YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES

INTEGRACIÓN

INTEGRAL INDEFINIDA

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

integrando — primitiva de f(x) — cte. de integración

Propiedades de la integral:

La integral de la suma (diferencia) es la suma (diferencia) de las integrales

$$\int f(x) \pm g(x) = \int f(x) \pm \int g(x)$$

Las constantes multiplicativas pueden entrar o salir de la integral.

$$\int k \cdot f(x) \cdot dx = k \cdot \int f(x) \cdot dx$$

Resolución por cambio de variable:

1º) Escogemos el cambio apropiado: x=g(t) y calculamos la diferencial en ambos miembros: dx=g'(t) dt

2º) Sustituimos las dos expresiones anteriores (x y dx) en la integral a resolver (con lo que ahora pasará a depender de t), simplificamos y, si hemos escogido el cambio adecuado, obtendremos una integral inmediata en t, que resolveremos.

3º) Una vez resuelta deshacemos el cambio, es decir, ponemos la expresión obtenida de nuevo en función de x

Algunos trucos:

- En las integrales que haya raices, haremos el cambio radicando=$t^{\text{mcm de los índices}}$
- En las integrales en las que aparezca a^x haremos el cambio $a^x=t$

Integración por partes:

Esta técnica se utiliza para hallar, en ciertos casos, la integral de un producto de funciones.

$$\int u\,dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Consejos para elegir u y dv:

1) Hay que elegir un u cuya derivada no se complique más.

2) El dv restante ha de resultar fácil de integrar.

Existe una sencilla regla para elegir u:

- **A** → arcsen, arccos, arctg, etc.
- **L** → logaritmo
- **P** → polinomio (o cociente de polinomios)
- **E** → exponencial
- **S** → sen, cos, tg, etc.

Integración por descomposición en fracciones simples:

Se trata de hallar $\int \frac{P(x)}{Q(x)}$ donde Q(x) es factorizable (es decir, tiene raíces reales.

Si el grado de P(x)>grad Q(x) los dividimos.

La integral resultante será de cociente+resto/divisor.

TABLA de INTEGRALES INMEDIATAS

$\int dx = x$
$\int k\,dx = kx$
$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$
$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x$
$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}$
$\int e^x\,dx = e^x$
$\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x$
$\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x$
$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \int (1+\operatorname{tg}^2 x)\,dx = \int \sec^2 x\,dx = \operatorname{tg} x$
$\int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}\,dx = \int (1+\operatorname{ctg}^2 x)\,dx = \int \operatorname{cosec}^2 x\,dx = -\operatorname{ctg} x$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \operatorname{arcsen} x$
$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg} x$

Integrales trigonométricas

Algunas integrales se resuelven transformando el integrando mediante identidades trigonométricas; estas son algunas de las más habituales:

$$\operatorname{sen} x = \sqrt{1-\cos^2 x} \qquad \cos x = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

Si la integral es el producto de seno y coseno elevado a potencias, debemos realizar el cambio apropiado:

Hay tres casos principales:

1º Si el integrando es impar en sen x: $\cos x = t$

2º Si el integrando es impar en cos x: $\operatorname{sen} x = t$

3º Si el integrando es par en sen x y cos x: $\operatorname{tg} x = t$

Algunas integrales habituales:

$\int \sqrt{1-x^2}\,dx =$ Haciendo el cambio de variable x=sen t

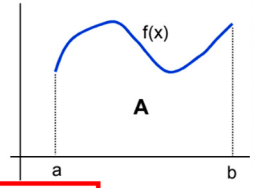
$\int \cos^3 x\,dx =$ Haciendo el cambio de variable sen x=t

$\int \operatorname{sen}^5 2x\,dx =$ Haciendo el cambio de variable cos 2x=t

INTEGRAL DEFINIDA

$\int_a^b f(x)\,dx$ = área del recinto limitado por la curva f(x), el eje x, y las rectas verticales x=a y x=b

¿Cómo se calcula?: Mediante la REGLA DE BARROW: se trata de hallar una primitiva F(x) y a continuación valorarla entre los extremos a y b:



$$\int f(x)\,dx = F(x) + C \quad \Rightarrow \quad \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Propiedades de la integral definida

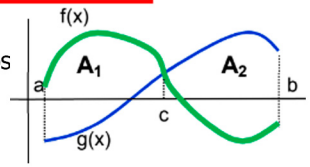
1) Si $c \in [a,b]$: Esta propiedad nos será muy útil a la hora de hallar el área de un recinto compuesto como suma de dos o más subáreas, teniendo cuenta el signo.

$$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$$

$$\int_a^a f = 0 \qquad \int_a^b f = -\int_b^a f \qquad \int_a^b f \pm \int_a^b g = \int_a^b f \pm g$$

Área limitada por dos curvas:

Se calcula integrando entre los función que var por arriba, menos la que va por debajo. Es buen consejo resolver con valor absoluto, para evitar el signo negativo. También, si se cortan ambas funciones entre a y b, habrá que separarlo en varias integrales.



$$A_T = A_1 + A_2 = \int_a^c (f-g) + \int_c^b (g-f)$$

www.yoquieroaprobar.es

YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES