{4} = 3 \\ \\ x = \dfrac{4-8}{4} = -1 \end{cases}$$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x - 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x > 0\} = (0, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente positivo.

c) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

d) $f(x) = \sqrt[5]{x^2-1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re$

e) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2-1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{-1,1\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

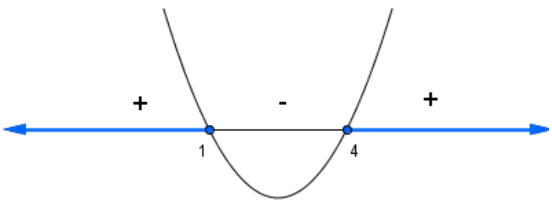
$\sqrt[5]{x^2-1}\neq 0 \Leftrightarrow x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 1 \Leftrightarrow x\neq \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x\neq \pm 1$

f) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[4]{9-x^2}}$ función radical con índice par

(Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha der ser estrictamente mayor que 0

Tenemos que resolver la inecuación : $9-x^2>0$

$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3$ ò $x=3$



Por tanto, $Dom(f)=(-3,3)$

g) $f(x)=\dfrac{5x^3-8}{1+x+x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re$

$x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{1-4}}{2}=$ no existe solución real

h) $f(x)=6x^3-2x+8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

i) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8 \quad \rightarrow Dom(f)=[0,+\infty)$

j) $f(x)=\dfrac{2x+23}{3x^2-x+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re$

$3x^2-x+7=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-84}}{6}=$ no existe solución real

k) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$ función radical con índice par

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2-5x+4\geq 0$

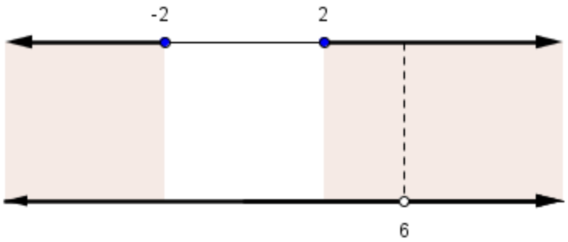
$$x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=\begin{cases}x=4\\ \\ x=1\end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

l) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

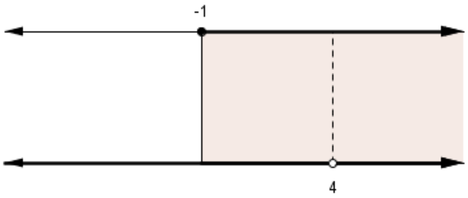
Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x+1}\rightarrow$ Dominio $=\{x\in\Re\,/\,x+1\geq 0\}=[-1,+\infty)$
- $y=x-4\rightarrow$ Dominio $=\Re$
- $x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 4$



Por tanto, $Dom(f) = [-1,4) \cup (4,+\infty)$

m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$



Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

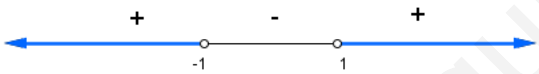
- $y = \sqrt{x^2-4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty,-2] \cup [2,+\infty$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2 - 4 \geq 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ò} \quad x = 2$

$y = \sqrt[3]{x-6} \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

$\sqrt[3]{x-6} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-2] \cup [2,6) \cup (6,+\infty)$

n) $f(x) = \dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{x^4-1}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \sqrt{x^4-1} \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

  $x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$

  Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

o) $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$ función radical con índice par

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,2] \cup [3,+\infty)$

p) $f(x) = 21x^3 - 7x - 81$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - 2x + 3 \geq 0\} = \Re$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2 - 2x + 3 \geq 0$

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \text{no tiene solución real}$$

r) $f(x) = \dfrac{7x+9}{9x^4+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re$

$$9x^4 + 7 = 0 \Leftrightarrow x^4 = -\frac{7}{9} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

s) $f(x) = \dfrac{7x+9}{3x^3-81}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{3\}$

$$3x^3 - 81 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{81}{3} \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$$

t) $f(x) = \sqrt[6]{8 + 3x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \Re$

Tenemos que resolver la inecuación : $8 + 3x^2 \geq 0$

$$8 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{8}{3} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

u) $f(x) = \dfrac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $\sqrt[3]{9-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow$ luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto, $Dom(f) = \Re - \{9\}$

v) $f(x) = \dfrac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

- $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $y = \sqrt[6]{9-x} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / 9 - x > 0\} = (-\infty, 9)$ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 9)$