Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Convocatoria Ordinaria. Electrónica. Primer Curso. 1999/2000

VIERNES, 25 DE FEBRERO DE 2000

Solución

Información: Cada pregunta vale 2 puntos. La duración del examen será de tres horas.

1. Obtener las expresiones de la tensión y la corriente en el condensador que aparece en la figura 1 en función del tiempo, así como representarlas gráficamente.

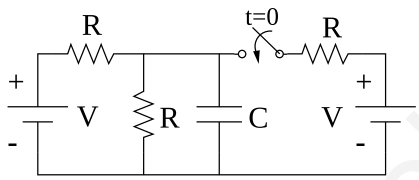

Figura 1: Enunciado Problema 1

Solución

Antes de que el interruptor se cierre el condensador sólo 've' el circuito que hay a su izquierda, como el circuito ya está estable el condensador se comportará como un circuito abierto y tendrá la misma tensión que la resistencia con la que está en paralelo (la que tiene a su izquierda), la tensión entre sus bornas será pues

$$V_{C_{t=0}} = V \cdot \frac{R}{R+R} = \frac{V}{2} \tag{1}$$

en t=0 el circuito cambia y hemos de ver cuales será las nuevas condiciones del condensador, la ecuación que determinará la evolución de la tensión en bornas del condensador será

$$V_C\left(t\right) = V_{C_f} + \left(V_{C_i} - V_{C_f}\right) \cdot e^{\frac{t-t_0}{R_{eq}\cdot C}} \tag{2}$$

en esta fórmula la tensión inicial V_{C_i} será $V_{C_{t=0}} = \frac{V}{2}$ y $t_0 = 0$ nos quedan pues V_{C_f} y R_{eq}. La tensión del condensador final será aquella en la que el condensador se comporte como un circuito abierto, por tanto lo más simple sería calcular el equivalente Thevenin visto desde el condensador y así obtendríamos ambos parámetros. Calculemos pues este equivalente, empecemos por $V_{th} = V_{C_f}$, para ello hemos eliminamos el condensador y lo sustituimos por un circuito abierto (figura 2), después calculamos la tensión. Para calcular esta tensión la forma más simple es por superposición ya que el circuito es simétrico, si eliminamos la fuente de la derecha el circuito nos queda el circuito de la figura 3 donde $V_{C_{f1}} = \frac{V}{3}$, pero como hay dos fuentes tras superponer los resultados tenemos que $V_{C_f} = \frac{2V}{3} = V_{th}$. Nos queda calcular la R_{eq} para ello eliminamos las fuentes de tensión y nos quedan tres resistencias iguales en paralelo , así pues $R_{eq} = \frac{R}{3}$.

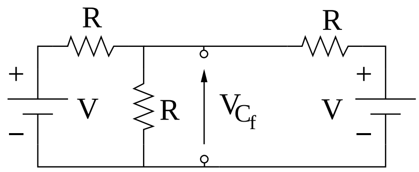

Figura 2: Circuito final si consideramos el condensador como un circuito abierto

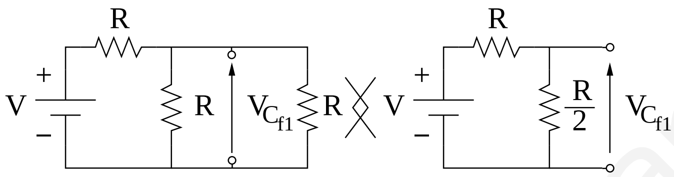

Figura 3: V_{th} para t_f

Ya tenemos todos los datos, la fórmula final que describe la evolución de la tensión del condensador es

$$V_C\left(t\right) = \frac{2V}{3} + \left(\frac{V}{2} - \frac{2V}{3}\right) \cdot e^{\frac{t}{\frac{R}{3}\cdot C}} \tag{3}$$

La representación gráfica será la que se aprecia en la figura 4 donde $\tau = \frac{RC}{3}$

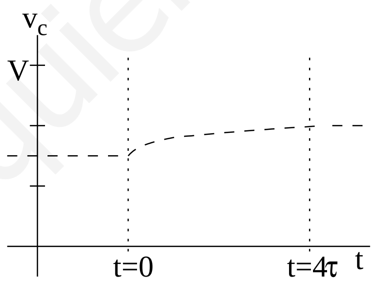

Figura 4: Evolución de la carga del condensador.

2. Para el circuito de la figura, los diodos se representan según el modelo lineal por tramos con $V_\gamma = 0.6V$, $V_z = 4V$, $R_z = 10\Omega$, $R_s = 1\Omega$. La resistencia tiene un valor $R = 100\Omega$

   (a) ¿Para qué valores de V_i los diodos están en cada una de las posibles regiones de operación?.

   (b) Dibujar la gráfica $V_o - V_i$.

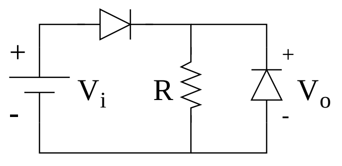

Figura 5: Enunciado problema 2

Solución

Para empezar vamos a sustituir cada uno de los diodos por sus circuitos equivalentes por tramos lineales, podemos ver el circuito en la figura 6 si la tensión V_i es positiva y ya que

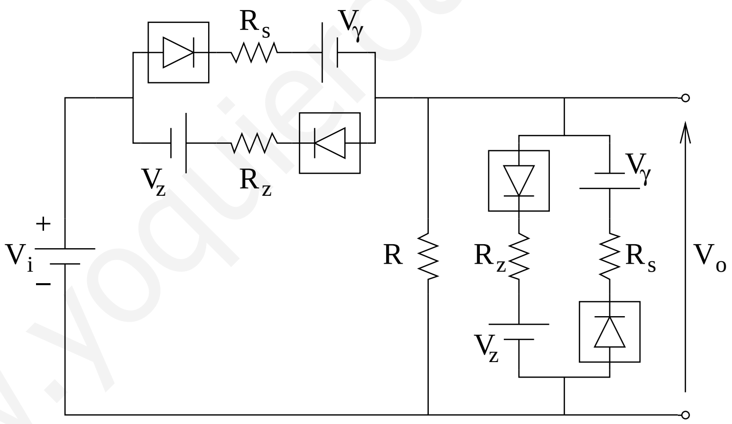

Figura 6: Circuito con los equivalentes por tramos lineales para cada diodo

es la única fuente de tensión "real" que hay en el circuito la corriente debe circular según la dirección de las agujas del reloj, ello implica que sólo puedan entrar en conducción los diodos en esa misma dirección de forma que el circuito se nos simplifica según la figura 7.a. Analicemos el circuito, cuando $V_i = 0$ no circula ninguna corriente y los dos diodos ideales están en corte, el circuito que tenemos podemos verlo en la figura 7b, cuando V_i empieza a aumentar y antes de que uno de los diodos este en el punto entre corte y conducción seguirá sin haber corriente, ¿en qué diodo caera la tension V_i? Veámoslo resolviendo el circuito de la figura 7b por mallas

$$\begin{gathered} V_i = V_a + i_1 R_s + V_\gamma + (i_1 - i_2) R \\ (i_1 - i_2) R = V_b + i_2 R_z + V_z \end{gathered} \tag{4}$$

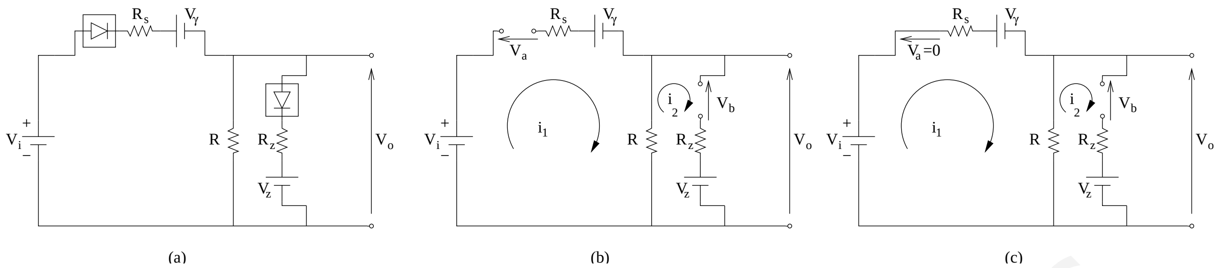

Figura 7: (a) Circuito para tensión V_i positiva, (b) Modelo de los diodos ideales para $V_i = 0$ y (c) Diodo 1 en conduccion y diodo 2 en corte

como las corrientes son cero ya que ambos diodos estan en corte tenemos que

$$\begin{array}{c} V_a = V_i - V_\gamma \\ V_b = -V_z \end{array} \tag{5}$$

es decir que la tensión V_i cae en el diodo 1, este diodo estará en el punto entre corte y conducción cuando $V_a = 0$ e $i_1 = 0$ y esto sucede (ver ecuación 5) cuando $V_i = V_\gamma$, ahora el diodo 1 entrará en conducción y el circuito que tendremos será el representado en la figura 7c, las ecuaciones para resolver este circuito siguen siendo las 5 solo que V_a es ahora cero ya que el diodo está en conducción, veamos cuando el diodo 2 entra en zona zener, teniendo en cuenta que i_2 sigue siendo cero

$$V_b = i_1 R - V_z \tag{6}$$

cuando $V_b = 0$ tendremos que el diodo 2 está entre corte y zener ($i_1 = \frac{V_z}{R}$), si despejamos V_i obtenemos

$$V_i = V_z \frac{R + R_s}{R} + V_\gamma \tag{7}$$

y para tensiones mayores ya tenemos el diodo 2 en zona zener.

Veamos ahora para $V_i < 0$, la corriente será en sentido contrario y por tanto los diodos ideales que puedan activarse seran los representados en la figura 8a repitamos lo mismo

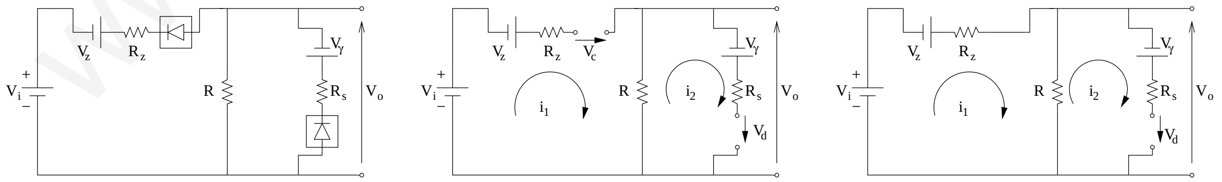

Figura 8: Circuito para V_i negativa

que para el caso de $V_i > 0$, inicialmente la corriente sera cero para ambas mallas y por tanto ambos diodos ideales estarán en corte, cuando V_i empieza a hacerse cada vez más negativa la tensión variará en V_c ya que como no hay corriente no habrá tensión en la resistencia R y por tanto V_d no puede variar, si resolvemos por mallas el circuito de la figura 8b, tenemos que

$$\begin{array}{c} V_i = -V_z + i_1 R_z - V_c + (i_1 - i_2) R \\ (i_1 - i_2) R = -V_\gamma + i_2 R_s - V_d \end{array} \tag{8}$$

como las corrientes son cero tenemos que

$$\begin{array}{c} V_c = -V_i - V_z \\ V_d = -V_\gamma \end{array} \tag{9}$$

es decir que la tensión $-V_i$ cae en el diodo 1 tal y como habíamos dicho, este diodo estará entre corte y zener cuando $V_c = 0$ e $i_1 = 0$ y esto sucede cuando (ver ecuación 9) cuando $V_i = -V_z$, cuando V_i sea más negativa el diodo 1 estará en zona zener y el circuito que tendremos será el repersentado en la figura 8c, las ecuaciones para resolver este circuitro siguien siendo las 8 con la única diferencia que ahora $V_c = 0$ ya que el diodo 1 está en zona zener, veamos ahora cuando el diodo 2 entra en conducción. Teniendo en cuenta que $i_2 = 0$ de momento tenemos que

$$V_d = V_\gamma - i_1 R \tag{10}$$

y cuando $V_d = 0$ y $i_2 = 0$ tendremos que el diodo 2 estará entre corte y conducción ($i_1 = \frac{-V_\gamma}{R}$), si despejamos V_i de la primera ecuación del sistema 8 obtenemos

$$V_i = -V_z - V_\gamma \frac{R + R_z}{R} \tag{11}$$

Calculemos ahora la tensión v_o para cada uno de los tramos sabiendo que $v_o = (i_1 - i_2) R$

Diodo 1 en conducción y diodo 2 en zener

Aplicamos las ecuaciones 4 con $V_a = 0$ y $V_b = 0$

$$\begin{array}{c} V_i - V_\gamma = i_1 (R_s + R) - i_2 R \\ V_z = i_1 R - i_2 (R_z + R) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} V_i - 0.6 = 101 i_1 - 100 i_2 \\ 4 = 100 i_1 - 110 i_2 \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c} i_1 = (110 V_i - 466)/1110 \\ i_2 = (100 V_i - 464)/1110 \end{array} \Rightarrow v_o = (i_1 - i_2) R = (V_i - 0.2) \frac{100}{111} \tag{12}$$

Diodo 1 en conducción y diodo 2 en corte

Aplicaremos la misma fórmula del apartado anterior pero sabiendo que el diodo 2 está en corte, o sea, que $i_2 = 0$ y por tanto

$$V_i - V_\gamma = i_1 (R_s + R) \Rightarrow v_o = (i_1 - 0) R = (V_i - V_\gamma) \frac{R}{R_s + R} = \frac{100}{101} (V_i - V_\gamma) \tag{13}$$

Diodos 1 y 2 en corte

En este caso tanto i_1 como i_2 son 0 y por tanto

$$v_o = 0 \tag{14}$$

Diodo 1 en zener y diodo 2 en corte

Ahora hemos de aplicar el sistema de ecuaciones 8 con $i_2 = 0$, de este modo tenemos

$$V_i = -V_z + i_1 (R_z + R) \Rightarrow v_o = (i_1 - 0) R = (V_i + V_z) \frac{R}{R_z + R} = \frac{100}{110} (V_i + V_z) \tag{15}$$

Diodo 1 en zener y diodo 2 en conducción

Aplicamos el sistema de ecuaciones 8con $V_c = 0$ y $V_d = 0$

$$\begin{array}{c} V_i + V_z = i_1 (R + R_z) - i_2 R \\ -V_\gamma = i_1 R - i_2 (R_s + R) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} V_i + 4 = 110 i_1 - 100 i_2 \\ -0.6 = 100 i_1 - 101 i_2 \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c} i_1 = (101 V_i + 464) /1110 \\ i_2 = (100 V_i + 466) /1110 \end{array} \Rightarrow v_o = (i_1 - i_2) R = (V_i - 2) \frac{10}{111}$$

Conclusiones

D1 conducción D2 zener	$V_i > 4.64V$	$v_o = 100/111 (V_i - 0.2)$
D1 conducción D2 corte	$4.64V \geq V_i > 0.6V$	$v_o = 100/101 (V_i - V_\gamma)$
D1 corte D2 corte	$0.6V \geq V_i > -4V$	$v_o = 0$
D1 zener D2 corte	$-4V \geq V_i > -4.66V$	$v_o = 100/110 (V_i + V_z)$
D1 zener D2 conduccion	$-4.66V \geq V_i$	$v_o = 10/111 (V_i - 2)$

3. Calcular el punto de polarización del transistor en el circuito de la figura . Dar como resultado los valores de I_{BQ}, I_{CQ}, I_{EQ}, V_{BQ}, V_{EQ} y V_{CEQ}.

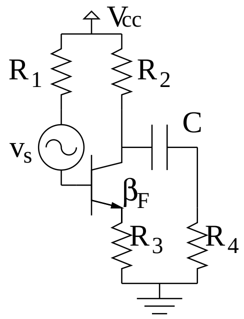

Figura 9: Enunciado del problema 3

Solución

Para calcular el punto de polarización eliminaremos las fuentes de pequeña señal y los condensadores los convertiremos en circuitos abiertos, el circuito resultante puede verse en la figura 10, empecemos analizando la rama que contiene la unión base-emisor, ten-

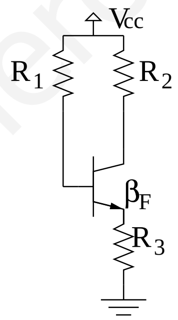

Figura 10: Circuito de polarización

emos que

$$V_{cc} = I_{R_1} \cdot R_1 + V_{BEQ} + I_{R_3} \cdot R_3 \tag{16}$$

podemos ver que $I_{R_1} = I_{BQ}$ ya que es la corriente que entra por la base y que $I_{R_3} = I_{EQ}$, ya no podemos seguir calculando si no suponemos estar en una zona de operación concreta y como no tenemos valores no podemos afirmar que estamos en ninguna de ellas, veamos los resultados para cada una de las zonas

- si suponemos que estamos en la *zona activa directa* podremos afirmar que

$$\begin{aligned} V_{BEQ} &= 0.7V \\ I_{CQ} &= \beta_f \cdot I_{BQ} \end{aligned} \tag{17}$$

y sustituyendo en la fórmula 16 obtenemos que

$$V_{cc} = I_{BQ} \cdot (R_1 + (\beta_f + 1) \cdot R_3) + V_{BEQ} \tag{18}$$

y al despejar I_{BQ} resulta

$$I_{BQ} = \frac{V_{cc} - V_{BEQ}}{R_1 + (\beta_f + 1) \cdot R_3} \tag{19}$$

ahora que ya conocemos I_{BQ} podemos calcular I_{CQ} e I_{EQ} (otra vez suponiendo zona activa directa)

$$\begin{gathered} I_{CQ} = \beta_f \cdot I_{BQ} \\ I_{EQ} = (\beta_f + 1) \cdot I_{BQ} \end{gathered} \tag{20}$$

también es simple el cálculo de V_{BQ} y de V_{EQ}

$$V_{EQ} = I_{EQ} \cdot R_3 \tag{21}$$

$$V_{BQ} = V_{BEQ} + V_{EQ} = V_{BEQ} + I_{EQ} \cdot R_3 \tag{22}$$

y finalmente V_{CEQ}

$$V_{CEQ} = V_{cc} - I_{CQ}R_2 - I_{EQ}R_3 \tag{23}$$

estos cálculos serán válidos si $V_{CEQ} > 0.2V$.

- si suponemos estar en la *zona de corte* las corrientes serán cero, ello implicaría que $V_{cc} < 0.7$ como podemos deducir de la ecuación 19, si esto ocurre los valores serían

$$I_{BQ} = I_{EQ} = I_{CQ} = 0 \tag{24}$$

$$V_{EQ} = 0 \tag{25}$$

$$V_{BQ} = V_{CEQ} = V_{cc} \tag{26}$$

todos estos resultado se deducen de las ecuaciones anteriores

- si estamos en *zona de saturación* podemos afirmar que

$$I_{CQ} < \beta_f \cdot I_{BQ} \tag{27}$$

$$V_{CEQ} = 0.2V \tag{28}$$

$$V_{BEQ} = 0.7V \tag{29}$$

ahora tenemos que plantear el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{gathered} V_{cc} = I_{BQ}R_1 + V_{BEQ} + I_{EQ}R_3 \\ V_{cc} = I_{CQ}R_2 + V_{CEQ} + I_{EQ}R_3 \\ I_{EQ} = I_{CQ} + I_{BQ} \end{gathered} \tag{30}$$

y resolver el sistema, la solución es

$$I_{BQ} = \frac{(V_{cc} - V_{BEQ}) \cdot (R_2 + R_3) - (V_{cc} - V_{CEQ}) \cdot R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + R_3) - R_3 \cdot R_3} \tag{31}$$

$$I_{CQ} = \frac{(V_{cc} - V_{CEQ}) \cdot (R_1 + R_3) - (V_{cc} - V_{BEQ}) \cdot R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + R_3) - R_3 \cdot R_3} \tag{32}$$

$$I_{EQ} = I_{CQ} + I_{BQ} \tag{33}$$

ahora para el cálculo de las tensiones se aplicarán las ecuaciones 21, 22 y 23.

- zona activa inversa, esta zona no es posible ya que habría que tener una alimentación negativa y esto no entra dentro de las suposiciones.

4. Dado el circuito en pequeña señal de la figura calcular:

   (a) La ganancia en tensión.

   (b) ¿Cómo cambiaría la expresión si en el circuito se hubiese puesto un condensador en paralelo con la resistencia de emisor?. En esta situación calcular el margen dinámico suponiendo conocidos I_{BQ}, V_{CEQ} y V_{CC}

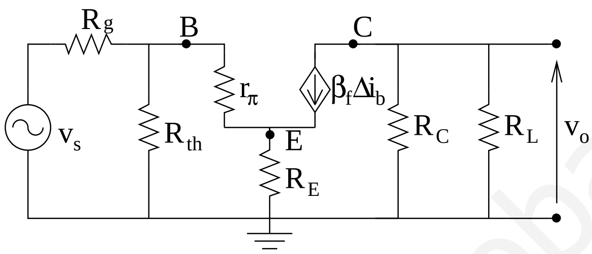

Figura 11: Enunciado problema 4

Solución

La ganancia en tensión es la tensión de salida v_o frente a la tensión de entrada v_s. Calculemos cada una de ellas, v_o será la tensión que caiga en las resistencias R_C o R_L, así pues si llamamos

$$R_p = \frac{R_C + R_L}{R_C \cdot R_L} \tag{34}$$

la tensión de salida será

$$v_o = -\beta_f \cdot \Delta ib \cdot R_p \tag{35}$$

el cálculo de la de entrada dependerá de si consideramos que R_g forma parte del generador o no, resolvamoslo de las dos formas (cualquier solución si se justifica se considerará como válida)

- R_g pertenece al generador, en este caso la tensión de entrada a la que llamaremos v_i será la que aparece en la figura v_i es fácil de calcular en función de Δi_b

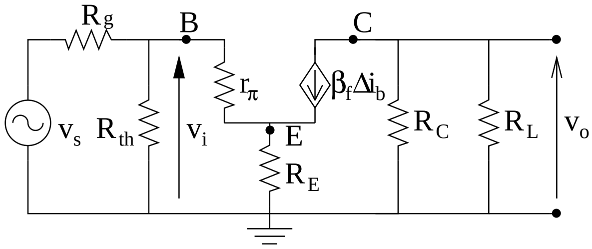

Figura 12: Circuito con R_g perteneciente al generador de entrada

$$v_i = \Delta i_b \cdot r_\pi + \Delta i_e \cdot R_E = \Delta i_b \cdot (r_\pi + (\beta_f + 1) \cdot R_E) \tag{36}$$

la ganancia de tensión será pues

$$G_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-\beta_f \cdot \Delta ib \cdot R_p}{\Delta i_b \cdot (r_\pi + (\beta_f + 1) \cdot R_E)} = \frac{-\beta_f \cdot R_p}{r_\pi + (\beta_f + 1) \cdot R_E} \tag{37}$$

si ponemos un condensador en paralelo con R_E está desaparece en pequeña señal y por tanto la ganancia sería

$$G_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-\beta_f \cdot R_p}{r_\pi} \tag{38}$$

- consideremos ahora que R_g no pertenece al generador, la forma más fácil de calcularlo es intentar conseguir un circuito similar al 12b, para ello convertiremos la parte del circuito 11 que está a la izquierda de la base del transistor en su equivalente Thevenin el circuito resultante será el que se aprecia en la figura 13 y la tensión de entrada será ahora v_s, la relación entre v_s y Δi_b será

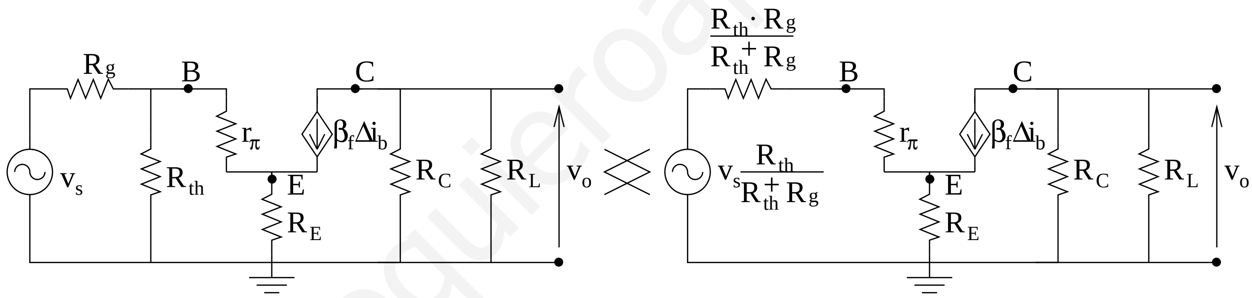

Figura 13: Circuito con R_g no perteneciente al generador de entrada

$$v_s \frac{R_{th}}{R_g + R_{th}} = \Delta i_b \cdot \left(r_\pi + \frac{R_g \cdot R_{th}}{R_g + R_{th}} + (\beta_f + 1) \cdot R_E \right) \tag{39}$$

$$v_s = \Delta i_b \cdot \left(r_\pi + \frac{R_g \cdot R_{th}}{R_g + R_{th}} + (\beta_f + 1) \cdot R_E \right) \cdot \frac{R_g + R_{th}}{R_{th}} \tag{40}$$

y por tanto la ganancia de tensión

$$G_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{-\beta_f \cdot R_p}{\left(r_\pi + \frac{R_g \cdot R_{th}}{R_g + R_{th}} + (\beta_f + 1) \cdot R_E \right) \cdot \frac{R_g + R_{th}}{R_{th}}} \tag{41}$$

si eliminamos R_E al colocar el condensador el resultado será

$$G_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{-\beta_f \cdot R_p}{r_\pi \cdot \frac{R_g + R_{th}}{R_{th}} + R_g} \tag{42}$$

finalmente para el cálculo de los márgenes dinámicos con condensador de emisor tenemos que:

- para el cálculo de Δv_o^{sat} tenemos que $\Delta v_o = \Delta v_{ce}$ y que $V_{CE} = V_{CEQ} + \Delta v_{ce}$, por tanto como $V_{CEsat} = 0.2V$ tenemos que

$$\Delta v_o^{\text{sat}} = \Delta v_{ce}^{\text{sat}} = V_{CEQ} - 0.2 \quad (43)$$

- el cálculo de $\Delta v_o^{\text{corte}}$ lo podemos hacer a partir de $\Delta i_c^{\text{corte}}$ ya que $I_C = I_{CQ} + \Delta i_c$ esto implica

$$\Delta i_c^{\text{corte}} = I_{CQ} \Rightarrow \Delta v_o^{\text{corte}} = -I_{CQ} \cdot R_p \quad (44)$$

el margen dinámico será el mínimo entre $\left|\Delta v_o^{\text{sat}}\right|$ y $\left|\Delta v_o^{\text{corte}}\right|$

5. Dibujar el circuito equivalente en pequeña señal de la etapa de amplificación de la figura 14.

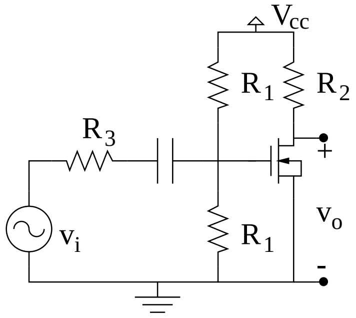

Figura 14: Enunciado Problema 5

Solución

Para ver cual es el circuito equivalente eliminamos las fuentes de alimentación no variables, convertimos los condensadores en cortocircuitos y sustituimos el transistor por su equivalente en pequeña señal considerando que el transistor trabaja en zona de saturación. Podemos ver el resultado en la figura 15

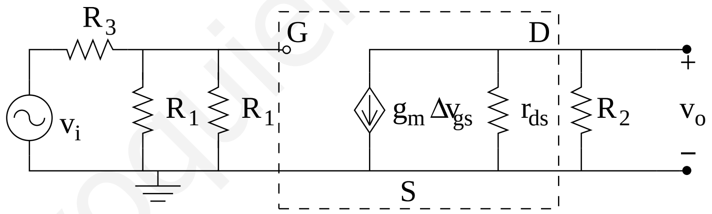

Figura 15: Circuito equivalente de pequeña señal