Sistemas de Inecuaciones, con una incógnita

Un sistema de inecuaciones lineales o de primer grado es un conjunto de dos o más inecuaciones lineales.
Se pueden llegar a escribir de la forma:

$$\begin{cases} ax+b>0 \\ a'x+b'>0 \end{cases} \; ; \; (\textit{el signo también puede ser } <, \leq \text{ ó } \geq)$$

Puede que el sistema tenga alguna inecuación no lineal, aun así, la resolvemos de la misma forma.

Método de resolución

— Para resolver cualquier sistema de inecuaciones, hay que resolver cada inecuación por separado; aplicando el método que, en cada caso, sea el más conveniente.

— Las soluciones de estos sistemas serán todos los números reales que satisfacen todas y cada una de las inecuaciones del sistema a la vez, es decir, la intersección de los conjuntos solución de todas las inecuaciones que forman parte del sistema.

— Conviene representar gráficamente los conjuntos solución de cada inecuación a la vez para ver claramente su intersección.

Ejemplo

Resolver: $\begin{cases} 2x-4>0 \\ 3x+12>0 \end{cases}$

Inecuación 1	Inecuación 2
$2x-4>0$	$3x+12>0$
$2x>4$	$3x>-12$
$x>\frac{4}{2}$	$x>-\frac{12}{3}$
$\boxed{x>2}$	$\boxed{x>-4}$
$S_1=(2,+\infty)$	$S_2=(-4,+\infty)$

$\therefore$ Solución del sistema

$S=S_1\cap S_2=(2,+\infty)$

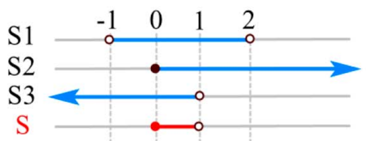
Ejemplo

Resolver: $\begin{cases} -x^2+x+2>0 \\ x^2+4\leq(x+2)^2 \\ 3x+5<x+7 \end{cases}$

$\therefore$ Solución del sistema

$S=S_1\cap S_2\cap S_3=[0,1)$

Inecuación 1	Inecuación 2	Inecuación 3
$-x^2+x+2>0$	$x^2+4\leq(x+2)^2$	$3x+5<x+7$
raíces de $-x^2+x+2$	$4x\geq 0$	$2x<2$
$x_1=-1$; $x_2=2$	$\boxed{x\geq 0}$	$\boxed{x<1}$
$S_1=(-1,2)$	$S_2=[0,+\infty)$	$S_3=(-\infty,1)$



Ejemplo

Resolver: $\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{3-x}>0 \\ 2(4x-3)\leq 9x-2 \end{cases}$

$\therefore$ Solución del sistema

$S=S_1\cap S_2$

$S=[-4,-2)\cup(2,3)$

Inecuación 1			Inecuación 2
$x+2\geq 0$	$x-2\geq 0$	$3-x>0$	$2(4x-3)\leq 9x-2$
$\boxed{x\geq -2}$	$\boxed{x\geq 2}$	$\boxed{x<3}$	$8x-6\leq 9x-2$
			$-x\leq 4$
			$\boxed{x\geq -4}$
$S_1=(-\infty,-2)\cup(2,3)$			$S_2=[-4,+\infty)$

Inecuación 1ª		-2	2	3
$(x-2)$	−	−	+	+
$(x+2)$	−	+	+	+
$(3-x)$	+	+	+	−
cociente	+	−	+	−
inecuación				

Inecuaciones dobles, con una incógnita

También se pueden presentar inecuaciones con dos signos de relación, llamadas dobles o de tres componentes.
Estas inecuaciones se pueden llegar a escribir:

$$A<B<C \; ; \; (\textit{los signos también pueden ser } <, \leq \text{ ó } \geq)$$

Cuando en la doble desigualdad hay variables en más de un término separamos las desigualdades, obteniendo dos inecuaciones simples, las cuales resolvemos de manera aislada y la solución es la intersección de las soluciones encontradas.

Una inecuación doble equivale a un sistema de inecuaciones

Método de resolución

— Dividimos la expresión en dos partes: la primera, formada por el primer y segundo componente. La segunda, formada por el segundo y tercer componente.

— Resolvemos cada inecuación simple por separado.

— Realizamos una intersección entre los conjuntos solución de cada inecuación simple.

— La respuesta a la inecuación doble serán aquellos valores que se incluyan en ambas soluciones (donde ambas soluciones se intersectan).

$$3x-4<5x+7<x+11$$

$\begin{cases} 3x-4<5x+7 \\ 5x+7<x+11 \end{cases}$

Inecuación 1	Inecuación 2
$3x-4<5x+7$	$5x+7<x+11$
$-2x<11$	$4x<4$
$\boxed{x>-\frac{11}{2}}$	$\boxed{x<1}$
$S_1=\left(-\frac{11}{2},+\infty\right)$	$S_2=(-\infty,-1)$

$\therefore$ Solución del sistema

$S=S_1\cap S_2=\left(-\frac{11}{2},1\right)$