

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

- (0.75 puntos) Efectúe la operación $A \cdot B^t$.
- (0.75 puntos) Determine la matriz X tal que $A + 2 \cdot X = B$.
- (1 punto) Halle la matriz Y tal que $B \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

Una entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R(x)$, en miles de euros, viene dada por la función

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.5x + 2.5 \quad 1 \leq x \leq 500,$$

donde x es la cantidad de dinero invertida en miles de euros.

- (1 punto) Determine qué cantidad de dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad.
- (0.5 puntos) ¿Qué rentabilidad se obtendría con dicha inversión?
- (1 punto) ¿Cuál es la cantidad de dinero para la que se obtiene menor rentabilidad?

EJERCICIO 3

- (1 punto) Un ilusionista tiene seis cartas: cuatro ases y dos reyes. Saca una carta, la enseña al público y, sin verla, la vuelve a mezclar con las demás. A continuación saca una segunda carta que resulta ser un as. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?
- (1.5 puntos) Si el ilusionista no devolviera la primera carta a la baraja y la segunda carta extraída fuera un as, ¿cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) La talla media de los alumnos de una Universidad sigue una distribución Normal de media 170 cm y desviación típica 6 cm. Estudios recientes hacen sospechar que dicha talla media ha aumentado. Para confirmar, o no, esa sospecha se ha tomado una muestra de 64 estudiantes de esa Universidad, cuya talla media ha resultado ser de 172 cm. Con un nivel de significación del 1%, plantee un contraste de hipótesis ($H_0 : \mu \leq 170$), determine la región crítica de ese contraste y razone si se puede concluir que la talla media poblacional ha aumentado.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región factible definida por las siguientes restricciones:

$$4x + 2y \geq 5 \quad 2x + 5y \leq 10 \quad 2x + 2y \leq 6 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

y calcule sus vértices.

b) **(0.5 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x, y) = x + 2y$ en la región anterior y los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(ax - 12) & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + b(x - 1) & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b sabiendo que la función es derivable en $x = -1$.
- b) **(1 punto)** Para $a = 1$ y $b = -1$ obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$.

EJERCICIO 3

El 30% de los habitantes de una ciudad lee el diario A, el 13% el diario B, y el 6% ambos diarios.

- a) **(1.25 puntos)** ¿Qué porcentaje de habitantes de esta ciudad no lee ninguno de los diarios?
- b) **(1.25 puntos)** Si se elige al azar un habitante de esta ciudad de entre los no lectores del diario B, ¿cuál es la probabilidad de que lea el diario A?

EJERCICIO 4

El tiempo en horas dedicado cada día al uso de una aplicación de mensajería instantánea por los estudiantes de bachillerato de una ciudad, es una variable aleatoria que sigue una ley Normal con desviación típica 0.5 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos de uso en horas:

$$3.5 \quad 4.25 \quad 2.25 \quad 3.75 \quad 4.2 \quad 2.75 \quad 1.25 \quad 1.2 \quad 1.75 \quad 2.1$$

- a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación por los estudiantes.
- b) **(1 punto)** Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación, para un error de estimación no superior a 0.1 horas y mismo nivel de confianza anterior.