Segunda evaluación - 2º ESO

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*
   a) $-2\,|6(-8)-8(-4)|-3\,[7(-6)-9(-4)]$
   b) $\dfrac{6-\frac{9}{4}}{256\frac{125}{128}\frac{1}{250}-\frac{250}{100}}$
   c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$
2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:
   $$\frac{7a^2b^2-21a^2b^3c^2+14a^3b^4c^2}{7a^2b^2-21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*
3) Un artículo costaba 130€, pero hemos pagado 91€ por él. ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho? *(1 punto)*
4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:
   a) $(-2a^2+b)^2$ *(0,5 puntos)*
   b) $(-a^3-3a)^2$ *(0,5 puntos)*
   c) $(-a^2+b)(a^2+b)$ *(0,5 puntos)*
5) Resolver la ecuación: $\dfrac{5x}{6}-2\dfrac{3-x}{3}=-9-\dfrac{x}{4}$ *(1 punto)*
6) Resolver por *sustitución* el sistema: $\left.\begin{array}{l}-2x-3y=4\\-4x-5y=6\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*
7) Tres números consecutivos suman 1671. ¿Cuáles son? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*

a) $-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)]$

$$-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)] = -2\,|-48 + 32| - 3\,(-42 + 36) =$$
$$= -2\,|-16| - 3\,(-6) = -2\cdot 16 + 18 = -32 + 18 = \boxed{-14}$$

b) $\dfrac{6-\dfrac{9}{4}}{256\dfrac{125}{128}\dfrac{1}{250}-\dfrac{250}{100}}$

$$\frac{6-\dfrac{9}{4}}{256\dfrac{125}{128}\dfrac{1}{250}-\dfrac{250}{100}} = \frac{\dfrac{24}{4}-\dfrac{9}{4}}{2\dfrac{1}{1}\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{2}} = \frac{\dfrac{15}{4}}{1-\dfrac{5}{2}} = \frac{\dfrac{15}{4}}{\dfrac{2-5}{2}} = \frac{\dfrac{15}{4}}{-\dfrac{3}{2}} = -\frac{\dfrac{15}{4}}{\dfrac{3}{2}} =$$
$$= -\frac{15\cdot 2}{3\cdot 4} = -\frac{5\cdot 1}{1\cdot 2} = \boxed{-\frac{5}{2}}$$

c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$

$$\frac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}} = \frac{6^{200}(-9^{201})}{-18^{301}} = \frac{-6^{200}9^{201}}{-18^{301}} = \frac{6^{200}9^{201}}{18^{301}} = \frac{(2\cdot 3)^{200}(3^2)^{201}}{(2\cdot 3^2)^{301}} =$$
$$= \frac{2^{200}3^{200}3^{402}}{2^{301}3^{602}} = \frac{3^{200+402}}{2^{301-200}3^{602}} = \frac{3^{602}}{2^{101}3^{602}} = \boxed{\frac{1}{2^{101}}}$$

2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:

$$\frac{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2 + 14a^3b^4c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*

$$\frac{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2 + 14a^3b^4c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} = \frac{7a^2b^2(1-3bc^2+2ab^2c^2)}{7a^2b^2(1-3bc^2)} = \boxed{\frac{1-3bc^2+2ab^2c^2}{1-3bc^2}}$$

3) Un artículo costaba 130€, pero hemos pagado 91€ por él. ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho? *(1 punto)*

Nos han descontado $130 - 91 = 39$€. Lo que supone:

$$\% = \frac{Parte}{Total}100 = \frac{39}{130}100 = \frac{3900}{130} = \frac{390}{13} = \boxed{30\% \text{ de descuento}}$$

4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(-2a^2 + b)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Para poder hacerlo, cambiamos el orden de los sumandos del interior del paréntesis:

$$(-2a^2 + b)^2 = (b - 2a^2)^2 = b^2 - 2b2a^2 + (2a^2)^2 = \boxed{b^2 - 4a^2b + 4a^4}.$$

Puesto que, entonces, $x = b$, $y = 2a^2$.

b) $(-a^3 - 3a)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(-x-y)^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$:

$$(-a^3 - 3a)^2 = (a^3 + 3a)^2 = (a^3)^2 + 2a^3 3a + (3a)^2 = \boxed{a^6 + 6a^4 + 9a^2}.$$

c) $(-a^2 + b)(a^2 + b)$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$. Para poder hacerlo, tenemos que invertir el orden de los sumandos en cada paréntesis (conservando sus respectivos signos):

$$(-a^2 + b)(a^2 + b) = (b - a^2)(b + a^2) = b^2 - (a^2)^2 = \boxed{b^2 - a^4}.$$

5) Resolver la ecuación: $\dfrac{5x}{6} - 2\dfrac{3-x}{3} = -9 - \dfrac{x}{4}$ *(1 punto)*

Antes de hacer nada, siempre simplificaremos. Para empezar, ponemos todos los sumandos, de los dos miembros de la ecuación, con el mismo denominador:

$$\frac{5x}{6} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{x}{4} \;\Rightarrow\; \frac{5x}{6} - \frac{2(3-x)}{3} = -9 - \frac{x}{4} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \frac{2{\cdot}5x}{12} - \frac{4{\cdot}2(3-x)}{12} = -\frac{9{\cdot}12}{12} - \frac{3x}{12} \;\Rightarrow\; \frac{10x - 8(3-x)}{12} = \frac{-108 - 3x}{12}$$

Multiplicando por 12 los dos miembros de la ecuación, desaparecerán los denominadores:

$$10x - 8(3-x) = -108 - 3x \;\Rightarrow\; 10x - 24 + 8x = -108 - 3x \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 18x - 24 = -108 - 3x$$

Sumando 24 y $10x$ en ambos miembros, juntaremos las x en el primero:

$$18x + 3x = -108 + 24 \;\Rightarrow\; 21x = -84$$

Por último, dividimos ambos miembros entre 21:

$$x = -\frac{84}{21} \;\Rightarrow\; \boxed{x = -4}$$

Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo este valor en la ecuación original.

6) Resolver por *sustitución* el sistema: $\left.\begin{array}{l} -2x - 3y = 4 \\ -4x - 5y = 6 \end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

Despejamos x en la primera ecuación, porque ahí está multiplicada por el menor coeficiente (y buscamos siempre lo más sencillo para nosotros):

$$-2x - 3y = 4 \;\Rightarrow\; -3y - 4 = 2x \;\Rightarrow\; \boxed{x = \frac{-3y-4}{2}} \quad (1)$$

Donde hemos tenido en cuenta que *nunca* nos debe quedar un denominador negativo en una expresión final, y por eso hemos pasado $2x$ al segundo miembro.

Sustituimos (1) en la segunda ecuación (tiene que ser en *la otra ecuación*, y (1) procede de la primera, por lo que sólo puede sustituirse en la segunda):

$$-4\frac{-3y-4}{2} - 5y = 6 \;\Rightarrow\; -2(-3y-4) - 5y = 6 \;\Rightarrow\; 6y + 8 - 5y = 6 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; y + 8 = 6 \;\Rightarrow\; \boxed{y =}\, 6 - 8 = \boxed{-2}$$

Sustituimos en (1):

$$\boxed{x =} \; \frac{-3(-2)-4}{2} = \frac{6-4}{2} = \boxed{1}$$

En definitiva, $\boxed{\text{la solución es } x = 1 \text{ junto con } y = -2}$. Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo estos valores en las dos ecuaciones originales.

7) Tres números consecutivos suman 1671. ¿Cuáles son? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

Sea x el número central, de los tres consecutivos. Por tanto:

El primer número es: $x - 1$
El segundo es: x
El tercero es: $x + 1$

Por tanto, como suman 1671:

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 1671 \Rightarrow x - 1 + x + x + 1 = 1671 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x = 1671 \Rightarrow x = \frac{1671}{3} = 557$$

Como consecuencia:

El primer número es $x - 1 = 557 - 1 = 556$
El segundo es $x = 557$
El tercero es $x + 1 = 557 + 1 = 558$

$\boxed{\text{Los tres números son 556, 557 y 558}}$.