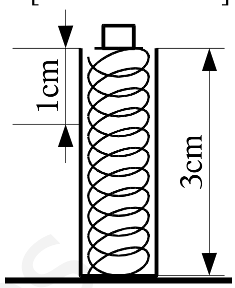
Problemas

[3 PUNTOS / UNO]

1. Un cañón de juguete contiene un muelle en su interior que mide 30 mm. El mecanismo comprime el muelle 10 mm y consigue lanzar un proyectil de 5,0 g a 300 mm de altura sobre el suelo cuando el cañón está situado verticalmente apoyado sobre un extremo. Calcula la constante elástica del muelle.



2. La ecuación de una onda transversal que se propaga la través de una cuerda es $y = 0{,}100 \text{ sen } [2 \pi (0{,}400\, t - 6{,}25\, x)]$ (sistema internacional). Determina:
   a) La amplitud, longitud de onda, frecuencia, número de onda y velocidad de propagación.
   b) Velocidad y aceleración transversal de las partículas del medio en $x = 0$, $t = T / 2$.

Teoría

[2 PUNTOS]

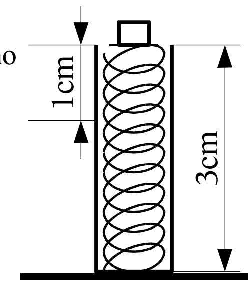
3. Principio de Huygens. Demostración de la 2ª ley de Snell de la relexión y de la refracción.

Laboratorio

[2 PUNTOS]

4. Cuando en el laboratorio mides g con un péndulo simple:
a) ¿Cuantas oscilaciones conviene medir?
b) ¿Qué precauciones se deben tomar con la amplitud de las oscilaciones?
c) ¿Influye la masa del péndulo en la medida de g?
d) ¿Entre qué puntos se mide la longitud del péndulo?

Soluciones



1. Un cañón de juguete contiene un muelle en su interior que mide 30 mm. El mecanismo comprime el muelle 10 mm y consigue lanzar un proyectil de 5,0 g a 300 mm de altura sobre el suelo cuando el cañón está situado verticalmente apoyado sobre un extremo. Calcula la constante elástica del muelle. ▲

Rta.: k = 275 N/m

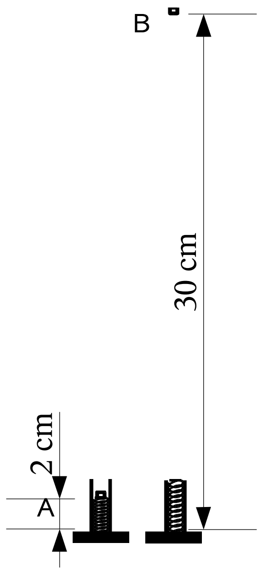
Solución:

Datos:
masa: m = 5,0 g = 0,0050 kg
longitud inicial: l_0 = 30 mm = 0,030 m
amplitud: A = 10 mm = 0,010 m
altura alcanzada: h = 300 mm = 0,300 m
aceleración de la gravedad: g = 9,81 m/s²

Ecuaciones:
energía cinética: $E_C = \frac{1}{2} m \text{v}^2$
energía potencial (peso): $E_{P(peso)} = mgh$
energía potencial (elástica) : $E_{P(elástica)} = \frac{1}{2} kx^2$

Incógnitas:
constante recuperadora: k

Cálculos:



Como las fuerzas (peso y fuerza elástica) que actúan son conservativas, la energía mecánica se conserva:

$$(E_C + E_{P(peso)} + E_{P(elástica)})_A = (E_C + E_{P(peso)} + E_{P(elástica)})_B$$

Siendo el punto A el del muelle comprimido y el punto B el más alto alcanzado por la masa al ser lanzada.

$$\frac{1}{2} m \cdot \text{v}_A^2 + m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} k \cdot x_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot \text{v}_B^2 + m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} k \cdot x_B^2$$

Cuando se dispara la velocidad es nula, y también en el punto más alto.

Tomando como cero de la energía potencial del peso, la superficie sobre la que se apoya el cañón:

$$0{,}0050 \text{ [kg]} \cdot 9{,}81 \text{ [m/s}^2\text{]}\ 0{,}020 \text{ [m]} + \frac{1}{2} k\ (0{,}010 \text{ [m]})^2 = 0{,}0050 \text{ [kg]} \cdot 9{,}81 \text{ [m/s}^2\text{]}\ 0{,}300 \text{ [m]} + 0$$

$$k = 2\frac{0{,}0050[\text{kg}] \cdot 9{,}81[\text{m/s}^2](0{,}300 - 0{,}020)[\text{m}]}{(0{,}010[\text{m}])^2} = 275 \text{ N/m}$$

2. La ecuación de una onda transversal que se propaga la través de una cuerda es y = 0,100 sen [2 π (0,400 t – 6,25 x)] (sistema internacional). Determina:
a) La amplitud, longitud de onda, frecuencia, número de onda y velocidad de propagación.
b) Velocidad y aceleración transversal de las partículas del medio en x = 0, t = T / 2. ▲

Rta.: a) A = 0,1 m; λ = 0,16 m; f = 0,4 Hz; k = 39 rad/m; c = 0,064 m/s; b) v = -0,25 m/s; a = 0

Datos	***Cifras significativas: 2***
ecuación de la onda	y = 0,1 sen [2 π (0,4 t – 6,25 x)]

Incógnitas

Datos	**Cifras significativas: 2**
amplitud	A
longitud de onda	λ
número de onda (¿constante?)	k
frecuencia	f
velocidad de propagación	c
velocidad de la partícula en $x = 0$ y $t = T / 2$	v
aceleración de la partícula en $x = 0$ y $t = T / 2$	a
Otros símbolos	
posición del punto (distancia al foco)	x
período	T
Ecuaciones	
de una onda armónica unidimensional	$y = A \operatorname{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$
número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
frecuencia	$f = 1 / T$
relación entre la longitud de onda y la frecuencia	$c = \lambda f$

Solución:

a) Comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación dada queda:

amplitud:	$A = 0{,}1$ m	
Longitud de onda:	$1 / \lambda = 6{,}25$ [m^{-1}], de donde	$\lambda = 0{,}16$ m
Número de onda:	$k = 2\pi / \lambda = 2\pi$ [rad] / 0,16 [m] = 39 rad/m	
Frecuencia	$f = 1 / T = 0{,}4$ s^{-1}	
Velocidad de propagación:	$c = \lambda f = 0{,}16$ [m] · 0,4 [s^{-1}] = 0,064 m·s^{-1}	

b) Derivando la ecuación de movimiento, se obtiene:

$$\text{v} = dy / dt = 0{,}1 \cdot 2\pi \cdot 0{,}4 \cos[2\pi(0{,}4\, t - 6{,}25\, x)]$$

$$\text{v}(x{=}0,\ t{=}T/2) = 0{,}08\pi \cos(\pi) = -0{,}25 \text{ m/s}$$

Volviendo la derivar,

$$a = d\text{v} / dt = -0{,}064\pi^2 \operatorname{sen}[2\pi(0{,}4\, t - 6{,}25\, x)]$$

$$a(x{=}0,\ t{=}T/2) = -0{,}064\pi^2 \operatorname{sen}(\pi) = 0$$

3. Principio de Huygens. Demostración de la 2ª ley de Snell de la relexión y de la refracción. ▲

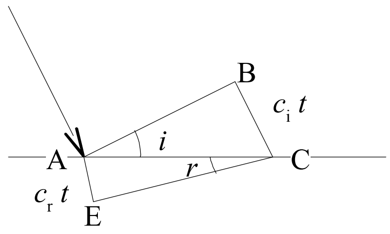
Solución: C

El principio de Huygens dice que cualquier punto alcanzado por un frente de ondas se convierte en un nuevo foco emisor de ondas, y que el nuevo frente de ondas se construye como la envolvente de los frentes creados por los nuevos focos.
Cuando un frente de ondas llega a un plano de separación entre dos medios, una parte de él atraviesa la superficie de separación y pasa al segundo medio, dando lugar a un frente de ondas refractado.
Si c_i es la velocidad de la onda en el medio incidente y c_r es la velocidad de la onda en el segundo medio, en el diagrama siguiente la linea AB representa el frente de onda incidente en el momento en que uno de sus extremos toca la superficie de separación.
Durante el tiempo t en el que la onda que viaja por el primer medio recorre la distancia BC = $c_i\, t$, la onda generada por el nuevo foco en A se propaga por el segundo medio a una velocidad c_r y recorre la distancia AE = $c_r\, t$.

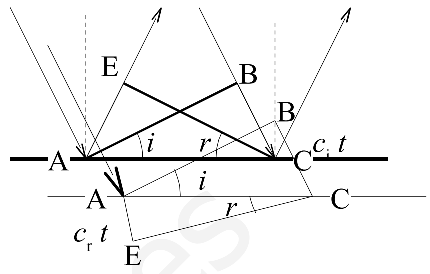
De los triángulos BAC e ACE se puede deducir

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{\frac{\text{BC}}{\text{AC}}}{\frac{\text{AE}}{\text{AC}}} = \frac{\text{BC}}{\text{AE}} = \frac{c_i t}{c_r t} = \frac{c_i}{c_r}$$

que es la segunda ley de Snell de la refracción.



Para la segunda ley de la reflexión, véase la figura adjunta.
Durante el tiempo t en el que el extremo B del frente de onda AB incidente recorre la distancia BC = $c·t$, la onda generada por el nuevo foco en A se propaga por el primer medio a la misma velocidad c y recorre la distancia AE = $c·t$, que mide lo mismo que BC ya que la velocidad es la misma. Ahora los senos de los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales, y por tanto también lo son los ángulos.



4. Cuando en el laboratorio mides g con un péndulo simple:
a) ¿Cuantas oscilaciones conviene medir?
b) ¿Qué precauciones se deben tomar con la amplitud de las oscilaciones?
c) ¿Influye la masa del péndulo en la medida de g?
d) ¿Entre qué puntos se mide la longitud del péndulo? ▲

Solución:

a) Se suelen medir 10 o 20 oscilaciones para aumentar la precisión del período, ya que éste se calcula dividiendo el tiempo de N oscilaciones entre el número de ellas

$$T = t / N$$

Un número demasiado grande de oscilaciones puede dar lugar a que cometamos errores al contarlas.

b) La amplitud de las oscilaciones debe ser pequeña. En teoría una aproximación aceptable es que sean menores de 15º. Como no usamos un transportador de ángulos, separaremos lo menos posible el hilo de la vertical, especialmente cuando la longitud del péndulo sea pequeña.

c) No influye. La ecuación del período T del péndulo es independiente de la masa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

y sólo depende de la longitud "l" del péndulo. Esto se comprueba en el laboratorio sustituyendo la masa y volviendo a medir el período (o midiendo los períodos de distintos péndulos de la misma longitud pero de los que cuelgan distintas masas)

d) Entre el punto de suspensión y el centro de la masa que oscila.