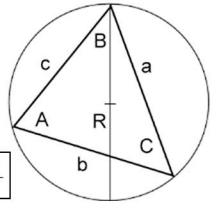
YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES

TRIGONOMETRÍA y COMPLEJOS/2

TEOREMAS IMPORTANTES

Teorema de los senos

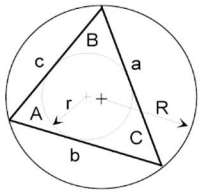
$$\frac{a}{\operatorname{sen} A}=\frac{b}{\operatorname{sen} B}=\frac{c}{\operatorname{sen} C}=2R$$



Teorema de los cosenos:

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \qquad \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} \qquad \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

El teorema de los cosenos se usa si nos dan tres lados o dos lados y el ángulo que forman. En los demás casos se aplicará el teorema de los senos.



Área del triángulo: $S=\frac{1}{2}ab\operatorname{sen} C=\frac{1}{2}cb\operatorname{sen} A=\frac{1}{2}ac\operatorname{sen} B$

Fórmula de Herón:

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad S=pr=\frac{abc}{4R}=\frac{p}{2R}$$

p=semiperímetro

NÚMEROS COMPLEJOS

Unidad imaginaria: es el número $\sqrt{-1}$ y se designa por i

Números complejos son aquellos que se pueden escribir de la forma a+bi, donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria.

El conjunto de todos los números complejos se designa por $\mathbb{C}$ y se define como $\mathbb{C}:=\{z=a+bi \ / \ a,b\in\Re\}$

Dos números complejos son iguales cuando tienen la misma parte real y la misma parte imaginaria:

$a+bi=a'+b'i\rightarrow a=a' \ \ y \ \ b=b'$

Forma binómica de un número complejo: $z=a+bi$

Si $b=0\rightarrow z=a$ es un **número real.**

Si $b\neq 0 \ y \ a=0\rightarrow z=bi$, es un **número imaginario puro.**

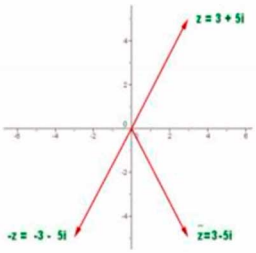
Conjugado, opuesto e inverso de un número en forma binómica: * opuesto: $-z=-a-bi$

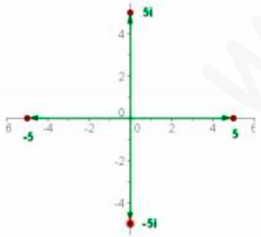
* conjugado: $\bar{z}=a-bi$

* inverso: $z^{-1}=\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}$

Representación de números complejos

$\mathbb{C}:=\{P(a,b) \ / \ a,b\in\Re\}$ A cada número complejo z=a+bi se le hace corresponder el punto P(a,b), que se llama **afijo** del número complejo.





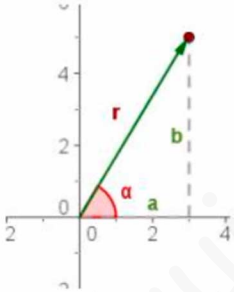
Potencias de i:

$$i^0=1 \ , \ i^1=i \ , \ i^2=-1 \ , \ i^3=-i \ , \ i^4=1 \ , \ i^5=i\ldots$$
$$i^{254}=(i^4)^{63}\cdot i^2=1(-1)=-1$$

Operaciones con números complejos:

- Suma $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$
- Resta $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$
- Producto $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$
- División $\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\ldots$

Números complejos en forma polar: r_α



$r=|z|$ Es el módulo de un número complejo.

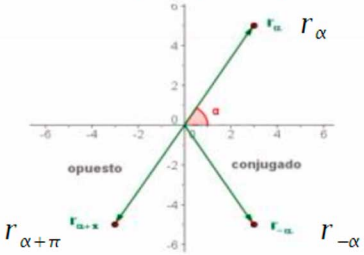
α Es el argumento del número complejo, que se puede expresar en grados o en radianes. Dos **números complejos** son **iguales** si tienen el **mismo módulo** y el **mismo argumento**.

$r_\alpha=r'_{\alpha'}\rightarrow r=r' \ \ y \ \ \alpha=\alpha'+k\cdot 360° \quad k\in\mathbb{Z}$

Tomaremos siempre $\alpha\in[0,360°)$

Conjugado, opuesto e inverso de un número en forma polar:

- opuesto: $-z=r_{\alpha+180°}$
- conjugado: $\bar{z}=r_{-\alpha}$
- inverso: $z^{-1}=\frac{1}{z}=\frac{1}{r_\alpha}=\frac{1_{0°}}{r_\alpha}=\left(\frac{1}{r}\right)_{-\alpha}$



Paso de forma binómica a polar:

$$r=|z|=\sqrt{a^2+b^2} \qquad tg\,\alpha=\frac{b}{a}\rightarrow\alpha=arctg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Paso de forma polar a binómica:

$$a=r\cos\alpha \qquad b=r\,sen\,\alpha$$

Forma trigonométrica:

$$z=a+bi=r\cos\alpha+(r\,sen\,\alpha)i=r(\cos\alpha+i\,sen\,\alpha)$$

Producto de números complejos en forma polar:

$$r_\alpha\cdot r'_{\alpha'}=(r\cdot r')_{\alpha+\alpha'}$$

Cociente de números complejos en forma polar:

$$\frac{r_\alpha}{r'_{\alpha'}}=\left(\frac{r}{r'}\right)_{\alpha-\alpha'}$$

Potencias de números complejos:

$$(r_\alpha)^n=\underbrace{r_\alpha\cdot r_\alpha\cdot r_\alpha\cdot\ldots r_\alpha}_{n \ \ veces}=(r\cdot r\cdot r\cdot\ldots\cdot r)_{\alpha+\alpha+\alpha+\ldots+\alpha}=(r^n)_{n\alpha}$$

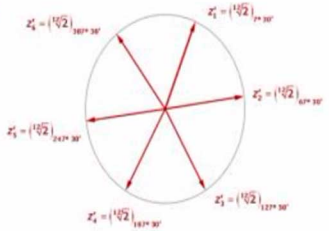
Fórmula de Moivre:

$z^n=(r_\alpha)^n=r^n(\cos n\alpha+i\,sen\,n\alpha)$ Si r =1, es muy útil en trigonometría:

$$(1_\alpha)^n=(\cos\alpha+i\,sen\,\alpha)^n=(\cos n\alpha+i\,sen\,n\alpha)$$

Raíces de números complejos:

$$\sqrt[n]{r_\alpha}=\left(\sqrt[n]{r}\right)_{\frac{\alpha+360°k}{n}}$$



Siendo k = 0, 1, 2,.., (n-1)

Los afijos de $\sqrt[n]{r_\alpha}$ son los vértices de un polígono regular de n lados inscrito en una circunferencia de radio $\sqrt[n]{r}$

Formula del binomio de Newton $(a+bi)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}(bi)^k$

www.yoquieroaprobar.es