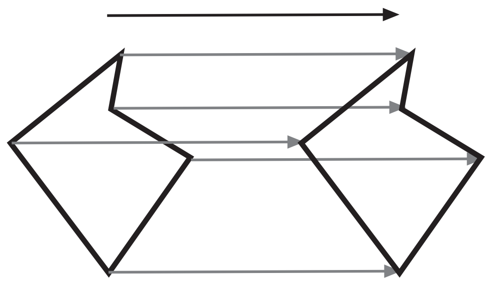
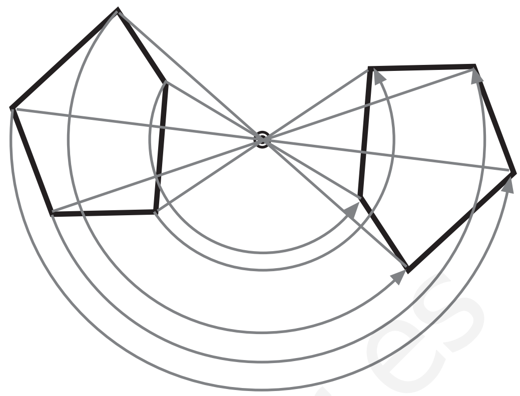
RELACIONES GEOMÉTRICAS: IGUALDAD, SEMEJANZA, EQUIVALENCIA

IGUALDAD: Dos figuras son iguales (en términos geométricos) cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño (por lo tanto mantendran tambien la misma área).

TRASLACIÓN: Abajo una figura pentagonal ha sido trasladada en base a un vector de traslación manteniendo esta su forma y medidas

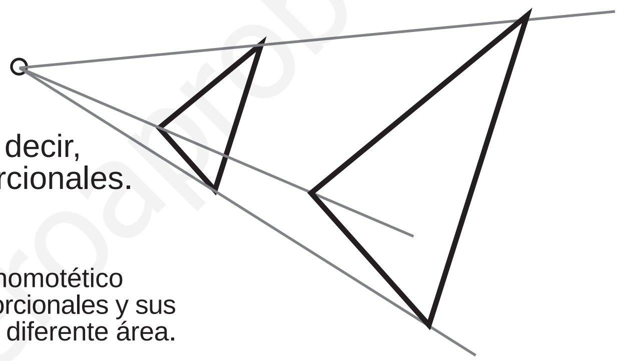


ROTACIÓN: Abajo una figura pentagonal ha sido girada 180º en sentido anti-horario manteniendo esta su forma y medidas



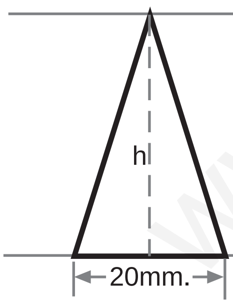
SEMEJANZA: Dos figuras son semejantes cuando mantienen la misma forma pero tienen distinto tamaño y por lo tanto distinta area.

Las figuras semejantes conservan la orientación y las magnitudes angulares, pero se diferencian en las magitudes de sus lados atendiendo a un factor de proporcionalidad, es decir, los lados de dos figuras semejantes son proporcionales.

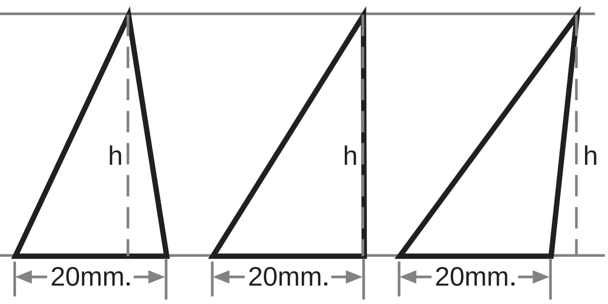


HOMOTECIA: A la derecha un triángulo y su homotético presentan la misma forma, sus lados son proporcionales y sus 'angulos iguales, pero tienen distinto tamaño y diferente área.

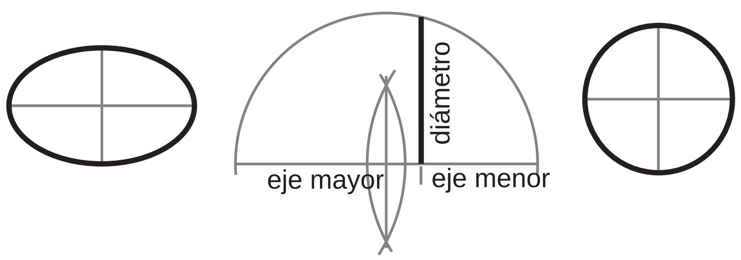
EQUIVALENCIA: Dos figuras son equivalentes cuando tienen distinta forma pero mantienen el mismo área.



El área del triángulo isosceles de la izquierda viene dada por la fórmula a=(b·h)/2. por lo tanto los triángulos de la izquierda son equivalentes ya que mantienen la misma base (20 mm.) y la misma altura.



EQUIVALENCIA ELIPSE - CIRCUNFERENCIA



" los semi-ejes de una elipse son media proporcional con el radio de la circunferencia equivalente"

o lo que es lo mismo:

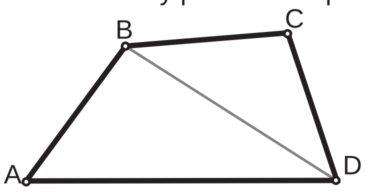
"Los ejes de una elipse son media proporcional con el diámetro de la circunferencia equivalente"

IGUALDAD

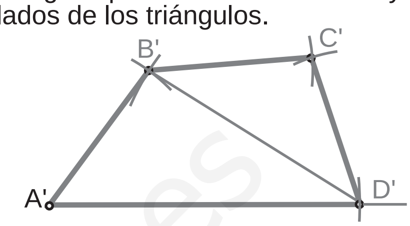
Dos figuras son iguales cuando mantienen la misma forma y el mismo tamaño. Dos figuras siguales siempre tendrán el mismo area. Para los polígonos la igualdad implica: mimas magnitudes ángulares en los vértices, misma magnitudes de los lados y por lo tanto igual superficie.

DADO EL CUADRILATERO ABCD, COPIARLO A PARTIR DE A': Por triangulación

Cualquier polígono de más de tres lados puede ser descompuesto en triángulos. Por esto, podemos descomponer el polígono que queremos copiar en los triángulos que proceda y copiar el polígono copiando los triángulos uno a uno. De este modo evitamos emplear el procedimiento de copia de ángulos que es algo impreciso si no somos muy cuidadosos y podemos copiar el polígono empleando unicamente la copia de los lados de los triángulos.

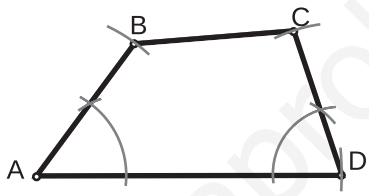


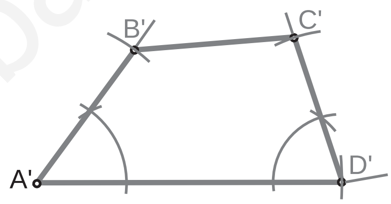
Primero copiamos el triángulo ABD a partir de A'. Una vez hecho esto copiaremos el triángulo BCD sobre el lado B'C'



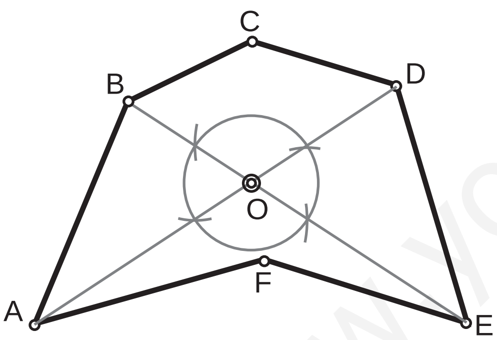
DADO EL CUADRILÁTERO ABCD, COPIARLO A PARTIR DE A': Por copia de ángulos y segmentos

Simplemente debemos emplear los procedimientos de copia de ángulos y copia de segmentos para copiar el polígono a partir del punto dado.

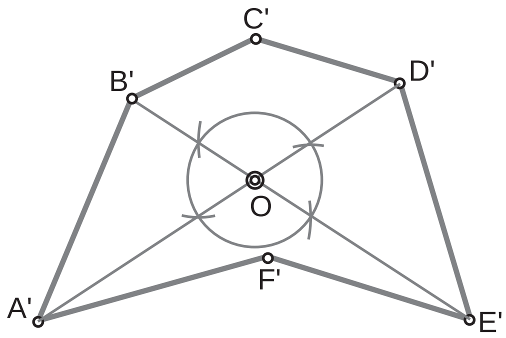




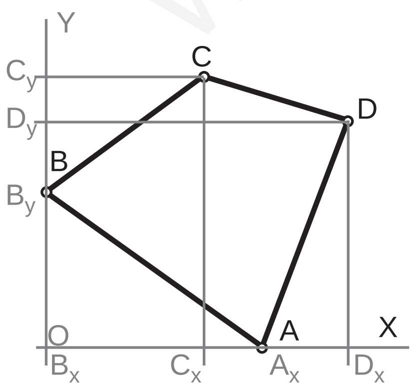
DADO EL HEXAGONO IRREGULAR ABCDEF, COPIARLO A PARTIR DE A': Por radiación



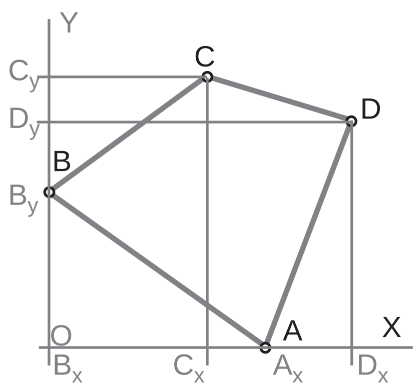
En este caso se trata de situar un centro a partir del cual se trazan rádios hasta los vértices del polígono.
Con ello trazaremos otro centro y copiaremos las magnitudes angulares entre los radios para despues copiar las distancias entre el centro y los vértices.
NOTESE como solo se traza una circungerencia para copiar las magnitudes angulares, esta debe tener igual radio en el enunciado y en el resultado.



DADO EL CUADRILATERO ABCDE, COPIARLO A PARTIR DE O':Por Coordenadas



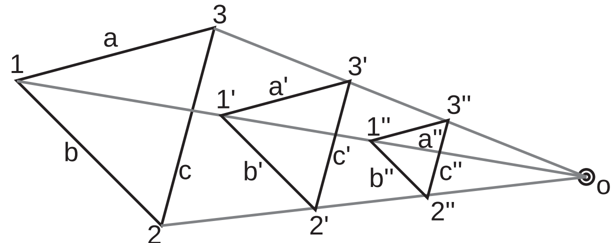
Consiste en trazar dos ejes de coordenadas. Estos deben de formar un ángulo de 90º y si los hacemos coincidir con dos vértices del polígono ahorraremos algún paso.
Proyectaremos los vértices del polígono ortoganalmente sobre cada eje de coordenadas para después copiar las magnitudes de los segmentos para construir de nuevo el polígono.



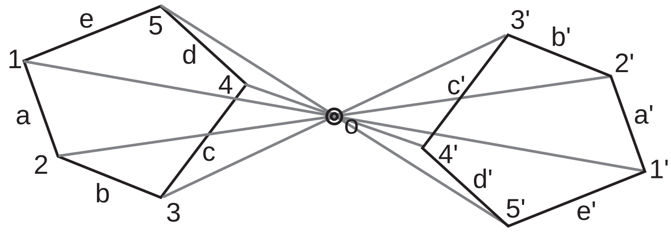
HOMOTECIA

La Homotecia es una tranformación geométrica, una correspondencia biunívoca entre dos figuras en la que se cumple que las parejas de puntos homotéticos están alineados con el centro de homotecia y los segmentos homotéticos son paralelos.

HOMOTECIA DIRECTA



HOMOTECIA INVERSA

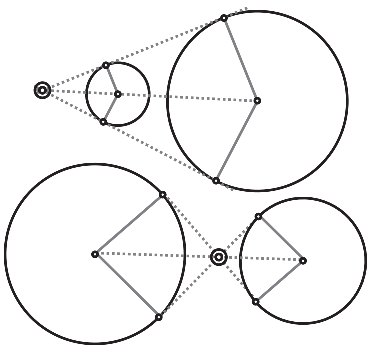


Cuando los puntos homotéticos se encuentran alineados con el centro pero en extremos opuestos de las radiaciones la homotecia es INVERSA. Cuando los dos puntos homotéticos se encuentran al mismo lado respecto al centro la homotecia es DIRECTA.

HOMOTECIA DIRECTA: Las figuras homotéticas directas son semejantes y nunca son equivalentes. El factor de proporcionalidad entre figuras homoteticas directas es siempre positiva.
HOMOTECIA INVERSA: Las figuras homotéticas inversas responden a un factor de proporcionalidad negativo, son equivalentes si el factor de proporcionalidad es -1. En este caso la figura no es semejante es el producto de dos simetrías axiales cuyos ejes, uno vertical y otro horizontal pasan por el centro de homotecia.

ELEMENTOS EN PROBLEMAS: Una homotecia queda definida al conocer algunos de los siguientes datos:

1- El centrro de homotecia y un par de puntos homotéticos.
2- El centro y la razón de semejanza o factor de proporcionalidad.
3- Dos figuras homotéticas.



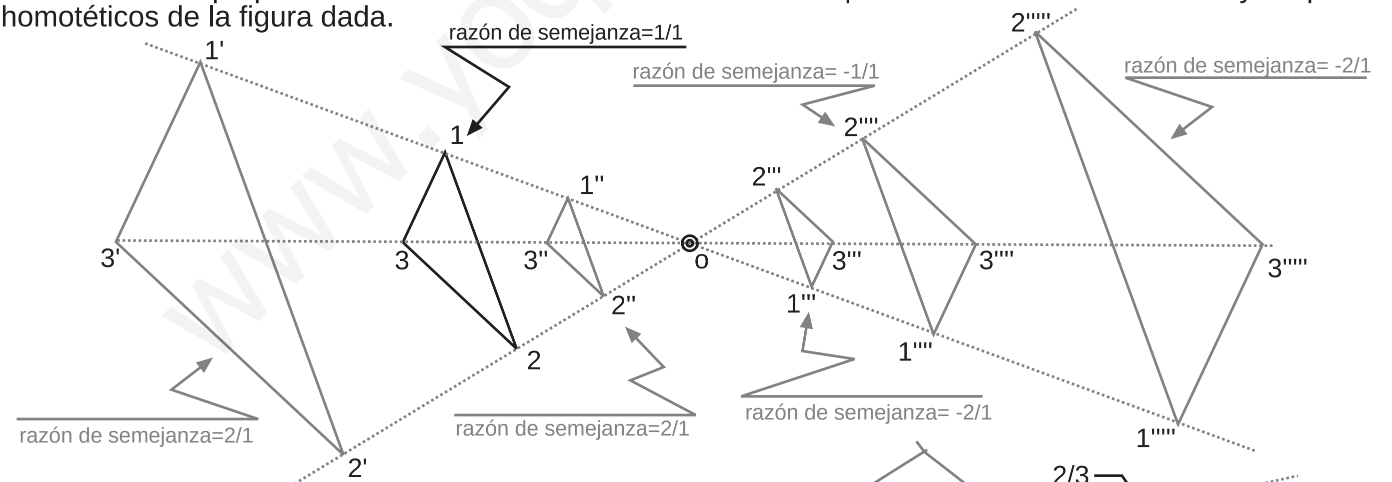
EN LA HOMOTECIA SIEMPRE SE CUMPLE

1- LOS PUNTOS homotéticos siempre están alineados con el centro de homotecia, mientras que las RECTAS homotéticas siempre son paralelas.

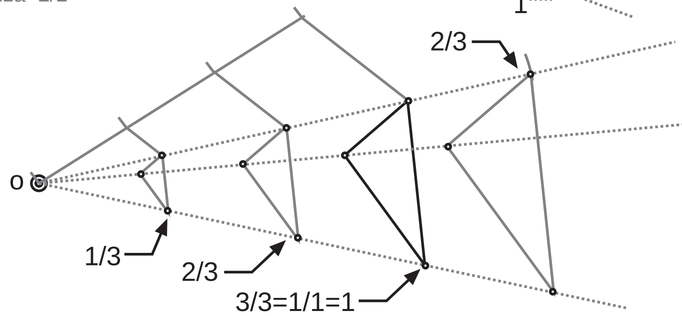
2- Dos CIRCUNFERENCIAS siempre son homotéticas y tienen el centro de homotecia alineado con los centros. El centro está en el punto donde se cortan las tangentes exteriores para homotecia directa y en el punto donde se cortan las tangentes interiores para la homotecia inversa. Los radios que van a parar a puntos homotéticos de las circunferencias son paralelos.

FACTOR DE PROPORCIONALIDAD EN LA HOMOTECIA (Razón de semejanza)

El factor de proporcionalidad en la homotecia viene marcado por la distancia entre el centro y los puntos homotéticos de la figura dada.



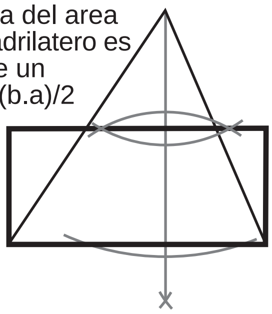
También podemos encontrar en razones de semejanza fraccionadas. Estas vienen determinadas por la división en partes iguales de la distancia entre los puntos homoteticos o uno de ellos con el centro.



TRIÁNGULO=RECTÁNGULO

Trazar el rectángulo equivalente al triángulo dado

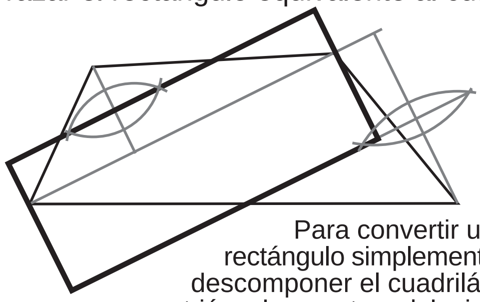
La fórmula del area de un cuadrilatero es b·a. La de un triángulo (b.a)/2



Por tanto, si un cuadrilátero tiene la misma base pero la mitad de altura que un triángulo estos tendran la misma area y serán equivalentes.

CUADRILATERO=RECTÁNGULO

Trazar el rectángulo equivalente al cuadrilátero dado

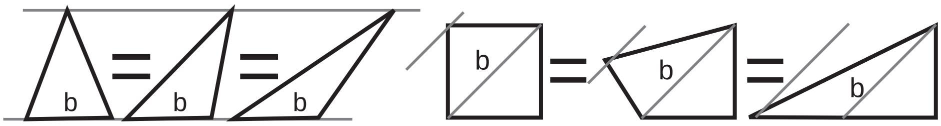


Para convertir un cuadrilátero en rectángulo simplemente tendremos que descomponer el cuadrilátero en dos triángulos y actuar del mismo modo que en el primer ejertcicio

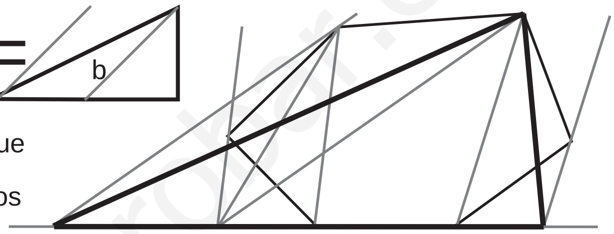
POLÍGONO=TRIÁNGULO

Trazar el triángulo equivalente al polígono dado

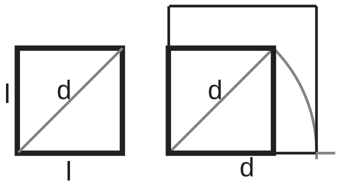
Tomando la fórmula del área de un triángulo [a=(b·a)/2], podemos variar el vertice superior de cualquier triángulo sin variar su altura ni su base y en consecuencia el área no variará.



En este caso se trata de ir haciendo desaparecer lados hasta que el polígono quede reducido a tres lados. Para ello se ha de descomponer el polígono en triángulos e ir haciendo coincidir llos vertices superiores con la base definitiva.

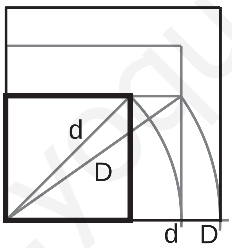


CUADRADO DE DOBLE Y TRIPLE AREA



La diagonal del cuadrado es el lado del cuadrado con doble área

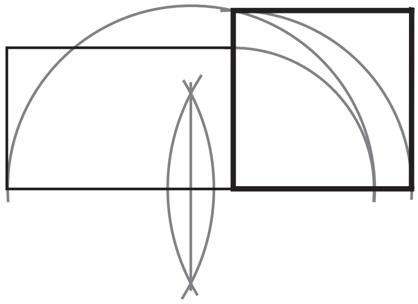
La diagonal (D) del rectangulo con lados diagonal del cuadrado y lado es el lado del cuadrado con triple área



RECTÁNGULO=CUADRADO

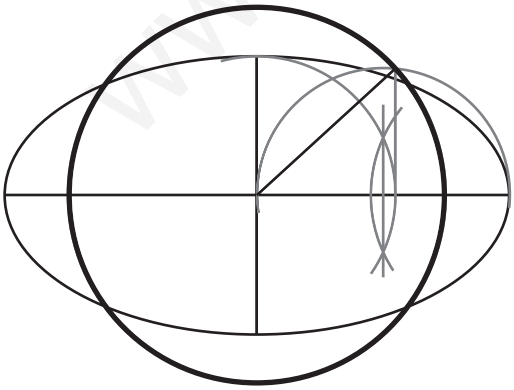
Trazar el cuadrado equivalente al rectángulo dado

Los dos lados del rectangulo son media proporcional con el lado del cuadrado equivalente. Emplearemos el teorema de la altura para hallar el lado del cuadrado



ELIPSE=CIRCUNFERENCIA

Trazar la circunferencia equivalente a la elipse dada

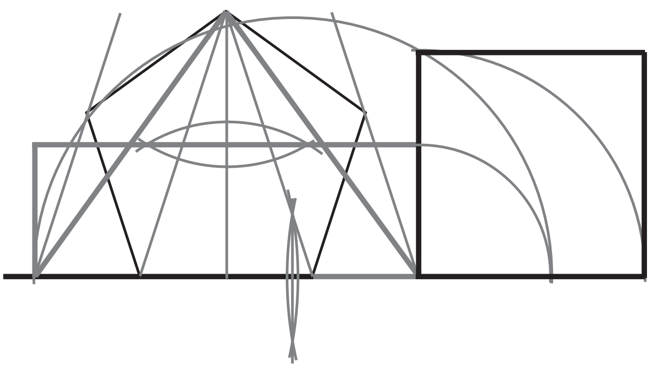


Los semiejes de la elipse son media proporcional con el radio de la circunferencia equivalente. Emplearemos el teorema del cateto para hallar el radio.

PENTÁGONO=TRIÁNGULO=CUADRADO

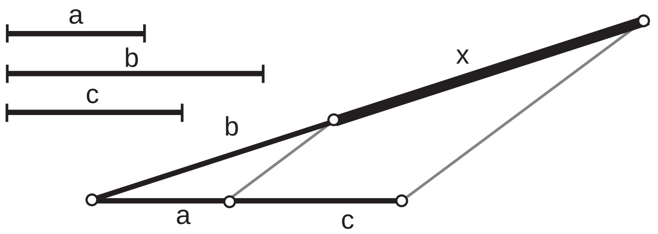
Trazar el cuadrado equivalente al polígono dado

En este caso tendremos que aplicar el procedimiento del problema "Polígono=triángulo", después "Triángulo=rectángulo" para finalemente proceder como en "rectángulo=cuadrado".

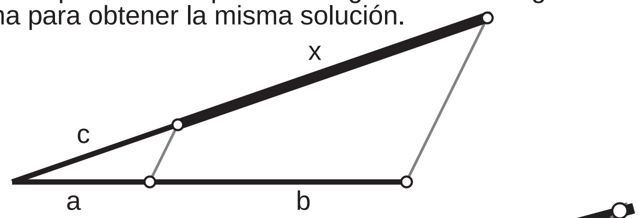


SEGMENTO CUARTO PROPORCIONAL (x) A OTROS TRES (a, b, c)

Dados tres segmentos, se busca otro (d) que verifique la siguiente igualdad a/b=c/x

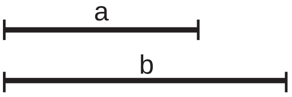


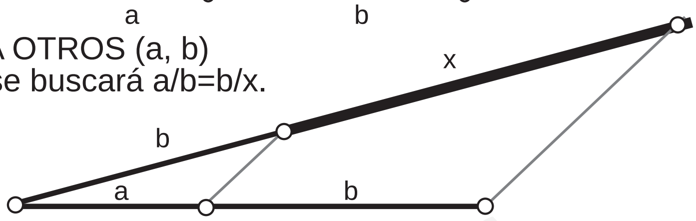
Támbien podremos disponer los segmentos de la siguiente forma para obtener la misma solución.



SEGMENTO TERCERO PROPORCIONAL (x) A OTROS (a, b)

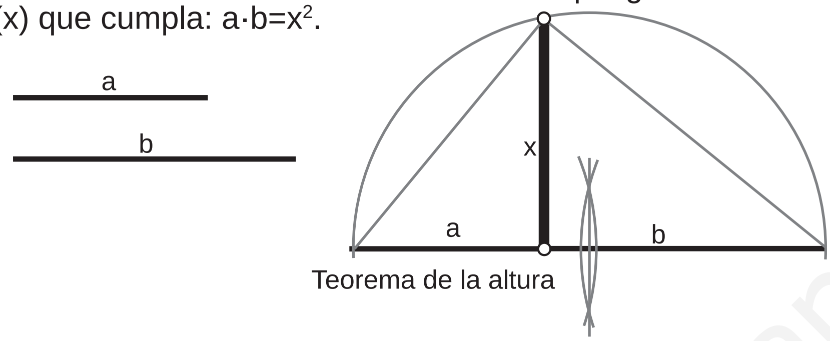
Cuando los medios o los extremos son iguales se buscará a/b=b/x.





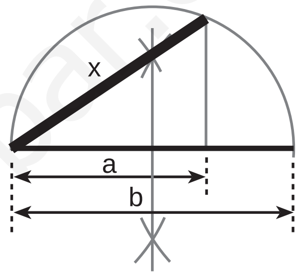
SEGMENTO MEDIO PROPORCIONAL (x) A OTROS DOS (a,B)

Resulta como derivación del teorema de pitágoras.Dados los segmentos (a) y (b) buscamos otro (x) que cumpla: a·b=x^2.

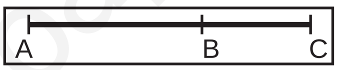


Teorema de la altura

Teorema del cateto



SECCIÓN AUREA DE UN SEGMENTO:

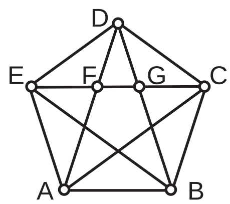


La sección aurea de un segmento es un punto que lo divide en dos partes de tal modo que:

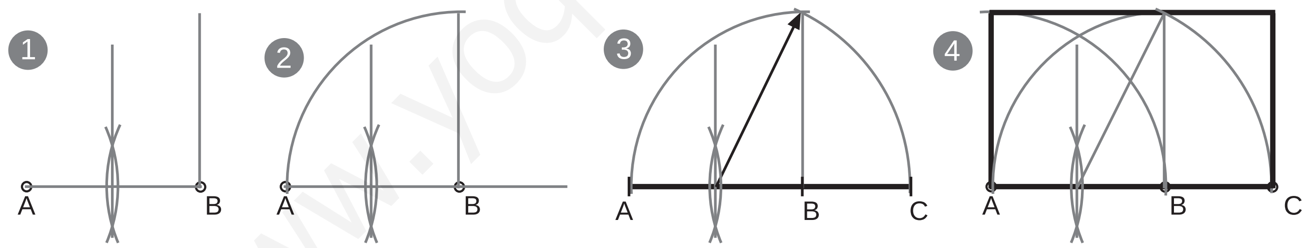
AC / AB = AB / BC = Φ = 1'6180...

Φ tiene relación directa con el las medidas del pentágono regular y estrellado, asi como con la suceción de fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13...

1,618
Φ
AB/BD
EF/EF

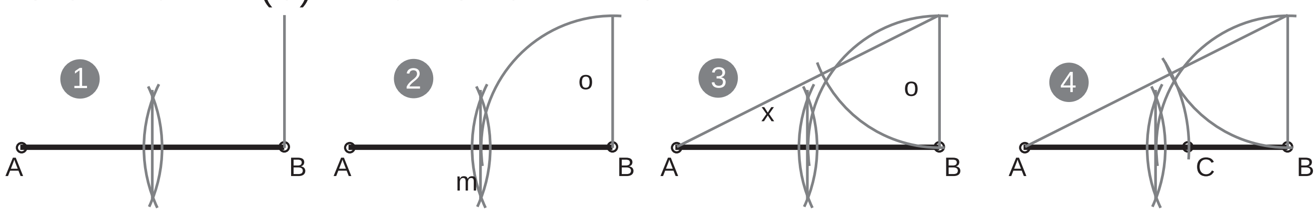


SEGMENTO AUREO (AC) de otro(AB), RECTÁNGULO AUREO:



1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.
2º- Con centro en B y radio AB trasladamos la medida del segmento sobre la perpendicular levantada.
3º- Con centro en el punto medio del segmento y radio hasta el extremo superior de la perpendicular giramos la distancia sobre la prolongación del segmento AB hayando C.
4º- Para trazar el rectángulo aureo construimos el rectángulo de lado menor AB y lado mayor AC.

DIVISIÓN AUREA (C) DE UN SEGMENTO AB



1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.
2º- Con centro en B y radio la mitad de Bm trasladamos la medida Bm sobre la perpendicular levantada.
3º- Con centro en el punto (o) y radio oB giramos la distancia sobre el segmento Ao, obtenemos x.
4º- Con centro en A y radio Ax giramos la medida sobre el segmento AB obteniendo C.

LASLAMINAS.ES

Proporcionalidad