

Segunda evaluación - 2º ESO

NOMBRE: _____

Instrucciones: 1) Todos los folios deben tener el nombre y estar numerados en la parte superior. 2) Todas las respuestas deben estar justificadas y simplificadas. 3) No se puede usar calculadora. No se puede usar corrector ni lápiz, y el bolígrafo debe ser de tinta indeleble. Se aconseja no usar borrador. 4) Se puede alterar el orden de las respuestas, pero no se puede intercalar la respuesta a una pregunta con las de otras. 5) Desatender las instrucciones será penalizado.

- 1) Realizar las siguientes operaciones (este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4): (3 puntos)

a) $-2 |6(-8) - 8(-4)| - 3 [7(-6) - 9(-4)]$

b)
$$\frac{6 - \frac{9}{4}}{256 \frac{125}{128} \frac{1}{250} - \frac{250}{100}}$$

c)
$$\frac{(-6)^{200} (-9)^{201}}{(-18)^{301}}$$

- 2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:

$$\frac{14a^3b^4c^2 + 7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} \quad (1 \text{ punto})$$

- 3) Un artículo aumentó su precio un 30% en enero. Al nuevo precio se le aplicó un descuento del 30%. ¿Qué tanto por ciento de aumento o de descuento tenía el precio final respecto del inicial? (1 punto)

- 4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(-2a^2 + b)^2$ (0,5 puntos)

b) $(-a^3 - 3a)^2$ (0,5 puntos)

c) $(-a^2 + b)(a^2 + b)$ (0,5 puntos)

- 5) Resolver la ecuación: $\frac{x}{4} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{5x}{6}$ (1 punto)

- 6) Resolver el sistema:
$$\left. \begin{array}{l} -2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -14 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

- 7) Un grupo de personas hace un viaje. Un tercio de ellas son de Sevilla, un sexto, de Cádiz y el resto, que son 27, de Huelva. ¿Cuántas personas van de viaje? (Resolverlo mediante una ecuación). (1 punto)

SOLUCIONES

- 1) Realizar las siguientes operaciones (este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4): (3 puntos)

a) $-2 |6(-8) - 8(-4)| - 3 [7(-6) - 9(-4)]$
 $-2 |6(-8) - 8(-4)| - 3 [7(-6) - 9(-4)] = -2 |-48 + 32| - 3 (-42 + 36) =$
 $= -2 |-16| - 3 (-6) = -2 \cdot 16 + 18 = -32 + 18 = \boxed{-14}$

b) $\frac{6 - \frac{9}{4}}{256 \frac{125}{128} \frac{1}{250} - \frac{250}{100}}$
 $\frac{6 - \frac{9}{4}}{256 \frac{125}{128} \frac{1}{250} - \frac{250}{100}} = \frac{24 - \frac{9}{4}}{2 \frac{11}{12} - \frac{5}{2}} = \frac{15}{1 - \frac{5}{2}} = \frac{15}{\frac{2-5}{2}} = \frac{15}{-\frac{3}{2}} = -\frac{15}{\frac{3}{2}} =$
 $= -\frac{15 \cdot 2}{3 \cdot 4} = -\frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \boxed{-\frac{5}{2}}$

c) $\frac{(-6)^{200} (-9)^{201}}{(-18)^{301}}$
 $\frac{(-6)^{200} (-9)^{201}}{(-18)^{301}} = \frac{6^{200} (-9)^{201}}{-18^{301}} = \frac{-6^{200} 9^{201}}{-18^{301}} = \frac{6^{200} 9^{201}}{18^{301}} = \frac{(2 \cdot 3)^{200} (3^2)^{201}}{(2 \cdot 3^2)^{301}} =$
 $= \frac{2^{200} 3^{200} 3^{402}}{2^{301} 3^{602}} = \frac{3^{200+402}}{2^{301-200} 3^{602}} = \frac{3^{602}}{2^{101} 3^{602}} = \boxed{\frac{1}{2^{101}}}$

- 2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:

$$\frac{14a^3b^4c^2 + 7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\frac{14a^3b^4c^2 + 7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} = \frac{7a^2b^2(2ab^2c^2 + 1 - 3bc^2)}{7a^2b^2(1 - 3bc^2)} = \boxed{\frac{2ab^2c^2 + 1 - 3bc^2}{1 - 3bc^2}}$$

- 3) Un artículo aumentó su precio un 30% en enero. Al nuevo precio se le aplicó un descuento del 30%. ¿Qué tanto por ciento de aumento o de descuento tenía el precio final respecto del inicial? (1 punto)

Trabajaremos con *índices de aumento* o de *disminución porcentual*. Inicialmente, el artículo subió un 30% (en tantos por uno: $\frac{30}{100} = 0,3$) \Rightarrow El correspondiente *índice de aumento porcentual* es $1 + 0,3 = 1,3$. Si el precio inicial era x , valdrá ahora:

$$x \cdot 1,3$$

Posteriormente, tuvo un descuento del 30%. El *índice de disminución porcentual* es, entonces, $1 - 0,3 = 0,7$. Por tanto, si esa reducción se aplica a un precio de $1,3x$, el precio final será:

$$x \cdot 1,3 \cdot 0,7 = x \cdot 0,91$$

El precio inicial x está multiplicado por un *coeficiente de disminución porcentual*, puesto que 0,91 es menor que 1. Luego el precio ha sufrido un descuento desde el inicio. Dicho descuento, en tantos por uno, es de:

$$1 - 0,91 = 0,09$$

Es decir, se ha rebajado un 9%.

- 4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(-2a^2 + b)^2$ (0,5 puntos)

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Para poder hacerlo, cambiamos el orden de los sumandos del interior del paréntesis:

$$(-2a^2 + b)^2 = (b - 2a^2)^2 = b^2 - 2b2a^2 + (2a^2)^2 = \boxed{b^2 - 4a^2b + 4a^4}.$$

Puesto que, entonces, $x = b$, $y = 2a^2$.

b) $(-a^3 - 3a)^2$ (0,5 puntos)

Aplicamos la *identidad notable* $(-x - y)^2 = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$:

$$(-a^3 - 3a)^2 = (a^3 + 3a)^2 = (a^3)^2 + 2a^33a + (3a)^2 = \boxed{a^6 + 6a^4 + 9a^2}.$$

c) $(-a^2 + b)(a^2 + b)$ (0,5 puntos)

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$. Para poder hacerlo, tenemos que invertir el orden de los sumandos en cada paréntesis (conservando sus respectivos signos):

$$(-a^2 + b)(a^2 + b) = (b - a^2)(b + a^2) = b^2 - (a^2)^2 = \boxed{b^2 - a^4}.$$

- 5) Resolver la ecuación: $\frac{x}{4} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{5x}{6}$ (1 punto)

Antes de hacer nada, siempre simplificaremos. Para empezar, ponemos todos los sumandos, de los dos miembros de la ecuación, con el mismo denominador:

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} - 2\frac{3-x}{3} &= -9 - \frac{5x}{6} \Rightarrow \frac{x}{4} - \frac{2(3-x)}{3} = -9 - \frac{5x}{6} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3x}{12} - \frac{4 \cdot 2(3-x)}{12} &= -\frac{9 \cdot 12}{12} - \frac{2 \cdot 5x}{12} \Rightarrow \frac{3x - 8(3-x)}{12} = \frac{-108 - 10x}{12} \end{aligned}$$

Multiplicando por 12 los dos miembros de la ecuación, desaparecerán los denominadores:

$$\begin{aligned} 3x - 8(3-x) &= -108 - 10x \Rightarrow 3x - 24 + 8x = -108 - 10x \Rightarrow \\ \Rightarrow 11x - 24 &= -108 - 10x \end{aligned}$$

Sumando 24 y 10x en ambos miembros, juntaremos las x en el primero:

$$11x + 10x = -108 + 24 \Rightarrow 21x = -84$$

Por último, dividimos ambos miembros entre 21:

$$x = -\frac{84}{21} \Rightarrow \boxed{x = -4}$$

Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo este valor en la ecuación original.

- 6) Resolver el sistema: $\left. \begin{array}{l} -2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -14 \end{array} \right\}$ (1,5 puntos)

Lo hacemos por *sustitución*. Despejamos x en la primera ecuación, porque ahí está multiplicada por el menor coeficiente (y buscamos siempre lo más sencillo para nosotros):

$$-2x + 3y = 8 \Rightarrow -2x = 8 - 3y \Rightarrow \boxed{x = \frac{8-3y}{-2}} = \frac{-8+3y}{2} = \boxed{\frac{3y-8}{2}} \quad (1)$$

Donde hemos tenido en cuenta que *nunca* nos debe quedar un denominador negativo en una expresión final, por lo que hemos multiplicado numerador y denominador por -1 .

Sustituimos (1) en la segunda ecuación (tiene que ser en *la otra ecuación*, y (1) procede de la primera, por lo que sólo puede sustituirse en la segunda):

$$4\frac{3y-8}{2}-5y=-14 \Rightarrow 2(3y-8)-5y=-14 \Rightarrow 6y-16-5y=-14 \Rightarrow \\ \Rightarrow y-16=-14 \Rightarrow \boxed{y=2} -14+16=\boxed{2}$$

Sustituimos en (1):

$$\boxed{x=2} \frac{3\cdot 2-8}{2} = \frac{-2}{2} = \boxed{-1}$$

En definitiva, la solución es $x = -1$ junto con $y = 2$. Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo estos valores en las dos ecuaciones originales.

- 7) Un grupo de personas hace un viaje. Un tercio de ellas son de Sevilla, un sexto, de Cádiz y el resto, que son 27, de Huelva. ¿Cuántas personas van de viaje? (Resolverlo mediante una ecuación). (1 punto)

Sea x el número de viajeros.

De Sevilla son: $\frac{1}{3}x$

De Cádiz: $\frac{1}{6}x$

De Huelva: 27

Y todos ellos suman el total de viajeros, que es x . Es decir:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 27 = x \Rightarrow \frac{2x}{6} + \frac{x}{6} + \frac{162}{6} = \frac{6x}{6} \Rightarrow \frac{2x+x+162}{6} = \frac{6x}{6} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3x+162}{6} = \frac{6x}{6} \Rightarrow 3x+162=6x \Rightarrow 162=6x-3x \Rightarrow 162=3x \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{162}{3} = 54$$

Es decir, son 54 viajeros en total.

Observar que de Sevilla son $54/3 = 18$, de Cádiz son $54/6 = 9$. Y $18 + 9 + 27 = 54$.