Primer trimestre – 2º ESO

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) a) Dividir 394389 entre 789 extrayendo dos decimales. *(0,5 puntos)*
   b) Indicar *dividendo*, *divisor*, *cociente* y *resto*. *(0,5 puntos)*
   c) Efectuar la prueba de la división. *(0,5 puntos)*

2) Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: *(1,5 puntos)*
   a) $-5 \notin Q$
   b) $4 \in Z$
   c) $3/2 \in Z$
   d) $8 \in N$
   e) $\sqrt{13} \in Q$
   f) $0 \in Q$

3) Calcular: *(1,5 puntos)*
   a) $-3\,(-5) - 4 \cdot 7 - 6\ \ (-1)$
   b) $-4\,(-2) - 3 - 2\,(-3\,(-4) - 5 \cdot 3) - 3 \cdot 4 - 2$
   c) $-2\,(-3)\,(-4) - 5\,(-6 - 7\,(-8)) - 9\,(-8)$

4) Hallar el mcm y el mcd de 27, 72 y 180. *(1 punto)*

5) Una máquina tiene tres ruedas con un punto azul arriba. La primera da una vuelta completa cada 63 segundos, la segunda, cada 24 y la tercera, cada 48. ¿Cuándo volverán a coincidir los puntos azules arriba? *(1,5 puntos)*

6) Hallar todos los divisores de 270. *(1,5 puntos)*

7) Tenemos 144 caramelos de naranja, 168 de menta, 600 de limón y 192 de fresa. Queremos empaquetarlos en bolsas, de manera que cada bolsa tengan el mismo número de caramelos de cada una de las clases (cada bolsa tiene x caramelos de naranja, y de menta, etc.) y que no sobre ningún caramelo, y de forma que el número de bolsas sea lo mayor posible.
   a) ¿Cuántas bolsas necesitaremos? *(0,8 puntos)*
   b) ¿Cuántos caramelos de cada tipo contiene cada bolsa? *(0,7 puntos)*

SOLUCIONES

1) a) Dividir 394389 entre 789 extrayendo dos decimales. *(0,5 puntos)*

$$\begin{array}{r|l} 394389 & 789 \\ \cline{2-2} 7878 & 499{,}85 \\ 7779 & \\ 6780 & \\ 4680 & \\ \underline{735} & \end{array}$$

b) Indicar *dividendo*, *divisor*, *cociente* y *resto*. *(0,5 puntos)*

Dividendo = 394389 *divisor* = 789 *Cociente* = 499,85 *Resto* = 7,35

c) Efectuar la prueba de la división. *(0,5 puntos)*

$$789 \cdot 499{,}85 + 7{,}35 = 394381{,}65 + 7{,}35 = 394389$$

2) Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: *(1,5 puntos)*

a) $-5 \notin Q$	*F*	d) $8 \in N$	*V*
b) $4 \in Z$	*V*	e) $\sqrt{13} \in Q$	*F*
c) $3/2 \in Z$	*F*	f) $0 \in Q$	*V*

3) Calcular: *(1,5 puntos)*

a) $-3\,(-5) - 4 \cdot 7 - 6\ (-1) = 15 - 28 + 6 = 11 - 28 = \boxed{-7}$. En estos problemas es fundamental identificar los sumandos, que es como si estuvieran encerrados entre paréntesis: Mientras haya sólo multiplicaciones, divisiones, potencias o raíces, estamos dentro del mismo sumando. Sólo al encontrar un + ó –, o finalizar la expresión, se termina el sumando. Dentro de los paréntesis hay que efectuar, igualmente, la identificación de sumandos. Nosotros los hemos subrayado: hay 3 sumandos.

Cuando se operan dos o más números, desaparecen todos ellos y son sustituidos por el resultado.

Al multiplicar o dividir dos números de igual signo, el resultado es positivo. Si tienen distinto signo, negativo. Para sumas y restas no es igual (ver párrafo siguiente).

Una vez simplificados todos los sumandos, se suman los positivos por un lado, y los negativos por otro. Se efectúa la resta resultante, siendo el signo del resultado el del mayor de los números que intervienen en la resta, prescindiendo del signo con el que están en dicha resta.

b) $-4\,(-2) - 3 - 2\,(-3\,(-4) - 5 \cdot 3) - 3 \cdot 4 - 2 = 8 - 3 - 2(12 - 15) - 12 - 2 =$
$= 8 - 3 - 2(-3) - 12 - 2 = 8 - 3 + 6 - 12 - 2 = 14 - 17 = \boxed{-3}$

c) $-2\,(-3)\,(-4) - 5\,(-6 - 7\,(-8)) - 9\,(-8) = -24 - 5\,(-6 + 56) + 72 =$
$= -24 - 5 \cdot 50 + 72 = -24 - 250 + 72 = -274 + 72 = \boxed{-202}$

4) Hallar el mcm y el mcd de 27, 72 y 180. *(1 punto)*

$$27 = 3^3 \qquad 72 = 2^3 \cdot 3^2 \qquad 180 = 2^2 3^2 5$$

Para el *mínimo común múltiplo* se toman *todos* los factores que aparezcan (en cualquiera de los números) con el *mayor* exponente:

$$\boxed{\text{mcm}(27, 72, 180) =}\ 2^3 3^3 5 = \boxed{1080}$$

Para el *máximo común divisor* se toman *sólo los comunes a todos* los números que intervienen y con el *menor* exponente con que aparezcan (decimos que *mcm* y *mcd* son "*embusteros*" porque de su nombre parece desprenderse lo contrario):

$$\boxed{\text{mcd}(27, 72, 180) =} \ 3^2 = \boxed{9}$$

5) Una máquina tiene tres ruedas con un punto azul arriba. La primera da una vuelta completa cada 63 segundos, la segunda, cada 24 y la tercera, cada 48. ¿Cuándo volverán a coincidir los puntos azules arriba? *(1,5 puntos)*

Cada 63·1, 63·2, 63·3, ... segundos, la primera rueda completa una, dos, tres... vueltas. La segunda lo hace cada 24·1, 24·2, 24·3, ..., y la tercera, cada 48·1, 48·2, 48·3, ...

Buscamos, entonces, un múltiplo común a 24, 48 y 63. Como nos piden la primera vez que coinciden, es el *mcm* lo que buscamos.

$$24 = 2^3\cdot 3 \qquad 48 = 2^4\cdot 3 \qquad 63 = 3^2\cdot 7$$

Por tanto: mcm(24, 48, 63) = $2^4\cdot 3^2\cdot 7$ = 1008. Volverán a coincidir $\boxed{\text{1008 segundos}}$ después.

6) Tenemos 144 caramelos de naranja, 168 de menta, 600 de limón y 192 de fresa. Queremos empaquetarlos en bolsas, de manera que cada bolsa tengan el mismo número de caramelos de cada una de las clases (cada bolsa tiene x caramelos de naranja, y de menta, etc.) y que no sobre ningún caramelo, y de forma que el número de bolsas sea lo mayor posible.

a) ¿Cuántas bolsas necesitaremos?. *(0,8 puntos)*

Si todas las bolsas tienen el mismo número de caramelos de naranja, al dividir 144 caramelos entre el número de bolsas el resultado debe ser exacto, para que no sobre ningún caramelo. Luego el número de bolsas es divisor de 144.

De igual forma, el número de bolsas debe ser divisor de 168, de 600 y de 192. Luego el número de bolsas es divisor común de los cuatro números. Como el número de bolsas debe ser lo mayor posible, será el *máximo común divisor* de los cuatro números.

$$144 = 2^4\cdot 3^2 \qquad 168 = 2^3\cdot 3\cdot 7 \qquad 600 = 2^3\cdot 3\cdot 5^2 \qquad 192 = 2^6\cdot 3$$

mcd (144, 168, 600, 192) = $2^3\cdot 3$ = 24

Luego $\boxed{\text{se necesitan 24 bolsas}}$.

b) ¿Cuántos caramelos de cada tipo contiene cada bolsa? *(0,7 puntos)*

$\frac{144}{24}$ = 6 caramelos de naranja por bolsa $\qquad \frac{168}{24}$ = 7 de menta por bolsa

$\frac{600}{24}$ = 25 de limón por bolsa $\qquad \frac{192}{24}$ = 8 de fresa por bolsa

7) Hallar todos los divisores de 270. *(1,5 puntos)*

$270 = 2^1\cdot 3^3\cdot 5$. Combinamos estos factores de todas las formas posibles, tal como en el diagrama de árbol que se adjunta.

A la derecha del mismo, nos salen todos los divisores que, ordenados, son:

1
2
3
5
6
9
10
15
18
27
30
45
54
90
135
270