GEOMETRÍA

$\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$ $\vec{v}=(v_1,v_2,v_3)$ $\vec{w}(w_1,w_2,w_3)$

• Son linealmente independientes si $\begin{vmatrix}u_1&u_2&u_3\\v_1&v_2&v_3\\w_1&w_2&w_3\end{vmatrix}\neq 0$

• Producto Escalar $\left\{\begin{array}{l}\vec{u}\cdot\vec{v}=u_1\cdot v_1+u_2\cdot v_2\\|u||v|\cdot\cos\alpha\end{array}\right.$

• Producto Vectorial $\vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}i&j&k\\u_1&u_2&u_3\\v_1&v_2&v_3\end{vmatrix}=\vec{t}\rightarrow$ El vector $\vec{t}$ es perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$

$|u\times v|$ = Área del paralelogramo.

• Producto Mixto $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]=\begin{vmatrix}u_1&u_2&u_3\\v_1&v_2&v_3\\w_1&w_2&w_3\end{vmatrix}$ = Volumen del paralelepípedo

$\frac{1}{6}V$ = Vol tetraedro

ECUACIONES

Sea la recta dada por $\vec{u}(u_1,u_2,u_3)$ y $P(x_0,y_0,z_0)$

VECTORIAL	PARAMÉTRICAS	CONTINUA	GENERAL
$\vec{x}=p+\lambda\cdot\vec{v}$	$x=x_0+\lambda\cdot u_1$ $y=y_0+\lambda\cdot u_2$ $z=z_0+\lambda\cdot u_3$	$\frac{x-x_0}{u_1}=\frac{y-y_0}{u_2}=\frac{z-z_0}{u_3}$	NO HAY

Sea el plano definido por los vectores $\vec{u}(u_1,u_2,u_3)$ y $\vec{v}(v_1,v_2,v_3)$ y el punto $P(x_0,y_0,z_0)$, todos ellos contenidos en el plano π

VECTORIAL	PARAMÉTRICAS	CONTINUA	GENERAL
$\vec{x}=P+\lambda\cdot\vec{u}+\mu\cdot\vec{v}$	$x=x_0+\lambda u_1+\mu v_1$ $y=y_0+\lambda u_2+\mu v_2$ $z=z_0+\lambda u_3+\mu v_3$	NO HAY	$\begin{vmatrix}u_1&v_1&x-x_0\\u_2&v_2&y-y_0\\u_3&v_3&z-z_0\end{vmatrix}=0$

Al resolver el determinante de la ecuación general resulta una expresión del tipo $Ax+By+Cz+D=0$ donde el vector $\vec{E}(A,B,C)$ es perpendicular al plano.

POSICIÓN RELATIVA DE TRES PUNTOS

Tres puntos NO están alineados si $\begin{vmatrix}x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\\x_3&y_3&z_3\end{vmatrix}\neq 0$

POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

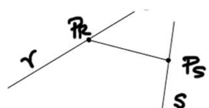
Sean: $r:\left\{\begin{array}{l}\vec{u_R}\\P_R\end{array}\right.$ $s:\left\{\begin{array}{l}\vec{u_S}\\P_S\end{array}\right.$ y $\overrightarrow{P_RP_S}$

Definimos la matriz $A\begin{pmatrix}u_R\\u_S\\P_RP_S\end{pmatrix}$ con los vectores y Calculamos rangos

Si $Ran(A)=3\longrightarrow$ Se cruzan

Si $Ran(A)=2\left\{\begin{array}{l}Ran\begin{pmatrix}u_R\\u_S\end{pmatrix}=2 \text{ Se Cortan}\\Ran\begin{pmatrix}u_R\\u_S\end{pmatrix}=1 \text{ Son paralelas}\end{array}\right.$

Si $Ran(A)=1$ son Coincidentes



POSICIÓN RELATIVA DE RECTA Y PLANO

Sea la recta dada por $\left\{\begin{array}{l}\vec{u_R}\\P_R\end{array}\right.$ y el plano $Ax+By+Cz+D=0$

Se pasa la recta a paramétricas y se sustituye x,y,z, en el plano por ellas. Resolvemos para hallar λ y puede pasar:

• $\lambda=k$: Se cortan $0=0$: Coincidentes

Sin solución ($k=0$): paralelos

POSICIÓN RELATIVA DE DOS PLANOS

Sean los planos $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$, $\beta: A'x+B'y+C'z+D'=0$

$\frac{A}{A'}\neq\frac{B}{B'}$ ó $\frac{B}{B'}\neq\frac{C}{C'}$ ó $\frac{B}{B'}\neq\frac{C}{C'}$ Se cortan en una Recta

$\frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}\neq\frac{D}{D'}$ Son paralelos

$\frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}=\frac{D}{D'}$ Son coincidentes

POSICIÓN RELATIVA DE TRES PLANOS

Sean los planos:

$Ax+By+Cz+D=0$

$A'x+B'y+C'z+D'=0$

$A''x+B''y+C''z+D''=0$

Definimos las matrices:

$M=\begin{pmatrix}A&B&C\\A'&B'&C'\\A''&B''&C''\end{pmatrix}$

$M'=\begin{pmatrix}A&B&C&D\\A'&B'&C'&D'\\A''&B''&C''&D''\end{pmatrix}$

Ran(M)	Ran(M')	Posición
1	1	Coincidentes
1	2	• Paralelos dos a dos • Dos coincidentes, el otro paralelo
2	2	• Si son distintos, se cortan en una recta • Si dos coinciden, el otro los corta.
2	3	• Planos secantes dos a dos • Dos planos paralelos que son cortados por el tercero
3	3	Secantes en un punto común

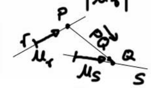
FÓRMULAS

• Distancia entre dos puntos: $d(A,B)=|\overrightarrow{AB}|$

• Distancia de un punto a una recta: $d(P,r)=\frac{|PP_r\times u_r|}{|u_r|}$

• Distancia de un punto a un plano $d(P,\pi)=\frac{Ax_0+By_0+Cz_0+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

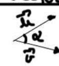
• Distancia entre dos rectas que se cruzan



$d(r,s)=\frac{|[\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{u_r},\overrightarrow{u_s}]|}{|u_r\times u_s|}$

• Ángulo entre dos vectores

$\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$



PERPENDICULAR COMÚN A DOS RECTAS DADAS