YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES

GEOMETRÍA - 1

PUNTOS Y VECTORES

OPERACIÓN	TEORÍA Y FORMULACIÓN
Coordenadas de un punto	$P(p_x, p_y, p_z)$
Punto medio de un segmento	$M_{AB} = \frac{1}{2}\ a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$
Dividir un segmento en n partes iguales	$M_{AB} = \frac{1,2,\ldots,n}{n}\ a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$
Coordenadas de un vector	$\overrightarrow{AB} = \ b_x - a_x, b_y - a_y, b_z - a_z)$
Suma y resta de vectores	$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z)$ $\vec{u} - \vec{v} = \ u_x - v_x, u_y - v_y, u_z - v_z)$
Producto de un vector por un escalar	$\lambda \cdot \vec{u} = \ \lambda u_x, \lambda u_y, \lambda u_z)$
Módulo de un vector	$\lvert\vec{u}\rvert = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2 + {u_z}^2}$
Vector unitario	$\overrightarrow{u_u} = \left(\frac{u_x}{\lvert u\rvert}, \frac{u_y}{\lvert u\rvert}, \frac{u_z}{\lvert u\rvert}\right)$
Producto escalar entre dos vectores	Da como resultado un escalar el cual representa la medida de la proyección de un vector sobre otro $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \cos\alpha$
Producto vectorial entre dos vectores	Da como resultado otro vector, de dirección perpendicular a éstos, sentido el de un tornillo que gire desde $\vec{u}$ hasta $\vec{v}$ y módulo $\lvert\vec{u}\ x\ \vec{v}\rvert = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \sin\alpha$. $\vec{u}\ x\ \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$
Producto mixto entre dos vectores	$\vec{u} \cdot \ \vec{v}\ x\ \vec{w}) = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix}$
Dependencia lineal entre tres vectores	Tres vectores son linealmente independientes, es decir, forman una base en $\mathbb{R}^3$, si el determinante de la matriz que forman es distinto de cero. La base más conocida en la base canónica: {(1,0,0); (0,1,0); (0,0,1)}.
Dependencia lineal en función de un parámetro	
Expresar un vector como combinación lineal de otros tres	Un vector siempre puede expresarse como combinación lineal de otros tres vectores siempre que éstos formen una base, es decir, no sean linealmente dependientes.

Interpretación geométrica:
El módulo del ***producto vectorial*** *es el área del paralelogramo definido por los vectores. El valor del* ***producto mixto*** *representa el volumen del paralelepípedo defindo por los tres vectores.*

ECUACIONES DE LA RECTA

La ecuación de una recta se define mediante un punto P(a,b,c) y un vector director u (u_1,u_2,u_3)

FORMA	ECUACIÓN
Vectorial	$r \equiv \ x, y, z) = \ a, b, c) + t(u_1, u_2, u_3)$
Paramétrica	$r \equiv \begin{cases} x = a + u_1 \cdot t \\ y = b + u_2 \cdot t \\ z = c + u_3 \cdot t \end{cases}$
Continua	$r \equiv \frac{x-a}{u_1} = \frac{y-b}{u_2} = \frac{z-c}{u_3}$
General, cartesiana o implícita	$r \equiv \begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$

ECUACIONES DEL PLANO

La ecuación de un plano se define mediante un punto P(a,b,c) y dos vectores directores u(u_1,u_2,u_3) y v(v_1,v_2,v_3)

FORMA	ECUACIÓN
Vectorial	$\pi \equiv \ x, y, z) = \ a, b, c) + \alpha(u_1, u_2, u_3) + \beta(v_1, v_2, v_3)$
Paramétrica	$\pi \equiv \begin{cases} x = a + u_1 \cdot \alpha + v_1 \cdot \beta \\ y = b + u_2 \cdot \alpha + v_1 \cdot \beta \\ z = c + u_3 \cdot \alpha + v_1 \cdot \beta \end{cases}$
General, cartesiana o implícita	$\begin{vmatrix} x-a & y-b & z-c \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$
Segmentaria o canónica	$\begin{matrix} a,0,0) \\ 0,b,0) \\ 0,0,c) \end{matrix} \rightarrow \pi \equiv \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

- ***Ecuación del plano conocidos tres puntos:*** *la ecuación del plano también puede definirse mediante trespuntos A, B y C ya que con ellos puede obtenerse dos vectores directores.*
- ***Pertenencia de un punto a un plano:*** *para comprobar si un punto pertenece a un plano basta con sustituir sus coordenadas en la "x", la "y" y la "z" del plano y comprobar que se verifican su/s ecuación/es.*
- ***Pertenencia de una recta a un plano:*** *una recta pertenece a un plano si dos puntos arbitrarios de éstapertenecen a dicho plano.*
- ***Coplaneidad de puntos:*** *para comprobar si cuatro puntos son coplanarios (que pertenecen a un mismoplano), se toman tres de ellos, se halla el plano que forman y se sustituye el cuarto punto en dicho plano. Sipertenece es que los cuatro puntos son coplanarios. Otra manera es formar tres vectores con ellos y hallar el determinante. Si es nulo, son coplanarios.*

YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES · YOQUIEROAPROBAR.ES