

## 6. ECUACIONES EXPONENCIALES

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones descomponiendo en factores el segundo miembro:

1)  $3^{2x-3} = 27^{\frac{x+1}{2}}$

$$3^{2x-3} = (3^3)^{\frac{x+1}{2}} \Rightarrow 2x-3 = \frac{3(x+1)}{2} \Rightarrow 4x-6 = 3x+3 \Rightarrow \boxed{x=9}$$

2)  $2^x \cdot 3^x = 216$

$$6^x = 6^3 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

3)  $(4^{3-x})^{2-x} = 1$

$$(3-x)(2-x) = 0 \Rightarrow \boxed{x_1=3} ; \boxed{x_2=2}$$

4)  $2^x = 0'5^{2x-1}$

$$2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} \Rightarrow 2^x = 2^{1-2x} \Rightarrow x = 1-2x \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$$

5)  $2^{x^2-1} = 8$

$$2^{x^2-1} = 2^3 \Rightarrow x^2-1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}$$

6)  $7^x = -70$

$$7^x > 0 \Rightarrow \text{No tiene solución}$$

7)  $5^{2x-1} = 25^{\frac{8x-1}{12}}$

$$5^{2x-1} = (5^2)^{\frac{8x-1}{12}} \Rightarrow 2x-1 = \frac{8x-1}{6} \Rightarrow 12x-6 = 8x-1 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{4}}$$

8)  $\sqrt[3]{a^{7-x}} = a^2$

$$a^{7-x} = a^6 \Rightarrow 7-x = 6 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

9)  $\sqrt[3]{2^{2x+1}} = \sqrt{4^{x+3}}$

$$2^{\frac{2x+1}{3}} = 2^{x+3} \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = x+3 \Rightarrow 2x+1 = 3x+9 \Rightarrow \boxed{x=-8}$$

**2.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales reduciéndolas a ecuaciones de segundo grado:**

**1)  $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$**

$$3^{2x} - 18 \cdot 3^x + 81 = 0$$

Realizando el cambio de variable  $3^x = y$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$y^2 - 18y + 81 = 0 \Rightarrow (y - 9)^2 = 0 \Rightarrow y = 9$$

Deshaciendo el cambio:  $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

**2)  $4^x - 2^{x+4} + 64 = 0$**

$$2^{2x} - 16 \cdot 2^x + 64 = 0$$

Realizando el cambio de variable  $2^x = y$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$y^2 - 16y + 64 = 0 \Rightarrow (y - 8)^2 = 0 \Rightarrow y = 8$$

Deshaciendo el cambio:  $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

**3)  $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$**

$$9 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$$

Realizando el cambio de variable  $3^x = y$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$9y^2 - 28y + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3}}{2 \cdot 9} = \frac{28 \pm 26}{18} = \begin{cases} y_1 = \frac{28+26}{18} = 3 \Rightarrow y_1 = 3 \\ y_2 = \frac{28-26}{18} = \frac{2}{18} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio:  $\begin{cases} y_1 = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ y_2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^x = 3^{-2} \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \end{cases}$

**4)  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$**

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

Realizando el cambio de variable  $2^x = y$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$y^2 - 5y + 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{5+3}{2} = 4 \Rightarrow y_1 = 4 \\ y_2 = \frac{5-3}{2} = 1 \Rightarrow y_2 = 1 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio:  $\begin{cases} y_1 = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ y_2 = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow \boxed{x_2 = 0} \end{cases}$

**5)  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$**

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Rightarrow \text{Cambio de variable } 2^x = y$$

$$y^2 - 6y + 8 = 0 \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{6+2}{2} = 4 \Rightarrow y_1 = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ y_2 = \frac{6-2}{2} = 2 \Rightarrow y_2 = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow \boxed{x_2 = 1} \end{cases}$$

**6)  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$**

$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow$  Cambio de variable  $3^x = y$

$$y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow y = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{10+8}{2} = 9 \Rightarrow y_1 = 8 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ y_2 = \frac{10-8}{2} = 1 \Rightarrow y_2 = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow \boxed{x_2 = 0} \end{cases}$$

**7)  $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$**

$4 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 2^x - 320 = 0 \Rightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 80 = 0 \Rightarrow$  Cambio de variable  $2^x = y$

$$y^2 + 2y - 80 = 0 \Rightarrow y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 18}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{-2+18}{2} = 8 \Rightarrow y_1 = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow \boxed{x_1 = 3} \\ y_2 = \frac{-2-18}{2} = -15 \Rightarrow y_2 = -15 \Rightarrow 2^x = -15 \text{ !!!} \end{cases}$$

**8)  $5^{2x+1} - 4 \cdot 5^{x+1} - 25 = 0$**

$5 \cdot 5^{2x} - 20 \cdot 5^x - 25 = 0 \Rightarrow 5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 5 = 0 \Rightarrow$  Cambio de variable  $5^x = y$

$$y^2 - 4y - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{4+6}{2} = 5 \Rightarrow y_1 = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ y_2 = \frac{4-6}{2} = -1 \Rightarrow y_2 = -1 \Rightarrow 5^x = -1 \text{ !!!} \end{cases}$$

**9)  $5^{2x} - 6 \cdot 5^{x+1} + 125 = 0$**

$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0 \Rightarrow$  Cambio de variable  $5^x = y$

$$y^2 - 30y + 125 = 0 \Rightarrow y = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 1 \cdot 125}}{2 \cdot 1} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{30+20}{2} = 25 \Rightarrow y_1 = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ y_2 = \frac{30-20}{2} = 5 \Rightarrow y_2 = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x_2 = 1} \end{cases}$$

**10)  $2 \cdot 3^x - 9^x + 3 = 0$**

$3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Rightarrow$  Cambio de variable  $3^x = y$

$$y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} y_1 = \frac{2+4}{2} = 3 \Rightarrow y_1 = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ y_2 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow y_2 = -1 \Rightarrow 3^x = -1 \text{ !!!} \end{cases}$$