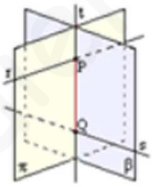
YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES

GEOMETRÍA - 3

ÁNGULOS

ÁNGULO ENTRE	FÓRMULA	PROCEDIMIENTO
Dos vectores	$\alpha = \arccos \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert}$	1. Hallar el producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z$. 2. Sustituirlo en la otra fórmula ($\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \cos\alpha$) y despejar el ángulo α.
Dos rectas		1. Hallar el ángulo que forman sus dos vectores directores como *ángulo entre dos vectores*.
Dos planos	$\alpha = \dfrac{\lvert A \cdot A' + B \cdot B' + C \cdot C'\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$	1. Hallar el ángulo que forman sus dos vectores normales como *ángulo entre dos vectores*.
Una recta y un plano	$\alpha = \dfrac{\lvert A \cdot u_1 + B \cdot u_2 + C \cdot u_3\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2 + {u_3}^2}}$	1. Hallar el ángulo que forman el vector director de la recta y el vector normal del plano como *ángulo entre dos vectores*. 2. Hallar su complementario (90 – α).

DISTANCIAS

DISTANCIA ENTRE	FÓRMULA	PROCEDIMIENTO
Dos puntos	$d(P,Q) = \sqrt{\left(x_{\overrightarrow{PQ}}\right)^2 + \left(y_{\overrightarrow{PQ}}\right)^2 + \left(z_{\overrightarrow{PQ}}\right)^2}$	1. Hallar el vector $\overrightarrow{PQ}$ y calcular su módulo.
Un punto y un plano	$d(P,\pi) = \dfrac{\lvert Ax + By + Cz + D\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	1. Hallar la recta n normal a π y que pase por P. 2. Hallar I, punto intersección de n y π. 3. Hallar la distancia de P a I como *distancia entre dos puntos*.
Un punto y una recta	$d(P,r) = \dfrac{\lvert\overrightarrow{AP}\ x\ \vec{v}\rvert}{\lvert\vec{v}\rvert}$	1. Hallar el plano π normal a r y que pase por P. 2. Hallar I, punto intersección de r y π. 3. Hallar la distancia de P a I como *distancia entre dos puntos*.
Dos planos paralelos	$d(\pi,\alpha) = \dfrac{\lvert D' - D\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	1. Tomar un punto arbitrario de uno de los planos. 2. Calcular la distancia de dicho punto al otro plano como *distancia de un punto a un plano*.
Dos rectas paralelas		1. Tomar una de las dos rectas y un punto arbitrario de la otra. 2. Hallar la *distancia de un punto a una recta*.
Un plano y una recta paralela		1. Tomar el plano y un punto arbitrario de la recta. 2. Hallar la distancia como *distancia de un punto a un plano*.
Dos rectas que se cruzan (Perpendicular común)	$d(r,s) = \dfrac{\lvert\overrightarrow{AB} \cdot (\vec{u}\ x\ \vec{v})\rvert}{\lvert\vec{u}\ x\ \vec{v}\rvert}$ 	1. Hallar el vector w perpendicular a u y v mediante el producto vectorial. 2. Hallar el plano π que contenga a u y w. 3. Hallar el plano β que contenga a v y w. 4. Hallar la recta t, perpendicular común (intersección de π y β). 5. Hallar P y Q, puntos intersección de t con r y t con s respectivamente. 6. Hallar la distancia de P a Q como *distancia entre dos puntos*.

EQUIDISTANCIAS

EQUIDISTANCIA	DATOS	RESOLUCIÓN
Puntos de una recta que distan de un punto un número de unidades dado	$P(2,3,1)$ $r \equiv \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + t \\ z = t \end{cases}$ $Distancia = \sqrt{8}\ u$	1. *Hallar el punto R genérico de r y obtener el vector* $\overrightarrow{RP}$ $R(-1+t,-2+t,t) \rightarrow \overrightarrow{RP} = \ 3-t, 5-t, 1-t)$ 2. *Igualar la distancia de R a P a* $\sqrt{8}$*, despejar t y hallar el punto* $\sqrt{(3-t)^2 + \ 5-t)^2 + \ 1-t)^2} = \sqrt{8} \rightarrow t = 3 \rightarrow S(2,1,3)$
Puntos de una recta que distan de un plano un número de unidades dado	$\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ $r \equiv \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$ $Distancia = \sqrt{3}\ u$	1. *Igualar la distancia del punto R genérico de la recta al plano* π *a* $\sqrt{3}$ $d(R,\pi) = \dfrac{\lvert(-1+t) - 2(-2+t) + \ 2t) - 2\rvert}{\sqrt{1^2 + \ -1)^2 + 1^2}} = \sqrt{3} \rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases}$ 2. *Sustituir t en la recta y obtener los puntos* $S_1\ \ 1,0,4)\ \ y\ \ S_2\ \ -5,-6,-8)$
Punto de una recta que equidiste de otros dos puntos conocidos	$P(2,1,-1)\ ;\ \ Q(-2,0,5)$ $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$	1. *Hallar el punto R genérico de r y obtenger los vectores* $\overrightarrow{RP}$ *y* $\overrightarrow{RQ}$ $R(1+2t, 2-t, -1+t) \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{RP} = \ 1-2t, -1+t, -t) \\ \overrightarrow{RQ} = \ -3-2t, -2+t, 6-t) \end{cases}$ 2. *Igualar la distancia de R a p y la distancia de R a Q* $\sqrt{(1-2t)^2 + \ -1+t)^2 + \ -t)^2} = \sqrt{(-3-2t)^2 + \ -2-t)^2 + (6-t)^2}$ 3. *Despejar t y sustituirlo en la recta para obtener el punto* $t = -4{,}7 \rightarrow R(10'4, -2'7, 3'7)$

YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES