Tecnología y Componentes Electrónicos y Fotónicos
Convocatoria ordinaria de 2003

1. En el circuito de la figura, calcular la forma de onda de la tensión de salida, V_o, cuando la señal de entrada, V_i, es una señal triangular de tensión pico a pico 10 V.
Datos: diodo Zener, D_z: V_z=2 V, R_z=10 Ω, V_γ^Z=0.7 V, R_S=20 Ω; diodo rectificador: V_γ=0.7 V, R_S=0 Ω; R_1=R_2=1kΩ; V_1=2 V y V_2=3 V.

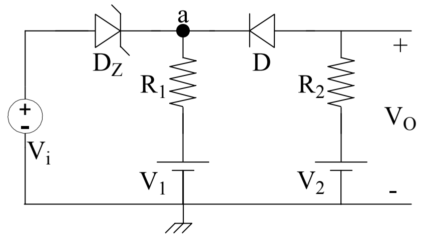


Figura 1. Circuito del enunciado (problema 1)

SOLUCIÓN
Los diodos irán operando en distintas regiones a medida que la señal a la entrada varía. Nótese que D sólo tiene definidas dos regiones de operación (no se indica el valor de la tensión de ruptura para este diodo) y que cuando opere en corte la tensión de salida será V_O=V_2=3 V. La resolución del problema pasa por identificar todas las posibilidades. Para ayudar en la discusión que sigue se han definido los nudos **a** y el de tierra (ver Figura 1).

<u>Primera</u> <u>región</u>:
Para valores de V_i negativos y alejados, en principio, del valor nulo, (esto es **$-5 \le V_i < V_X$**, siendo desconocida V_X por el momento) el diodo Zener estará operando en ruptura. Además, D operará en la región de conducción, pues se espera que el nudo **a** esté a una tensón menor que V_O (se está analizando la región V_i “negativo y grande”). Veamos si esto es así. El circuito equivalente es el de la Figura 2.

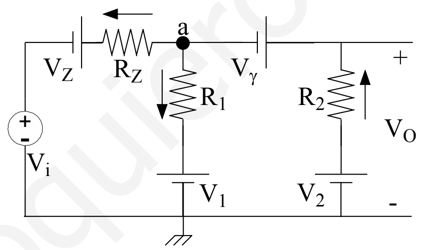


Figura 2. D_Z en la región de avalancha y D en conducción

Para que D_Z opere en la región Zener deberá ocurrir que V_i-V_a<-V_Z, además si D opera en la región de conducción se verificará que V_O-V_a=V_γ.
Aplicando la ley de Kirchoff de las intensidades al nudo **a** (junto a las resistencias se indica la dirección de la corriente en cada rama), teniendo en cuenta que V_a=V_O-V_γ se tiene

$$\frac{(V_O - V_\gamma) - (V_i + V_Z)}{R_Z} + \frac{(V_O - V_\gamma) - V_1}{R_1} = \frac{V_2 - V_O}{R_2} \Rightarrow \frac{(V_O - 0.7) - (V_i + 2)}{10} + \frac{(V_O - 0.7) - 2}{1000} = \frac{3 - V_O}{1000}$$

y operando se llega a que

$$V_O = 0.980V_i + 2.703 \text{ (V)}$$

Para fijar la cota máxima de V_i (¿valor de V_X?) repasemos las condiciones indicadas en el párrafo anterior (D_Z opera en la región Zener: V_i-V_a<-V_Z y D opera en la región de conducción: V_a=V_O-V_γ):

$$V_i - V_a = V_i - (V_O - V_\gamma) < -V_Z \Rightarrow V_i - (0.980V_i + 2.703 - 0.7) = 0.020V_i - 2.003 < -2 \Rightarrow V_i < 0.15 \text{ (V)}$$

Por lo tanto ambas condiciones se satisfacen en el intervalo **$-5 \le V_i < 0.15$ (V)**.

<u>Segunda</u> <u>región</u>:
Al aumentar V_i hasta valores iguales o algo superiores a 0.15 V, D_Z abandona la región Zener y comienza a operar en la región de corte. La tensión de salida en ese punto se puede calcular de la solución anterior

$$V_O = 0.980V_i + 2.703 = 0.980 \cdot 0.15 + 2.703 = 2.85 \text{ (V)}$$

que es inferior a los 3 V requeridos por la condición de corte para D, por tanto este diodo seguirá operando en la región de conducción. El circuito equivalente en este caso es el de la Figura 3.

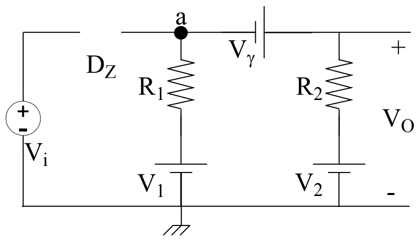


Figura 3. D_Z en la región de corte y D en conducción

En este tramo la tensión de salida es independiente de la de entrada, por lo tanto se mantendrá en los 2.85 V obtenidos anteriormente. En todo caso el cálculo es muy simple a partir de la expresión del divisor de tensión generalizado:

$$V_O = V_2 + \frac{R_2}{R_1 + R_2}(V_1 + V_\gamma - V_2) = 3 + \frac{1000}{2000}(2 + 0.7 - 3) = 2.85\ (V)$$

V_i irá aumentando y, para cierto valor, D_Z entra en la región de conducción (D se mantendrá en conducción en tanto V_O no sea 3 V). D_Z conduce cuando V_i-V_a alcanza el valor de la tensión de umbral de ese diodo: V_γ^Z=0.7 V. Como $V_a=V_O-V_\gamma$=2.85-0.7=2.15 V, se llega al límite de esta segunda región cuando $V_i=V_a+V_\gamma^Z$=2.15+0.7=2.85 V (estos 2.85 V no son los anteriores, el valor es el mismo porque las tensiones umbrales de ambos diodos son iguales). Así, esta región se extiende en el intervalo **$0.15 \leq V_i < 2.85$ (V)**.

Tercera región:
Es la definida en el párrafo anterior y el circuito correspondiente es el de la Figura 4.

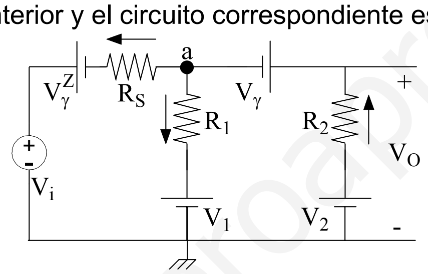


Figura 4. Ambos diodos en conducción

Aplicando la ley de Kirchoff de las corrientes al nudo **a**, teniendo en cuenta que $V_a=V_O-V_\gamma$ se tiene

$$\frac{(V_O - V_\gamma) - (V_i - V_\gamma^Z)}{R_S} + \frac{(V_O - V_\gamma) - V_1}{R_1} = \frac{V_2 - V_O}{R_2} \Rightarrow \frac{(V_O - 0.7) - (V_i - 0.7)}{20} + \frac{(V_O - 0.7) - 2}{1000} = \frac{3 - V_O}{1000}$$

y operando se llega a que

$$V_O = 0.962 V_i + 0.110\ (V)$$

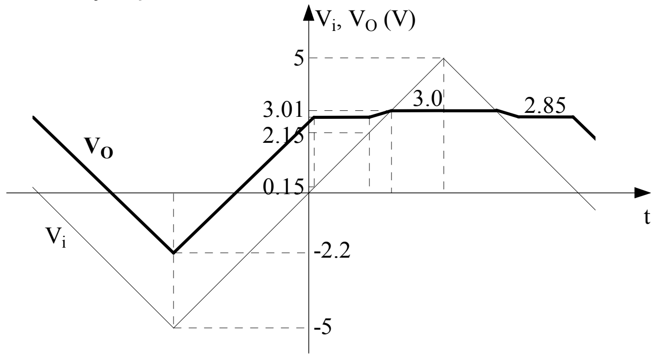
Esta región acaba cuando V_O=3 V y el diodo rectificador entre en la región de corte. Despejando V_i de la ecuación anterior se obtiene V_i=3.006 V. Luego el intervalo para esta región es **$2.85 \leq V_i < 3.01$ (V)**.

Cuarta región:
Finalmente, para **$3.01 \leq V_i \leq 5$ (V)** el diodo D opera en la región de corte y el circuito a analizar es el de la Figura 4 substituyendo la fuente V_γ por un circuito abierto. Con ello la salida es de nuevo independiente de V_i. Por inspección se observa que el valor de V_O es el ya adelantado:

$$V_O = 3\ (V)$$

Finalmente resumimos los resultados obtenidos y representamos la forma de onda de V_O:

$$V_O\ (V) = \begin{cases} 0.980 V_i + 2.703 & -5 \leq V_i < 0.15\ (V) \\ 2.85 & 0.15 \leq V_i < 2.15\ (V) \\ 0.962 V_i + 0.110 & 2.85 \leq V_i < 3.01\ (V) \\ 3 & 3.01 \leq V_i < 5\ (V) \end{cases}$$



2. Calcular en el circuito amplificador de la figura, para pequeña señal, la ganancia en tensión, así como las impedancias de entrada y salida. Comentar la influencia de x en el compromiso ganancia en tensión- impedancia de entrada. Datos: V_{cc}=15 V, R_1=4 kΩ, R_2=50 kΩ, β_F=200, R_E=200 Ω, R_C=1 kΩ, R_L=10 kΩ.

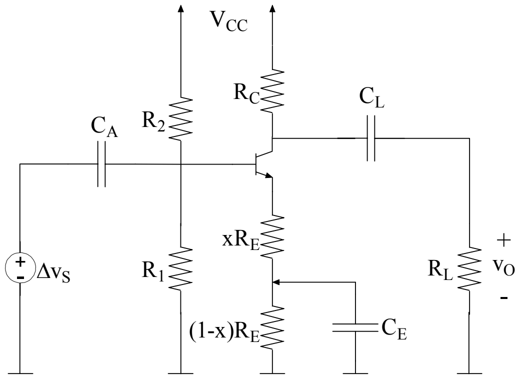


Figura 5. Circuito del enunciado (problema 2)

SOLUCIÓN

El subcircuito constituido por V_{CC}-R_2-R_1 se substituye, para el análisis, por su equivalente Thèvenin, que es:

$$V_{BB} = V_{Th} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{4}{4+50} 15 = 1.1\,(\mathrm{V}); \quad R_{BB} = R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \cdot 50}{4+50} = 3.7\,(\mathrm{k}\Omega)$$

<u>Análisis</u> <u>en</u> <u>continua</u>:

El circuito en continua es el de la Figura 6.

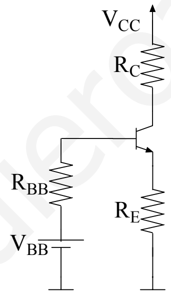


Figura 6. Circuito equivalente del amplificador en continua

La ecuación de la malla de entrada es:

$$V_{BB} = R_{BB} I_B^Q + V_{BE}^Q + R_E I_E^Q$$

que con las hipótesis habituales de operación del BJT en zona activa directa:

$$V_{BE}^Q = 0.7\,(\mathrm{V}); \quad I_C^Q = \beta_F I_B^Q; \quad I_E^Q = (\beta_F + 1) I_B^Q; \quad V_{CE}^Q > V_{CE}^{SAT} = 0.2\,(\mathrm{V})$$

permite despejar el valor de la corriente de base, y con ella las de colector y emisor:

$$I_B^Q = \frac{V_{BB} - V_{BE}^Q}{R_{BB} + (\beta_F + 1) R_E} = \frac{1.1 - 0.7}{3.7 + (200+1)0.2} = 9.11\,(\mu\mathrm{A})$$

$$I_C^Q = \beta_F I_B^Q = 200 \cdot 9.11 = 1.82\,(\mathrm{mA}); \quad I_E^Q = (\beta_F + 1) I_B^Q = (200+1) 9.11 = 1.83\,(\mathrm{mA})$$

Para calcular la tensión que cae entre el colector y el emisor utilizamos la ecuación de la malla de salida para escribir:

$$V_{CE}^Q = V_{CC} - I_C^Q R_C - I_E^Q R_E = 15 - 1.82 \cdot 1 - 1.83 \cdot 0.2 = 12.8\,(\mathrm{V})$$

verificándose que esta tensión es superior a 0.2 V y se constata la operación en zona activa directa.

<u>Análisis</u> <u>en</u> <u>señal</u>:

El circuito incremental para pequeña señal es el de la Figura 7. Donde

$$r_\pi = \frac{V_t}{I_B^Q} = \frac{0.026}{9.11 \cdot 10^{-6}} = 2.9\,(\mathrm{k}\Omega); \quad \beta_0 = \beta_F = 200$$

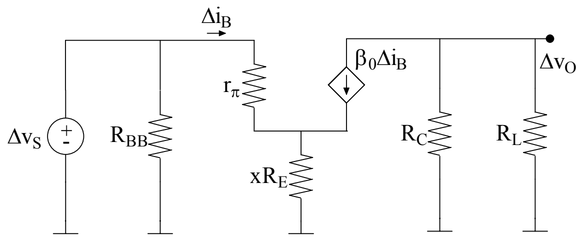


Figura 7. Circuito incremental en pequeña señal de amplificador

La ganancia en tensión se calcula como sigue:

$$\left.\begin{array}{r}\Delta v_O = -\beta_0 \Delta i_B (R_C//R_L) \\ \Delta v_S = r_\pi \Delta i_B + xR_E(\Delta i_B + \beta_0 \Delta i_B) \Rightarrow \Delta i_B = \dfrac{\Delta v_S}{r_\pi + xR_E(\beta_0+1)}\end{array}\right\} \Rightarrow G_V = -\frac{\beta_0 (R_C//R_L)}{r_\pi + xR_E(\beta_0+1)}$$

Dado que $R_C//R_L$=0.91 kΩ el valor de la ganancia en tensión es:

$$G_V = -\frac{\beta_0(R_C//R_L)}{r_\pi + xR_E(\beta_0+1)} = -\frac{200 \cdot 0.91 \cdot 10^3}{2.9 \cdot 10^3 + 200 \cdot (200+1)x} = -\frac{182}{2.9 + 40.2x}$$

del circuito del enunciado se deduce que x variará entre 0 y 1. Por lo tanto obtenemos máxima ganancia en tensión cuando x es nula [G_V(x=0)=-62.8] y es mínima si x alcanza el valor unidad [G_V(x=1)=-4.2]. Esta es la razón por la que se utiliza el condensador C_E: para desacoplar la resistencia R_E, necesaria para estabilizar el punto de operación.

La impedancia de entrada, R_i, es la “vista” por la fuente de señal. Se obtiene evaluando el cociente V_X/I_X en el circuito de la Figura 8.

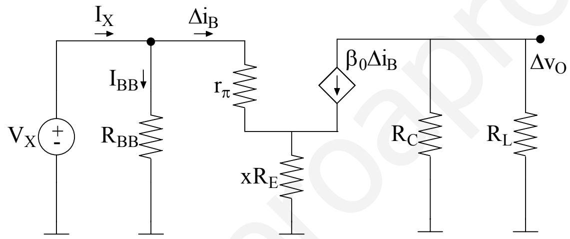


Figura 8. Circuito incremental en pequeña señal de amplificador

La corriente que fluye por la resistencia R_{BB} se puede expresar como:

$$I_{BB} = I_X - \Delta i_B = \frac{V_X}{R_{BB}} \Rightarrow \Delta i_B = I_X - \frac{V_X}{R_{BB}}$$

de modo que como:

$$V_X = \Delta i_B [r_\pi + xR_E(\beta_0+1)] \Rightarrow V_X = \left(I_X - \frac{V_X}{R_{BB}}\right)[r_\pi + xR_E(\beta_0+1)]$$

se tiene:

$$R_i = \frac{V_X}{I_X} = \frac{R_{BB}[r_\pi + xR_E(\beta_0+1)]}{R_{BB} + r_\pi + xR_E(\beta_0+1)} = \frac{10.7 + 148.7x}{6.6 + 40.2x}$$

esta resistencia crece al aumentar x porque el numerador de la expresión crece más rápido con x que el denominador. Para x=0 su valor es 1.6 kΩ, y para x=1 su valor es 3.4 kΩ. Es decir, la influencia de R_E sobre la resistencia de entrada aumenta con con x, como era de esperar.
Finalmente, la impedancia de salida, R_O, es la resistencia equivalente “vista” por la de carga, R_L. Se evalúa fácilmente. Al anular la fuente de señal Δv_S la corriente Δi_B también se anula y, por ende, la fuente controlada del circuito de la Figura 7 equivale a un circuito abierto (la corriente es nula). Luego $R_O=R_C$=1 kΩ; que es independiente del valor del parámetro x.

3. Los transistores T_1 y T_2 de la figura son iguales y operan en la misma región. Del transistor T_3 se conoce que si operase como una resistencia, ésta tendría un valor de 707,11Ω. Calcular el valor de $[k(W/L)]_3$ para que la tensión de salida, V_o, sea 6 V. Dibuja, además, el circuito incremental resultante en pequeña señal indicando los valores de todos los parámetros.
Datos: T_1 y T_2: $[k(W/L)]_{1,2}$=4mAV^{-2}, $V_{T1,2}$=1 V, T_3: V_{T3}=1 V, V_{DD}=12 V, R=21kΩ.

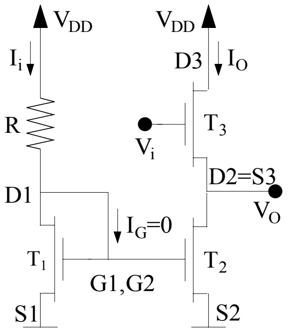


Figura 9. Circuito del enunciado (problema 3)

SOLUCIÓN

En la Figura 9 se indican los terminales a que se hará referencia en la resolución de este problema. Al no indicarse otra cosa se asume que todos los MOSFETs son de canal n.

El transistor T_1 se halla en saturación, pues V_{GD}=0 V y, por lo tanto, $V_{GS}=V_{DS}$, con lo que $V_{DS}>V_{GS}-V_T$, (V_T>0 V). Además la corriente que fluye hacia las puertas de los transistores es nula en régimen estático.

La corriente I_i se determina resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$V_{DD} = RI_i + V_{DS1}; \quad I_i = \left[k\frac{W}{L}\right]_1 \frac{(V_{GS1} - V_{T1})^2}{2}; \quad V_{DS1} = V_{GS1}$$

introduciendo los datos enunciados, la solución es:

$$I_i = 0.5\,(\text{mA}); \quad V_{DS1} = V_{GS1} = 1.5\,(\text{V})$$

existe otra posible solución que se descarta pues T_1 operaría en la región de corte.

Al ser $V_{GS2}=V_{GS1}$, y como ambos transistores son iguales y operan en la misma región se obtiene que I_O=0.5 mA ya que la expresión de la corriente de drenador es la misma que para T_1.

De T_3 sabemos que el valor de la resistencia que presentaría en este circuito si operase como una resistencia. La expresión del valor de dicha resistencia se obtiene a partir de la ecuación constitutiva del transistor en la región lineal imponiendo que V_{DS} sea pequeña (de cuadrado despreciable). Por lo tanto:

$$I_{D3} = \left[k\frac{W}{L}\right]_3 \left[(V_{GS3} - V_{T3})V_{DS3} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right] \approx \left[k\frac{W}{L}\right]_3 (V_{GS3} - V_{T3})V_{DS3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{EQ} = \frac{V_{DS3}}{I_{D3}} = \frac{1}{\left[k\frac{W}{L}\right]_3 (V_{GS3} - V_{T3})}$$

Además: $V_{GS3}=V_i-V_O$, $I_{D3}=I_O$.

Supongamos que también T_3 opera en la región de saturación Entonces:

$$I_O = \left[k\frac{W}{L}\right]_3 \frac{(V_i - V_O - V_{T3})^2}{2}; \quad R_{EQ} = \frac{1}{\left[k\frac{W}{L}\right]_3 (V_i - V_O - V_{T3})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_O = \frac{1}{R_{EQ}(V_i - V_O - V_{T3})} \frac{(V_i - V_O - V_{T3})^2}{2} = \frac{V_i - V_O - V_{T3}}{2R_{EQ}}$$

Introduciendo en esta última ecuación I_O=0.5 mA, V_O=6 V, V_{T3}=1 V y R_{EQ}=707.11 Ω se obtiene el valor de V_i en el circuito de la Figura 9:

$$V_i = 2R_{EQ}I_O + V_O + V_{T3} = 2 \cdot 707.11 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} + 6 + 1 = 7.7\,(\text{V})$$

con lo que se puede comprobar que, en efecto, el transistor opera en saturación:

$$\left.\begin{array}{r} V_{DS3} = V_{DD} - V_O = 12 - 6 = 6\,(\text{V}) \\ V_{GS3} - V_{T3} = V_i - V_O - V_{T3} = 7.7 - 6 - 1 = 0.7\,(\text{V}) \end{array}\right\} \Rightarrow V_{DS3} > V_{GS3} - V_{T3}$$

Finalmente el valor de $[k(W/L)]_3$ se obtiene de:

$$R_{EQ} = \frac{1}{\left[k\frac{W}{L}\right]_3 (V_i - V_O - V_{T3})} \Rightarrow \left[k\frac{W}{L}\right]_3 = \frac{1}{R_{EQ}(V_i - V_O - V_{T3})} = \frac{1}{707.11(7.7 - 6 - 1)} = 2\,(\text{mAV}^{-2})\ .$$

Para construir el circuito incremental en pequeña señal anulamos las fuentes de tensión de valor constante. Así se tiene el circuito de la Figura 10.

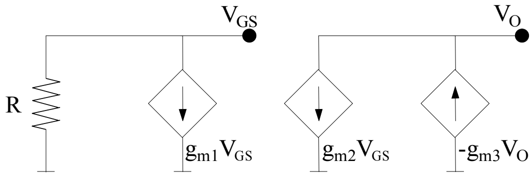


Figura 10. Circuito incremental en pequeña señal

Si asumimos, por ejemplo, que V_i es una fuente de señal el circuito es el de la Figura 12.

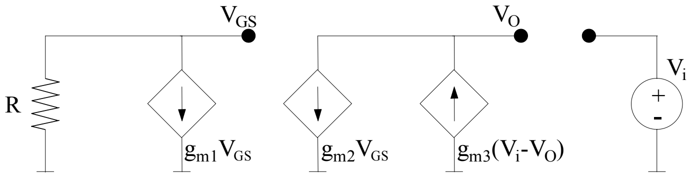


Figura 11 Circuito incremental en pequeña señal con V_i considerada una fuente de señal

La fuente controlada $g_{m1}V_{GS}$ equivale a una resistencia de valor $R_{m1}=1/g_{m1}$ pues la tensión de control es la misma que cae entre sus terminales. Algo análogo puede decirse de la fuente $g_{m3}(V_i-V_O)$ respecto a la componente de V_O (en este caso esa fuente equivale a la asociación en paralelo de otras dos, una de ellas es una resistencia.

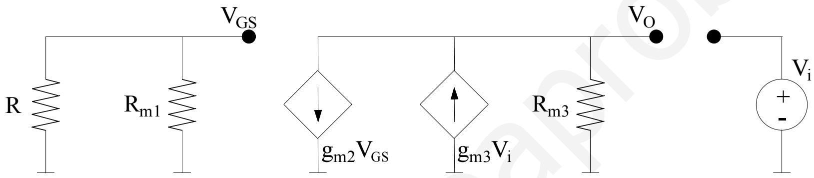


Figura 12. Circuito equivalente al de la Figura 11

Los valores de las transconductancias son los siguientes:

$$g_{m1} = \sqrt{2\left(k\frac{W}{L}\right)_1 I_i} = \sqrt{2\cdot 4\cdot 10^{-3}\cdot 0.5\cdot 10^{-3}} = 2\ \text{(mS)};\quad g_{m2} = \sqrt{2\left(k\frac{W}{L}\right)_2 I_O} = 2\ \text{(mS)};$$

$$g_{m3} = \sqrt{2\left(k\frac{W}{L}\right)_3 I_O} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot 0.5\cdot 10^{-3}} = \sqrt{2}\ \text{(mS)}$$