

**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
- Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

**OPCION A**

- Defina las características del potencial eléctrico creado por una carga eléctrica puntual positiva.
  - ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto intermedio del segmento que une a dos cargas puntuales del mismo valor  $q$ ? Razónelo en función del signo de las cargas.
- Explique las características cinemáticas del movimiento armónico simple.
  - Dos bloques, de masas  $M$  y  $m$ , están unidos al extremo libre de sendos resortes idénticos, fijos por el otro extremo a una pared, y descansan sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Los bloques se separan de su posición de equilibrio una misma distancia  $A$  y se sueltan. Razone qué relación existe entre las energías potenciales cuando ambos bloques se encuentran a la misma distancia de sus puntos de equilibrio.
- Un bloque de 2 kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de  $10 \text{ m s}^{-1}$  y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.
  - Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.
  - Razone los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  ;
- Disponemos de una muestra de 3 mg de  $^{226}\text{Ra}$ . Sabiendo que dicho núcleo tiene un periodo de semidesintegración de 1600 años y una masa atómica de 226,025 u, determine razonadamente:
  - el tiempo necesario para que la masa de dicho isótopo se reduzca a 1 mg.
  - Los valores de la actividad inicial y la actividad final de la muestra.  
 $u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

**OPCION B**

- Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
  - La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$ , situado a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula  $E_p = mgh$ . Explique el significado y los límites de validez de dicha expresión. ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razone la respuesta.
- Explique la hipótesis de de Broglie.
  - Un protón y un electrón tienen energías cinéticas iguales, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda de de Broglie? ¿Y si ambos se desplazaran a la misma velocidad? Razone las respuestas.
- Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, distan entre sí 10 cm. Por el primero de ellos circula una corriente de 20 A hacia arriba.
  - Calcule la corriente que debe circular por el otro conductor para que el campo magnético en un punto situado a la izquierda de ambos conductores y a 5 cm de uno de ellos sea nulo.
  - Razone cuál sería el valor del campo magnético en el punto medio del segmento que separa los dos conductores si por el segundo circulara una corriente del mismo valor y sentido contrario que por el primero.  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$
- Un rayo de luz roja, de longitud de onda en el vacío  $650 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ , emerge al agua desde el interior de un bloque de vidrio con un ángulo de  $45^\circ$ . La longitud de onda en el vidrio es  $433 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .
  - Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y determine el índice de refracción del vidrio y el ángulo de incidencia del rayo.
  - ¿Existen ángulos de incidencia para los que la luz sólo se refleja? Justifique el fenómeno y determine el ángulo a partir del cual ocurre este fenómeno.  
 $n_{\text{agua}} = 1,33$

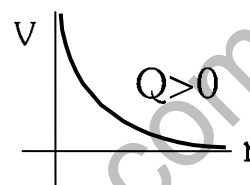
OPCIÓN A

1. a) Defina las características del potencial eléctrico creado por una carga eléctrica puntual positiva.  
b) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto intermedio del segmento que une a dos cargas puntuales del mismo valor q? Razónelo en función del signo de las cargas.

a) **Potencial electrostático en un punto (V):** Energía potencial eléctrica por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en un punto del espacio.

$$V = \frac{Ep_e}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r \cdot q}$$

$$V = \frac{K \cdot Q}{r}$$



En el caso de que la carga Q que crea el campo sea positiva, también el potencial V será positivo en todo el espacio.

V depende del medio ( a través de la constante eléctrica K) y disminuye con la distancia. V es independiente del valor de la carga de prueba q que coloquemos en el punto del espacio.

Unidades: J/C = Voltio (V)

*(Con esto debe bastar, pero podría hablarse también de las superficies equipotenciales y la relación campo-potencial (la dirección y sentido del campo eléctrico es aquella en que el potencial disminuye más rápidamente.)*

b) En este caso estamos ante el campo electrostático producido por dos cargas puntuales, con lo que aplicaríamos el principio de superposición. El campo total en un punto es la suma (vectorial) de los campos producidos por cada una de forma independiente.  $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

Para que el campo total sea nulo, tiene que cumplirse que  $\vec{E}_A + \vec{E}_B = 0 \rightarrow \vec{E}_A = -\vec{E}_B$

Es decir, ambos campos deben:

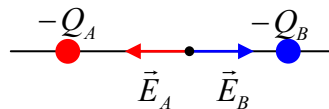
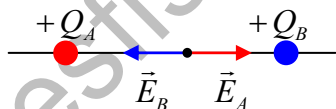
- Tener el mismo módulo  $\frac{K|Q_A|}{r_A^2} = \frac{K|Q_B|}{r_B^2}$  Como ambas cargas son iguales (q), deducimos que las

distancias a las cargas también deben ser iguales.

- Ir en la misma dirección. Esto significa que el punto debe estar en la misma recta que une A y B.

- Ir en sentidos contrarios. Si las cargas son del mismo signo (ya sean positivas o negativas) este punto se encuentra en la zona entre las dos cargas, como puede observarse en los esquemas.

De todo lo anterior se deduce que el punto en el que el campo electrostático se anula existe, y está situado en el punto medio del segmento que une ambas cargas



Por el contrario, si las cargas fueran de distinto signo, sería imposible que se cumplieran las tres condiciones al mismo tiempo, con cargas del mismo valor absoluto.

2. a) Explique las características cinemáticas del movimiento armónico simple.
- b) Dos bloques, de masas  $M$  y  $m$ , están unidos al extremo libre de sendos resortes idénticos, fijos por el otro extremo a una pared, y descansan sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Los bloques se separan de su posición de equilibrio una misma distancia  $A$  y se sueltan. Razone qué relación existe entre las energías potenciales cuando ambos bloques se encuentran a la misma distancia de sus puntos de equilibrio.
- a) En esta cuestión (a mi juicio bastante larga para ser sólo un apartado) pueden tratarse muchos aspectos. Creo que al menos habría que hablar sobre:
- Definición de movimiento armónico simple (m.a.s.)
  - Ecuación de movimiento  $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$
  - Magnitudes cinemáticas del m.a.s: Periodo, frecuencia, fase, fase inicial, velocidad de vibración, aceleración de vibración. Definición, fórmula y unidades
  - Relación entre elongación y aceleración (ecuación fundamental del m.a.s)  $a_y = -\omega^2 \cdot y$
  - Dibujar algunas gráficas.
- b) En la situación que nos dice el enunciado (masa unida a un resorte horizontal sin rozamiento), la única fuerza que interviene en el movimiento es la fuerza elástica del resorte, ya que la fuerza gravitatoria y la normal se anulan mutuamente.
- Al ser todo el movimiento en horizontal, podemos obviar la energía potencial gravitatoria, eligiendo el nivel cero de potencial gravitatorio a la altura a la que se encuentran los bloques y los resortes.
- La energía potencial será entonces energía potencial elástica, dada por  $E_{p_{el}} = \frac{1}{2} K y^2$  donde  $K$  es la constante elástica del resorte (e independiente de la masa)  $y$  es la elongación, la distancia a la posición de equilibrio.
- Teniendo en cuenta esto, si ambos resortes son idénticos y las masas están a la misma distancia de sus respectivas posiciones de equilibrio, la energía potencial es independiente de la masa de la partícula, por lo que tendrán idéntica energía potencial.

3. Un bloque de 2 kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de  $10 \text{ m s}^{-1}$  y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.

a) Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.

b) Razone los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica.

$$g = 9,8 \text{ m s}^{-2};$$

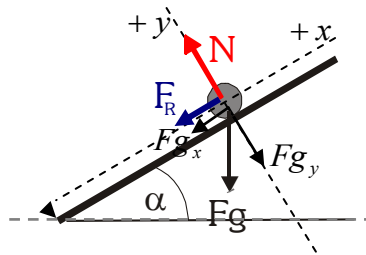
a) Fuerzas que actúan sobre el bloque:

$$F_g = mg = 19,6 \text{ N} \quad F_{g_x} = mg \cdot \sin 30^\circ = 9,8 \text{ N}$$

$$F_{g_y} = mg \cdot \cos 30^\circ = 16,97 \text{ N}$$

$$N = F_{g_y} = 16,97 \text{ N}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 16,97 \cdot \mu$$



Resolvemos la cuestión (los apartados a) y b) simultáneamente) aplicando conceptos energéticos.

Balance trabajo-energía:

**Fuerza gravitatoria ( $F_g$ ):** Es conservativa. No influye en la variación de energía mecánica. Realiza un trabajo negativo (se opone al desplazamiento), que hace que aumente la energía potencial gravitatoria ( $W_{F_g} = -\Delta E_{pg}$ )

$$W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos 120^\circ = -78,4 \text{ J} \Rightarrow \Delta E_{pg} = 78,4 \text{ J}$$

La energía potencial gravitatoria aumenta en 78,4 J al subir por la pendiente.

**Normal (N):** Es no conservativa. No realiza trabajo ya que es perpendicular al desplazamiento, por lo que no influirá en la variación de ninguna de las energías.  $W_N = 0$

**Fuerza de rozamiento ( $F_R$ ):** Es no conservativa. Se opone al desplazamiento, realizando un trabajo negativo que hace disminuir tanto la energía cinética como la energía mecánica.

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -\mu \cdot N \cdot \Delta r = -135,76 \cdot \mu$$

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica  $W_{ENC} = \Delta E_M \rightarrow W_N + W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

$$E_{M1} = Ec_1 + Epg_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 100 \text{ J} + 0 \text{ J} = 100 \text{ J}$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = 0 \text{ J} + 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 4 \text{ m} = 78,4 \text{ J}$$

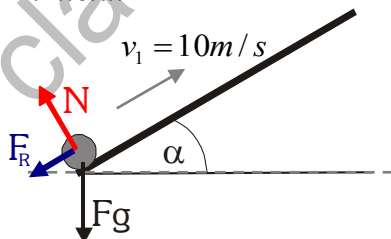
$$W_N + W_{FR} = E_{M2} - E_{M1} \rightarrow -135,76 \cdot \mu = 78,4 - 100 \rightarrow \mu = 0,16$$

La energía potencial gravitatoria aumenta al aumentar la altura mientras sube por la pendiente.

La energía cinética va disminuyendo hasta anularse, debido al trabajo total de las fuerzas, que es negativo.

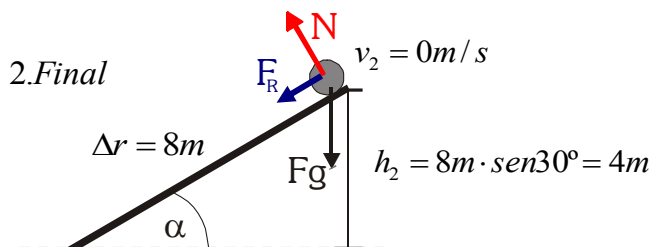
La energía mecánica no se conserva, disminuye, debido al trabajo de la fuerza de rozamiento, que disipa energía en forma de calor al medio ambiente.

1. Inicial



$$E_{pg} = 0$$

2. Final



4. Disponemos de una muestra de 3 mg de  $^{226}\text{Ra}$ . Sabiendo que dicho núcleo tiene un periodo de semidesintegración de 1600 años y una masa atómica de 226,025 u, determine razonadamente:

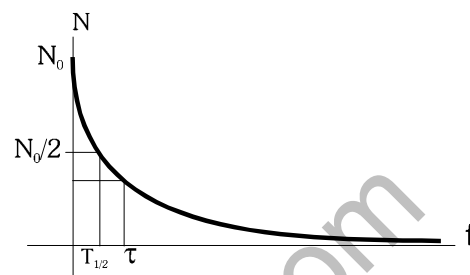
a) el tiempo necesario para que la masa de dicho isótopo se reduzca a 1 mg.

b) Los valores de la actividad inicial y la actividad final de la muestra.

$$u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

a) Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

Conforme se van desintegrando los átomos, la muestra inicial de 3 mg sin desintegrar, se irá reduciendo, de acuerdo con la ley de desintegración radiactiva.



$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ , o  $m = m_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  donde  $m_0$  es la masa inicial,  $t$  el tiempo transcurrido y  $\tau$  la vida media de la sustancia radiactiva (tiempo promedio de desintegración de un núcleo).

Si finalmente se reduce a 1 mg (la tercera parte), podemos despejar el tiempo de la ley de desintegración

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{m}{m_0}$$

Calculamos la vida media a partir del periodo de semidesintegración ( $T_{\frac{1}{2}}$ ), tiempo que transcurre hasta que la

cantidad de átomos inicial se reduce a la mitad.  $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \approx 2308,31 \text{ años}$

Por lo tanto, el tiempo necesario  $t = -\tau \cdot \ln \frac{m}{m_0} = -2308,31 \text{ años} \cdot \ln \frac{1 \text{ mg}}{3 \text{ mg}} = 2535,94 \text{ años}$

b) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante

determinado. Se calcula con la expresión:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

Calculamos  $\lambda$ , la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración

$$T_{\frac{1}{2}} = 1600 \text{ años} = 5,046 \cdot 10^{10} \text{ s.}$$

$\lambda$  y  $T_{\frac{1}{2}}$  están relacionados a través de la vida media  $\tau$ .  $\tau = \frac{1}{\lambda}$   $T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2$

$$\text{Por tanto } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Para calcular las actividades inicial y final, necesitamos conocer el número de átomos en cada momento.

$$\text{Inicial (N}_1\text{)} : 0,003 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226,025 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 7,99 \cdot 10^{18} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

$$\text{Final (N}_2\text{)} : 0,001 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226,025 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 2,66 \cdot 10^{18} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

Así

$$\text{Actividad inicial } \frac{dN_1}{dt} = -\lambda \cdot N_1 = -1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \cdot 7,99 \cdot 10^{18} \text{ átomos} = -1,098 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

$$\text{Actividad final } \frac{dN_2}{dt} = -\lambda \cdot N_2 = -1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \cdot 2,66 \cdot 10^{18} \text{ átomos} = -3,655 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

Vemos que la actividad de la muestra también se reduce a la tercera parte.

**OPCIÓN B:**

1. a) **Explique las características del campo gravitatorio terrestre.**  
 b) **La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$ , situado a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula  $E_p = mgh$ . Explique el significado y los límites de validez de dicha expresión. ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razone la respuesta.**
- a) Esta pregunta puede ser bastante larga, ya que corresponde a un apartado entero del tema de gravitación. En este texto nos limitaremos a enumerar los puntos que se podrían desarrollar, ya que no está claro qué preguntan concretamente.
- Características generales de la interacción gravitatoria, que evidentemente se cumplen para la Tierra, considerada como una esfera de masa  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg: atractiva, conservativa, central, líneas de campo y superficies equipotenciales, ley de gravitación de Newton...
  - Caso de la Tierra como esfera maciza que genera un campo gravitatorio en el exterior, donde podemos seguir empleando las expresiones válidas para masas puntuales.
  - Magnitudes vectoriales (fuerza, gravedad) y escalares (potencial, energía potencial). Definición y expresiones para el exterior de la Tierra. Variación de la gravedad con la altura. Gravedad superficial. **¿Variación de la gravedad con la latitud, al no ser la Tierra una esfera perfecta?**
  - Aproximación de gravedad constante para una altura muy inferior al radio terrestre. La fórmula  $E_{pg} = mgh$  frente a la fórmula general. Rango de validez.
  - Velocidad de escape de la Tierra.
  - Campo en el interior de la Tierra. Aplicación del teorema de Gauss. **(no creo que sea necesario esto)**

- b) Considerando la Tierra como una esfera maciza, son válidas para su exterior las expresiones obtenidas para el caso de masas puntuales. Así, la energía potencial gravitatoria se calcula como

$$E_{p_g} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \text{ escogiendo el nivel cero de energía potencial para } r \rightarrow \infty$$

donde  $M$  es la masa de la Tierra,  $m$  la del cuerpo, y  $r$  la distancia al centro de la Tierra.  $r = R + h$ .

La fórmula  $E_{p_g} = mgh$ , es una aproximación de la fórmula anterior, válida (dentro del margen de error de toda aproximación) cuando la altura durante todo el movimiento que estamos estudiando puede considerarse muy pequeña en comparación con el radio del planeta, es decir, que podamos considerar que la gravedad se mantiene constante. En esta expresión, el nivel cero de energía potencial es diferente del de la fórmula general, ya que se escoge en la superficie terrestre, para  $h = 0$  m.

Como podemos ver, la altura a la que está un satélite artificial (más de 400 km, y hasta 36000 km los geoestacionarios) no puede considerarse muy pequeña en comparación con el radio terrestre, por lo que en estos

casos siempre habrá que usar la expresión  $E_{p_g} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

**(No creo que la demostración que viene a continuación sea necesaria)**

Podemos comprobar que, si en el cálculo de la  $E_p$ , en lugar de poner el origen en el infinito, lo colocamos en la superficie, y hacemos una aproximación, obtendremos la segunda expresión.

Habíamos obtenido 
$$\Delta E_{p_g} = -W_{F_g} \rightarrow E_{p_{gB}} - E_{p_{gA}} = -\int_A^B \vec{F}_g \cdot \vec{dr} = \dots = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r_B} + \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A}$$

Escogiendo el nivel cero en la superficie ( $r_A = R$  ;  $E_{p_A} = 0$ ) 
$$E_{p_g} = -GMm \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right] = \dots = GMm \frac{h}{R \cdot (R + h)}$$

Realizamos la aproximación  $h \ll R$  ;  $R+h \sim R$  
$$E_{p_g} \sim \frac{G \cdot M \cdot m \cdot h}{R^2} = m \cdot \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot h = m \cdot g_0 \cdot h$$

2. a) Explique la hipótesis de de Broglie.

b) Un protón y un electrón tienen energías cinéticas iguales, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda de de Broglie? ¿Y si ambos se desplazaran a la misma velocidad? Razone las respuestas.

a) El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una  $\lambda$ , llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta  $\lambda$  viene dada por la expresión  $\lambda = \frac{h}{p}$ , donde  $h$  es la cte de Planck y

$$p = m \cdot v \text{ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así } \lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Implicaciones: Es posible (y se ha comprobado) observar fenómenos característicos de las ondas, como interferencias, difracción, ondas estacionarias, en partículas como los electrones. Por ejemplo, el estudio cuántico del electrón en el átomo se realiza mediante la función de onda de Schrödinger.

En otros experimentos, sin embargo, es necesario considerar sólo el carácter corpuscular (rayos catódicos, efecto fotoeléctrico).

b) La masa del protón es mucho mayor que la del electrón (unas 2000 veces). Si poseen la misma energía cinética, su velocidad será diferente (hacemos aquí un cálculo sin consideraciones relativistas)

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \quad \text{La velocidad del protón será menor que la del electrón.}$$

Sustituyendo en la ecuación de de Broglie, vemos la relación entre las longitudes de onda asociadas

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2E_c m^2}} = \frac{h}{\sqrt{2m E_c}}$$

Vemos que a mayor masa, la longitud de onda asociada es menor. Tendrá mayor longitud de onda asociada el electrón.

Si la velocidad fuera la misma, aplicamos directamente la ecuación de de Broglie  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

Vemos que a mayor masa, también será menor la longitud de onda de de Broglie. El electrón tendrá mayor longitud de onda asociada.

3. Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, distan entre sí 10 cm. Por el primero de ellos circula una corriente de 20 A hacia arriba.

a) Calcule la corriente que debe circular por el otro conductor para que el campo magnético en un punto situado a la izquierda de ambos conductores y a 5 cm de uno de ellos sea nulo.

b) Razone cuál sería el valor del campo magnético en el punto medio del segmento que separa los dos conductores si por el segundo circulara una corriente del mismo valor y sentido contrario que por el primero.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$$

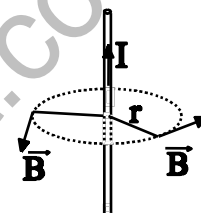
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo  $\vec{B}$  tiene como características:

Su módulo viene dado por  $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector  $\vec{r}$  (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector  $\vec{r}$ .



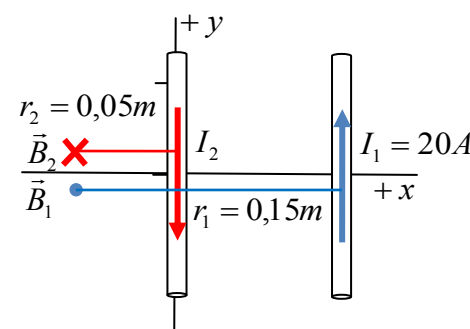
Cuando son varios conductores los que producen campos, aplicaremos el principio de superposición (el campo magnético total es la suma de los campos producidos por cada conductor)

En el caso del problema

$$B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 20\text{A}}{2\pi \cdot 0,15\text{m}} = 2,67 \cdot 10^{-5} \text{ T} \rightarrow \vec{B}_1 = 2,67 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \rightarrow \vec{B}_2 = -4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \vec{k} \text{ T}$$

Dirección y sentido de los vectores en el dibujo.



Para que el campo magnético total sea nulo

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 2,67 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T} - 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \vec{k} \text{ T} = 0 \rightarrow 2,67 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \rightarrow I_2 = 6,675 \text{ A}$$

El sentido de la corriente es el indicado en el dibujo de la derecha, el contrario al del conductor 1.

b) En la situación que nos plantea el apartado b, las direcciones y sentidos de los campos magnéticos son las que indica la figura.

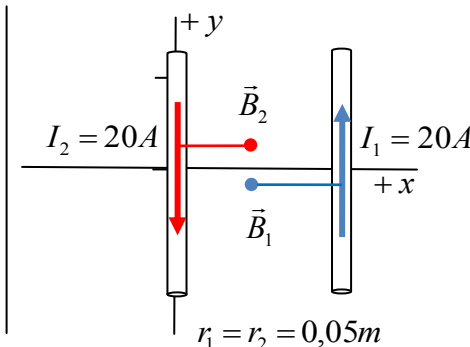
Siendo iguales las corrientes y las distancias, también los campos magnéticos (en módulo) serán iguales.

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 20\text{A}}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\vec{B}_1 = 4 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T} \quad \vec{B}_2 = 4 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

y el campo total

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 8 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$





4. Un rayo de luz roja, de longitud de onda en el vacío  $650 \cdot 10^{-9}$  m, emerge al agua desde el interior de un bloque de vidrio con un ángulo de  $45^\circ$ . La longitud de onda en el vidrio es  $433 \cdot 10^{-9}$  m.

a) Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y determine el índice de refracción del vidrio y el ángulo de incidencia del rayo.

b) ¿Existen ángulos de incidencia para los que la luz sólo se refleja? Justifique el fenómeno y determine el ángulo a partir del cual ocurre este fenómeno.

$$n_{\text{agua}} = 1,33$$

a) En la situación que nos propone la cuestión se está produciendo el fenómeno de refracción de la luz al pasar de un medio a otro. Al cambiar la velocidad de propagación, el frente de onda se desvía y el ángulo  $\alpha_2$  que forma el rayo refractado con la normal a la frontera también cambia.

En la refracción, la frecuencia  $\nu$  de la luz no cambia, ya que ésta sólo depende del foco, pero sí lo hace la longitud de onda  $\lambda$ , que depende tanto del foco como del medio por el que se propaga la onda electromagnética.

$$\lambda = \frac{v}{\nu}, \text{ donde } v \text{ es la velocidad de propagación en el medio.}$$

Calculamos en primer lugar la frecuencia de la onda a partir de su longitud de onda en el vacío.

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{\text{vacío}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{650 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4,62 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

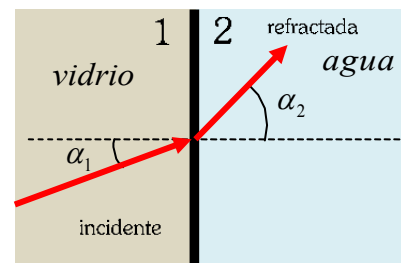
Conociendo la frecuencia, calculamos ahora la velocidad de propagación en el vidrio.

$$\lambda_{\text{vidrio}} = \frac{v_{\text{vidrio}}}{\nu} \rightarrow v_{\text{vidrio}} = \lambda_{\text{vidrio}} \cdot \nu = 433 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 4,62 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{Y el índice de refracción del vidrio será } n_1 = \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,5$$

Para calcular el ángulo de incidencia en el vidrio, aplicamos la ley de Snell, que relaciona los ángulos de incidencia  $\alpha_1$  y de refracción  $\alpha_2$ , con los índices de refracción  $n_1$  del vidrio y  $n_2$  del agua.

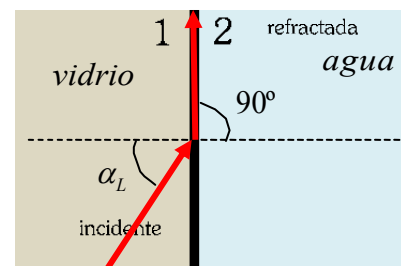
$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 \rightarrow 1,5 \cdot \text{sen} \alpha_1 = 1,33 \cdot \text{sen} 45^\circ \rightarrow \text{sen} \alpha_1 = 0,627 \rightarrow \alpha_1 = 38,83^\circ$$



b) La cuestión se refiere al concepto de ángulo límite, el ángulo de incidencia a partir del cual sólo se produce reflexión, no refracción, ya que el ángulo que forma el rayo refractado con la normal es de  $90^\circ$  y ya no pasa al otro medio.

Si  $n_1 > n_2$ , el ángulo de refracción siempre será mayor que el de incidencia,

Si aumentamos el ángulo de incidencia, llegará un momento en que  $\alpha_{\text{refr}}$  se haga  $90^\circ$ . Entonces el rayo no pasa al medio 2. No tenemos refracción, sino sólo reflexión. A esto se le conoce como **reflexión total**. El ángulo de incidencia para el que ocurre esto se le denomina **ángulo límite**  $\alpha_{iL}$  (o  $\alpha_L$ ).



$$\text{Aplicando la ley de Snell } \frac{\text{sen} \alpha_L}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \text{sen} \alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$$

El fenómeno de refracción total sólo se produce si  $n_1 > n_2$ , como es el caso de la cuestión, pero no al contrario. La expresión anterior no tendría una solución real para  $\alpha_L$ .

El ángulo a partir del cual no se produciría rayo refractado en el agua, y habría reflexión total, es

$$\text{sen} \alpha_L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,33}{1,5} = 0,887 \rightarrow \alpha_L = 62,46^\circ$$