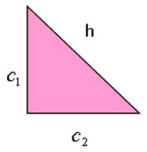
YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES

MATEMÁTICAS ESO (3 de 6)

GEOMETRÍA

TEOREMA DE PITÁGORAS

La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa



h: hipotenusa

c_1,c_2: catetos

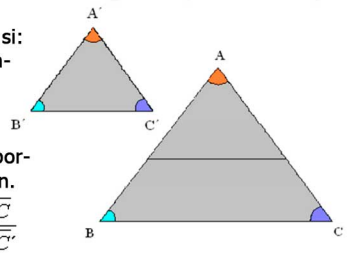
$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si:

- Tienen dos ángulos correspondientes iguales:

Ejemplo: $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$



- Tienen un ángulo igual y proporcionales los lados que lo forman.

Ejemplo: $\hat{B} = \hat{B}'$ $\quad \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$

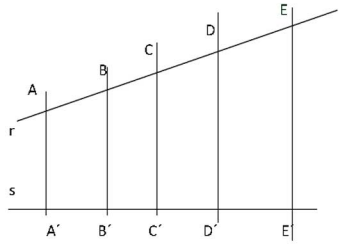
- Tienen sus lados homólogos y proporcionales.

Ejemplo: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = k$

k es la razón de semejanza, que es la constante de proporcionalidad entre sus lados. Si k es la razón de semejanza, en áreas es k^2 y en volúmenes k^3.

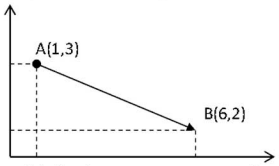
TEOREMA DE TALES

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \ldots$$



GEOMETRÍA MÉTRICA PLANA

Suponemos dos puntos: $A(X_A, Y_A)$ $\quad B(X_B, Y_B)$



Componentes de un vector: Son las proyecciones del vector sobre los ejes de coordenadas.

$X_B - X_A \rightarrow 1^a Componente$

$Y_B - Y_A \rightarrow 2^a Componente$

Ejemplo: $\overrightarrow{AB} = (6-1, 2-3) = (5,-1)$

Módulo de un vector: Es el valor numérico del vector. Es la distancia entre el origen y el extremo. En nuestro ejemplo:

$$d(A,B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \approx 5{,}1$$

Dirección: Es la recta sobre la cual se mueve el vector.

Sentido: Es el de la flecha. (origen-Extremo).

Punto medio de un segmento: Es el punto que esta a igual distancia de los extremos del segmento.

$$M = \left(\frac{X_A + X_B}{2}, \frac{Y_A + Y_B}{2}\right) \quad \text{Ejemplo:} \quad M = \left(\frac{1+6}{2}, \frac{3+2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

Producto escalar de dos vectores:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha \qquad \vec{u}\cdot\vec{v} = u_1\cdot v_1 + u_2\cdot v_2$$

Propiedades del producto escalar de dos vectores:

- El producto escalar del vector nulo por otro vector cualquiera es el número 0
- Si dos vectores son perpendiculares, entonces su producto escalar es cero
- Si el producto escalar de dos vectores no nulos es cero, entonces son perpendiculares.
- El producto escalar de dos vectores es igual al producto de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.
- Propiedad conmutativa: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- Propiedad asociativa: $a.(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (a\vec{u}) \cdot \vec{v}$
- Propiedad distributiva: $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

OPERACIONES CON VECTORES:

Suma: Las coordenadas del vector u+v se obtienen sumando las coordenadas de u con las de v: $\vec{u} + \vec{v} = (u_1,u_2) + (v_1,v_2) = (u_1 + u_2, v_1 + v_2)$

Resta:Las coordenadas del vector u-v se obtienen sumando las coordenadas de u con las del opuesto de v: $\vec{u} - \vec{v} = (u_1,u_2) + (-v_1,-v_2) = (u_1 - u_2, v_1 - v_2)$

Producto por un escalar k: Las coordenadas del vector k.u se obtienen multiplicando por k las coordenadas de u. $k\vec{u} = k.(u_1,u_2) = (ku_1, ku_2)$

Ángulo de dos vectores (en una base ortonormal):

Expresión vectorial: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u}, \vec{v}) \Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$

Expresión analítica: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{u_1.v_1 + u_2.v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}.\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

Vector perpendicular a otro: Un vector ortogonal a (a,b) es (-b,a) ó (b,-a) Se cambian sus componentes de orden y una de ellas de signo.

Vector unitario: Para convertir un vector en unitario, se divide cada una de las coordenadas por el módulo del vector:

$$\vec{u}(a,b) \Rightarrow \text{Vector unitario} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

Tres puntos A, B y C están alineados si los vectores AB y BC tienen la misma dirección. Esto ocurre cuando sus coordenadas son proporcionales.

ECUACIONES DE LA RECTA:

Vamos a hallar la ecuación de la recta a partir de un vector $\vec{v}$ (v_1,v_2) y un punto $P(p_1,p_2)$ de la misma. t es un número real.

Ecuación vectorial

$$(x, y) = (x_1, y_1) + t(v_1, v_2)$$

Ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = x_1 + tv_1 \\ y = y_1 + tv_2 \end{cases}$$

Ecuación continua

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Multiplicamos en cruz e igualamos a 0 y obtenemos la ecuación general o implícita. Después despejando y obtenemos la ecuación explícita donde m es la pendiente y n es la ordenada en el origen.

$$Ax + By + C = 0$$

$$Y = mx + n$$

$$m = \frac{-A}{B}$$

Posiciones relativas de dos rectas:

Si nos dan las rectas en forma explicita:

$$\left.\begin{matrix} y = mx + n \\ y' = m'x + n' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\|\begin{matrix} -\text{sec antes} - & -\text{paralelas} - & -\text{coincidentes} \\ m \neq m' & m = m' & m = m'; n = n' \end{matrix}\right.$$

Si nos dan las rectas en forma de ecuación general:

$$\left.\begin{matrix} Ax + By + C \\ A'x + By' + C' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\|\begin{matrix} -\text{sec antes} - & -\text{paralelas} - & -\text{coincidentes} \\ \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} & \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} & \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \end{matrix}\right.$$

YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES