

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Mayo 2016

Problema 1 (2 puntos) Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A \cap B) = 0,3$; $P(A \cap \bar{B}) = 0,2$; $P(B) = 0,7$. Calcúlense:

- a) $P(A \cup B)$:
b) $P(B|\bar{A})$.

Nota: \bar{S} denota al suceso complementario del suceso S .

Solución:

a)

$$\begin{cases} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) \end{cases} \implies$$
$$P(A \cup B) = P(A \cap \bar{B}) + P(B) = 0,2 + 0,7 = 0,9$$

b) $P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = 0,2 + 0,3 = 0,5$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0,7 - 0,3}{1 - 0,5} = 0,8$$

Problema 2 (2 puntos) El tiempo diario que los adultos de una determinada ciudad dedican a actividades deportivas, expresado en minutos, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 20$ minutos.

- a) Para una muestra aleatoria simple de 250 habitantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de dedicación a actividades deportivas de 90 minutos diarios. Calcúlese un intervalo de confianza al 95 % para μ .
- b) ¿Qué tamaño mínimo debe de tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor que 1 minuto con el mismo nivel de confianza del 90 %?

Solución:

a) $z_{\alpha/2} = 1,96$, $\bar{X} \approx N\left(\mu; \frac{20}{\sqrt{250}}\right) = N(\mu; 1,265)$:

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{20}{\sqrt{250}} = 2,07$$

$$IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (87,93; 92,07)$$

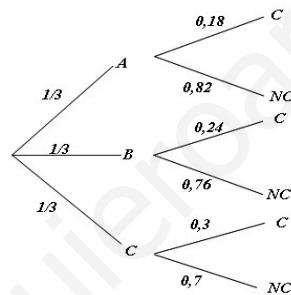
b) $z_{\alpha/2} = 1,645$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 1 = 1,645 \frac{20}{\sqrt{n}} \implies n \simeq 1082,41 \implies n = 1083$$

Problema 3 (2 puntos) En un polígono industrial se almacenan 30000 latas de refresco procedentes de las fábricas A , B y C a partes iguales. Se sabe que en 2016 caducan 1800 latas de la fábrica A , 2400 procedentes de la B y 3000 que proceden de la fábrica C .

- a) Calcúlese la probabilidad de que una lata elegida al azar caduque en 2016.
- b) Se ha elegido una lata de refresco aleatoriamente y caduca en 2016, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la fábrica A ?

Solución:



a)

$$P(C) = P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B) + P(C|C)P(C) = \frac{1}{3} \cdot 0,18 + \frac{1}{3} \cdot 0,24 + \frac{1}{3} \cdot 0,3 = 0,24$$

b)

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,18}{0,24} = 0,25$$

Problema 4 (2 puntos) El precio (en euros) del metro cuadrado de las viviendas de un determinado municipio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 650$ euros.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (2265,375; 2424,625) para μ , con un nivel de confianza del 95%. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

- b) Tomamos una muestra aleatoria simple de tamaño 225. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral con un nivel de confianza del 99 %.

Solución:

$$N(\mu; 650)$$

- a) $\sigma = 650$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$\begin{cases} \bar{X} - E = 2265,375 \\ \bar{X} + E = 2424,625 \end{cases} \implies \begin{cases} \bar{X} = 2345 \\ E = 79,625 = 1,96 \frac{650}{\sqrt{n}} \implies n = 256 \end{cases}$$

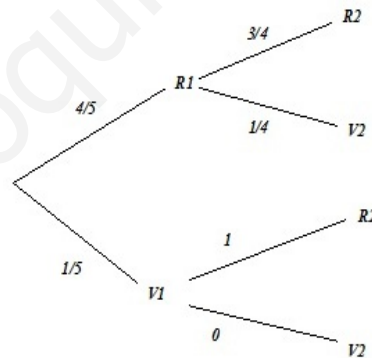
- b) Tenemos $z_{\alpha/2} = 2,575$:

$$E = 2,57 \frac{650}{\sqrt{225}} = 111,5833$$

Problema 5 (2 puntos) En una bolsa hay cuatro bolas rojas y una verde. Se extraen de forma consecutiva y sin reemplazamiento dos bolas. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Las dos bolas sean del mismo color.
b) La primera bola haya sido verde si la segunda bola extraída es roja.

Solución:



- a)

$$P(\text{mismo color}) = P(R1)P(R2|R1) + P(V1)P(V2|V1) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot 0 = \frac{3}{5}$$

- b)

$$P(V1|R2) = \frac{P(R2|V1)P(V1)}{P(R2)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot 1} = \frac{1}{4}$$