

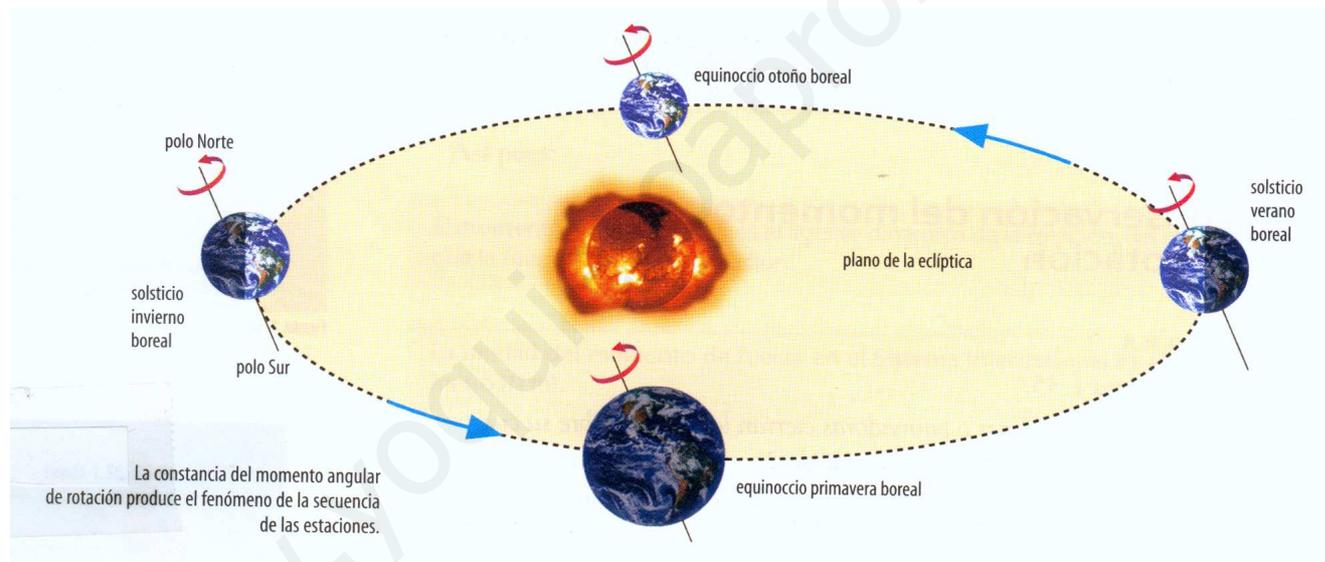
FÍSICA 2º BACHILLERATO

INTERACCIÓN GRAVITATORIA

DATOS BÁSICOS DEL SISTEMA SOLAR						
Astro	Radio medio (m)	Masa (kg)	Periodo rotación (s)	Radio medio órbita (m)	Periodo del mvto orbital	Excentricidad de la órbita
Sol	$6'96.10^8$	$1'98.10^{30}$	$2'3.10^6$	—	—	—
Mercurio	$2'34.10^6$	$3'28.10^{23}$	$5'03.10^6$	$5'79.10^{10}$	$7'60.10^6$ s = 88 días	0'206
Venus	$6'26.10^6$	$4'83.10^{24}$?	$1'08.10^{11}$	$1'94.10^7$ s = 225 días	0'007
Tierra	$6'37.10^6$	$5'98.10^{24}$	$8'64.10^4$	$1'49.10^{11}$	$3'16.10^7$ s = 365 días	0'017
Marte	$3'32.10^6$	$6'40.10^{23}$	$8'86.10^4$	$2'28.10^{11}$	$5'94.10^7$ s = 687 días	0'093
Júpiter	$6'98.10^7$	$1'90.10^{27}$	$3'54.10^4$	$7'78.10^{11}$	$3'74.10^8$ s = 11'9 años	0'048
Saturno	$5'82.10^7$	$5'68.10^{26}$	$3'61.10^4$	$1'43.10^{12}$	$9'30.10^8$ s = 29'5 años	0'056
Urano	$2'37.10^7$	$8'67.10^{25}$	$3'85.10^4$	$2'87.10^{12}$	$2'66.10^9$ s = 84 años	0'047
Neptuno	$2'24.10^7$	$1'05.10^{26}$	$5'69.10^4$	$4'50.10^{12}$	$5'20.10^9$ s = 164'8 años	0'009
Plutón	3.10^6 ?	$5'37.10^{24}$?	?	$5'91.10^{12}$	$7'82.10^9$ s = 248 años	0'250
Luna	$1'74.10^6$	$7'34.10^{22}$	$2'36.10^6$	$3'84.10^8$ (*)	$2'36.10^6$ s (*)	0'055

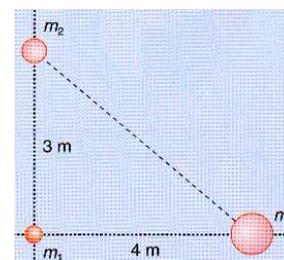
(*) Datos respecto a Tierra. Periodo de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra = $2'36.10^6$ s = 27 días 7 h 33 min.

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE DIVERSOS PLANETAS		
Mercurio: $3'68$ m/s ²	Marte: $3'8$ m/s ²	Urano: $8'46$ m/s ²
Venus: $8'62$ m/s ²	Júpiter: $26'0$ m/s ²	Neptuno: $11'4$ m/s ²
Tierra: $9'806$ m/s ²	Saturno: $10'6$ m/s ²	Plutón: Sin datos fiables.



1. Calcula la energía potencial gravitatoria asociada a un sistema formado por tres partículas $m_1= 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg, situadas en los vértices de un triángulo rectángulo como indica la figura.

SOL: $E_T = E_{1,2} + E_{1,3} + E_{2,3} = -G \left(\frac{m_1 m_2}{r_{1,2}} + \frac{m_1 m_3}{r_{1,3}} + \frac{m_2 m_3}{r_{2,3}} \right) = -1'74.10^{-10}$ J



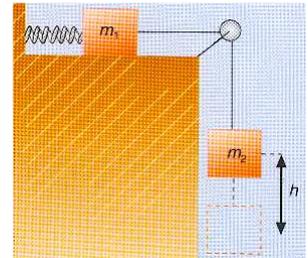
2. a) ¿Qué trabajo se realiza cuando una partícula se desplaza alrededor de otra a lo largo de una superficie equipotencial?. Razona la respuesta. b) Solemos decir que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m colocado a una altura h viene dada por la ecuación $E_p = mgh$. ¿Es correcta esta afirmación?. ¿Por qué?.

3. La Tierra en su movimiento alrededor del Sol describe una órbita de radio medio $1'5.10^{11}$ m. Calcula la velocidad areolar de la Tierra. SOL: $v = 2'24.10^{15}$ m²/s

4. Calcula la variación que experimenta la energía potencial gravitatoria cuando se eleva una masa de 500 kg desde el nivel del mar hasta a una altura de 1000 km. ¿Qué error cometes si utilizas la fórmula $\Delta E_p = mgh$ para resolver el problema. (Radio de la Tierra 6400 km). SOL: $\Delta E_p = 4'2.10^9$ J; $\Delta E'_p = mgh = 4'9.10^9$ J; Error relativo = 16'6 %

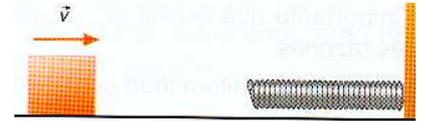
5. ¿A qué distancia del centro de la Tierra, y en el interior de ésta, la intensidad del campo gravitatorio terrestre es igual a su valor en un punto que dista del centro de la Tierra una longitud igual a dos veces el radio terrestre?. SOL: $x = R_T/4$

6. Se conectan dos bloques por medio de una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea sin rozamiento. El bloque $m_1 = 0.5 \text{ kg}$ está apoyado sobre una superficie horizontal rugosa y unido a un resorte cuya constante elástica es $k = 50 \text{ N/m}$. Si el sistema se libera a partir del reposo cuando el resorte no está estirado y $m_2 = 0.3 \text{ kg}$ cae una distancia $h = 0.05 \text{ m}$ antes de quedar en reposo, calcula el coeficiente de rozamiento entre m_1 y la superficie. Dato: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$



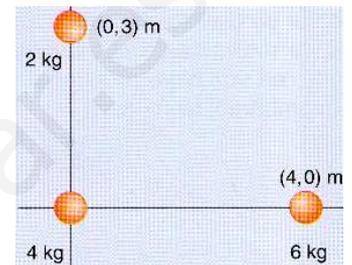
SOL: $W_{Roz} = \Delta [E_{mec}] = \Delta [E_C + E_{P(g)} + E_{P(e)}] = \Delta [E_C] + \Delta [E_{P(g)}] + \Delta [E_{P(e)}] \Rightarrow$
 $-\mu m_1 g h = -m_2 g h + \frac{1}{2} k h^2 \Rightarrow \mu = 0.34$

7. Un bloque de 4 kg llega con una velocidad de 10 m/s hasta un resorte de constante elástica 125 N/m . El bloque choca contra el resorte como indica la figura. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie horizontal es 0.4 , calcula la longitud que se comprime el muelle suponiendo que su masa es despreciable.



SOL: $W_{Roz} = \Delta [E_{mec}] = (E_{mec})_F - (E_{mec})_O \Rightarrow -\mu mg x = \frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 \Rightarrow x = 1.7 \text{ m}$

8. Tres esferas uniformes están colocadas como se indica en la figura. Calcula la fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4 kg .



SOL: $\vec{F} = 1.10 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 5.93 \cdot 10^{-11} \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = 1.16 \cdot 10^{-10} \text{ N}$

9. ¿Con qué velocidad se debe lanzar un cohete desde la superficie de la Tierra para que alcance una altura $h = 2 \cdot R_T$. Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: $v = 9137.2 \text{ m/s}$

10. Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie de la Tierra con una celeridad de 3200 m/s . a) ¿Cuál es la máxima altura alcanzada?. Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g_o = 9.8 \text{ m/s}^2$. SOL: $h = 630 \text{ km}$

11. Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg en órbita circular a 300 km sobre la superficie terrestre. Determina: a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el período de la órbita. b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite. Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g_o = 9.8 \text{ m/s}^2$. SOL: a) $v = 7721.3 \text{ m/s}$; $a = 8.94 \text{ m/s}^2$; $T = 1.5 \text{ horas}$; b) $W = 3.26 \cdot 10^{10} \text{ J}$

12. El período de revolución de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su respectiva órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determina: a) La relación entre los radios de las respectivas órbitas. b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus órbitas. SOL: $R_J = 5.2 \cdot R_T$; b) $a_J = 0.04 \cdot a_T$

13. ¿Con qué frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontrará el citado satélite?. SOL: $\omega = 7.272 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$; $h = 3.6 \cdot 10^7 \text{ m}$

14. Un satélite artificial de 200 kg gira en una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averigua: a) La velocidad del satélite. b) Su energía mecánica. Dato: $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: a) $v = 6.6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$; b) $E_{mec} = -4.4 \cdot 10^9 \text{ J}$

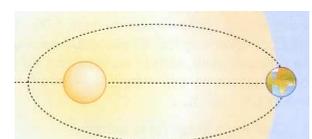
15. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7.62 km/s . a) ¿A qué altura se encontraba?. b) ¿Cuál era su período. c) ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 h los astronautas que viajaban en el interior de la nave?. Datos: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. SOL: a) $h = 5.10^5 \text{ m}$; b) $T = 1.57 \text{ horas}$; c) $\cong 15 \text{ veces}$

16. El satélite mayor de Saturno, Titán, describe una órbita de radio medio $r = 1.222 \cdot 10^6 \text{ km}$ con un período de 15.945 días. Determina la masa del planeta Saturno y su densidad. Dato: Radio de Saturno 58545 km . SOL: $M_S = 5.67 \cdot 10^{26} \text{ kg}$; densidad = 677 kg/m^3

17. Calcular el valor de la velocidad que hay que comunicar a un cuerpo en la superficie terrestre, en dirección horizontal, para que se mueva en torno a la Tierra describiendo una órbita circular ($R_T = 6400 \text{ km}$). SOL: $v = 7.9 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

18. La energía potencial gravitatoria es negativa. ¿Puede ser negativa la energía potencial elástica? Razona la respuesta.

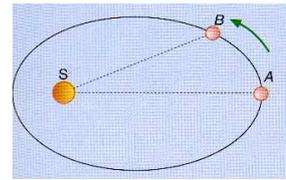
19. La distancia máxima desde la Tierra hasta el Sol es $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y su máxima aproximación es $1.471 \cdot 10^{11} \text{ m}$. La velocidad orbital de la Tierra en perihelio es $3.027 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Calcula: a) La velocidad orbital en el afelio. b) La excentricidad de la órbita de la Tierra. SOL: $v = 2.927 \cdot 10^4 \text{ m/s}$; b) $e = 0.017$



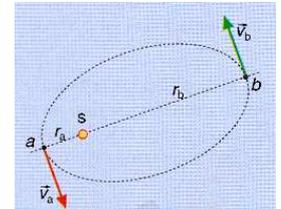
20. Calcula la masa del Sol suponiendo que la Tierra describe en torno a él una órbita de $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ de radio. SOL: $M_{Sol} = 2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

21. ¿A qué altura el valor de la gravedad se reduce a la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre?. SOL: $h = 0.4 \cdot R_T$

22. Un planeta describe la órbita de la figura. Establece una comparación en los puntos A y B de dicha órbita entre las siguientes magnitudes del planeta: a) Velocidad de traslación. b) Momento angular respecto del Sol. c) Energía cinética. d) Energía potencial gravitatoria. e) Energía mecánica.



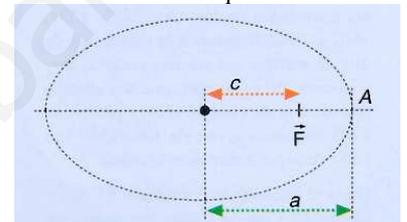
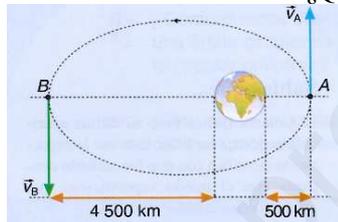
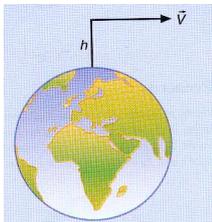
23. Un planeta imaginario se mueve en una órbita elíptica de mucha excentricidad alrededor del Sol. Cuando está en perihelio su radio vector es $r_a = 4 \cdot 10^7$ km, y cuando está en el afelio, $r_b = 15 \cdot 10^8$ km. Si la velocidad en perihelio es 1000 km/s, calcula: a) La velocidad en la posición de afelio. b) La velocidad areolar del planeta. c) El semieje mayor de la órbita.



SOL: a) $v_b = 270$ km/s; b) $v_{\text{areolar}} = \frac{|\vec{L}|}{2m} = 2 \cdot 10^{16}$ m²/s; c) $a = \frac{r_a + r_b}{2} = 95 \cdot 10^7$ km

24. a) ¿Qué puedes afirmar acerca del movimiento de la Tierra sabiendo que se mueve bajo la acción de una fuerza central? b) Es constante el módulo de la velocidad de traslación de los planetas?. ¿Por qué??. ¿En qué caso este módulo sería constante?.

25. Se lanza un satélite en una dirección paralela a la superficie de la Tierra con una velocidad de 8000 m/s desde una altura de 500 km. determina la velocidad del satélite cuando alcanza su máxima altura de 4500 km. ¿Qué excentricidad tiene la órbita que describe?.



($R_T = 6'4 \cdot 10^6$ m). SOL: $\vec{L} = \text{cte}$ por estar sometido a una fuerza central; $L_A = L_B \Rightarrow r_A \cdot m \cdot v_A = r_B \cdot m \cdot v_B \Rightarrow v_B = 5064$ m/s; $a = 8900$ km; $c = 2000$ km; $e = c/a = 0'22$

26. Dos planetas de masas iguales orbitan alrededor de una estrella de masa mucho mayor. El planeta 1 se mueve en una órbita circular de radio $1 \cdot 10^{11}$ m y período 2 años. El planeta 2 se mueve en una órbita elíptica, siendo su distancia en la posición más próxima a la estrella $1 \cdot 10^{11}$ m y en la más alejada $1'8 \cdot 10^{11}$ m. a) ¿Cuál es la masa de la estrella. b) Calcula el período del planeta 2 en su órbita. c) Utilizando los principios de conservación del momento angular y de la energía mecánica, halla la velocidad del planeta 2 cuando se encuentre en la posición más cercana a la estrella y más alejada. Dato: $E_{\text{mec}} = \frac{-GMm}{2a}$

SOL: a) $M = 1'49 \cdot 10^{29}$ kg; b) $T = 3'313$ años; c) $v_p = 11304$ m/s; $v_A = 6280$ m/s

27. En su afelio el planeta mercurio está a $6'99 \cdot 10^{13}$ m del Sol, y en su perihelio está a $4'63 \cdot 10^{13}$ m del mismo. La velocidad orbital en el afelio es $3'88 \cdot 10^4$ m/s. a) ¿Cuál es su velocidad orbital en el perihelio? b) ¿Qué excentricidad tiene la órbita de mercurio?.

SOL: a) $v_p = 5'86 \cdot 10^4$ m/s; b) $e = 0'203$

28. Calcula el momento angular orbital de la Tierra si describe una órbita circular alrededor del Sol de radio $1'5 \cdot 10^{11}$ m. Dato: $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg. SOL: $L_T = 2'68 \cdot 10^{40}$ J.s

29. Calcula el momento angular de Júpiter en su movimiento alrededor del Sol sabiendo que Júpiter tiene una masa de $1'90 \cdot 10^{27}$ kg, el radio medio de su órbita es $7'78 \cdot 10^{11}$ m y que el período es $3'74 \cdot 10^8$ s. SOL: $L_J = 1'932 \cdot 10^{43}$ J.s

30. Demuestra que el período T de un planeta de masa m en función del área S de la órbita que describe y del momento angular viene dado por: $T = \frac{2mS}{L}$.

31. Calcula el momento angular de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra conociendo los siguientes datos: radio de la órbita $3'84 \cdot 10^8$ m, período 27'3 días y masa lunar $7'34 \cdot 10^{22}$ kg. SOL: $L_L = 2'88 \cdot 10^{34}$ J.s

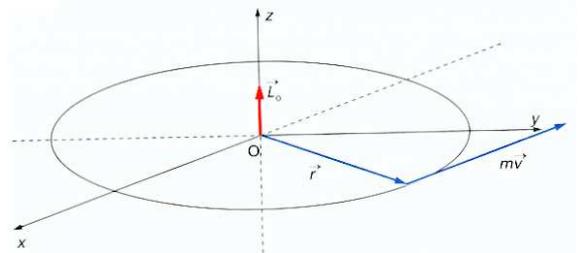
32. Durante el vuelo Apolo XI, el astronauta M. Collins giró en torno a la Luna, en un módulo de mando, sobre una órbita aproximadamente circular. Suponiendo que el período de este movimiento fuera de 90 minutos y que su órbita estuviera a 100 km por encima de la superficie lunar, calcula: a) La velocidad con que recorría la órbita. b) El momento angular del astronauta respecto al centro de la Luna. Datos: Radio lunar, $R_L = 1738$ km; masa del astronauta $m = 80$ kg. SOL: a) $v = 2138'6$ m/s; b) $L = 3'14 \cdot 10^{11}$ J.s

33. Un satélite artificial dista del centro de la Tierra $6'8 \cdot 10^6$ m en el perigeo y $7'2 \cdot 10^6$ m en el apogeo. Calcula: a) El semieje mayor de la órbita elíptica que describe. b) La excentricidad de la elipse. c) La energía mecánica del satélite. d) La velocidad del satélite en el perigeo y el apogeo. Datos: $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6'37 \cdot 10^6$ m; masa del satélite = $2 \cdot 10^3$ kg.
SOL: a) $a = 7 \cdot 10^6$ m; b) $e = 0'02857$; c) $E_{\text{mec}} = \frac{-GMm}{2a} = -5'698 \cdot 10^{10}$ J; d) $v_p = 7767$ m/s; $v_A = 7336$ m/s

34. La intensidad del campo gravitatorio de Marte es $3'7$ m/s² y su radio es $3'4 \cdot 10^6$ m. ¿Cuánto vale la masa de Marte?. SOL: $6'4 \cdot 10^{23}$ kg

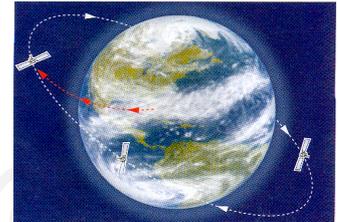
35. ¿En qué parte de su órbita elíptica alrededor del Sol es mayor la velocidad de un planeta? ¿Por qué razón?.

36. Sea una partícula de masa 3 kg que se mueve con movimiento circular uniforme, con celeridad 20 m/s, bajo la acción de una fuerza central de valor $F = 3/r^2$ (en unidades SI) y dirigida hacia el origen de coordenadas. a) Calcula el momento angular de la partícula respecto al origen de coordenadas o centro de fuerzas. b) ¿Se conserva dicho momento angular?. ¿Por qué?. SOL: a) $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = rmv\vec{k}$. Como la partícula tiene un m.c.u. $\vec{F} = m\vec{a}_n \Rightarrow F = m a_n$; $\frac{3}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = 2'5 \cdot 10^{-3}$ m $\Rightarrow \vec{L} = 0'15 \vec{k}$ (kg.m²/s);

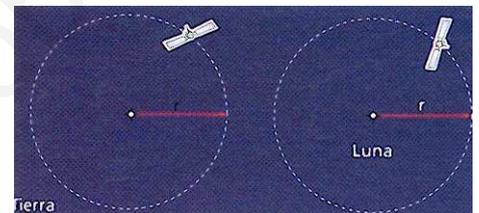


b) $\vec{L} = \text{cte}$ porque $\vec{M}_o = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{0} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

37. Un satélite artificial de $1'2 T_m$ de masa se eleva a una distancia de 6500 km del centro de la Tierra y recibe un impulso, mediante cohetes propulsores, para que describa una órbita circular alrededor de ella. Datos: radio de la Tierra = 6360 km; $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$. a) ¿Qué velocidad deben comunicar los cohetes para que tenga lugar este movimiento?. b) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas del campo gravitatorio al llevar el satélite desde la superficie de la Tierra hasta esa altura?. c) ¿Cuál es la energía total del satélite?. SOL: a) $v = 7809 \text{ m/s}$; b) $W = -1'61 \cdot 10^9 \text{ J}$; c) $E_{\text{Total}} = -3'66 \cdot 10^{10} \text{ J}$



38. Dos satélites idénticos están recorriendo sendas órbitas del mismo radio, el primero alrededor de la Tierra y el segundo alrededor de la Luna. a) ¿Cuál de ellos se mueve a mayor velocidad?. ¿Por qué?. b) ¿Cuál es la relación entre sus velocidades si las masas de la Tierra y la Luna son $6'0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y $7'3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ respectivamente?. SOL: El primero; porque $\frac{v_{o,T}}{v_{o,L}} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}} \cong 9$



39. Marte tiene dos satélites, llamados Fobos y Deimos, cuyas órbitas tienen radios de 9 400 y 23 000 km respectivamente. Fobos tarda 7'7 h en dar una vuelta alrededor del planeta. Aplicando las leyes de Kepler, halla el periodo de Deimos. SOL: $T = 29'4 \text{ h}$

40. Calcula la masa de Júpiter sabiendo que uno de sus satélites tiene un periodo de 16'55 días y un radio orbital de $1'883 \cdot 10^9 \text{ m}$. SOL: $M_{\text{Júpiter}} = 1'93 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

41. El radio del planeta Tierra es aproximadamente 6 370 km, mientras que el de Marte viene a ser de 3 440 km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿cuál será su peso en Marte?. Marte tiene una masa 0'11 veces la de la Tierra. SOL: $P = 75 \text{ N}$

42. Suponiendo que la Luna gira en torno a la Tierra en una órbita de radio $3'84 \cdot 10^5 \text{ km}$ con un período de 27'3 días, ¿cuál será el semieje mayor de la órbita de un satélite en torno a la Tierra con un periodo de 3'0 h?. SOL: $R = 1'1 \cdot 10^4 \text{ km}$

43. Calcula el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Mercurio, si el radio de la Tierra es tres veces mayor que el de Mercurio, y la densidad de Mercurio es 3/5 de la densidad media de la Tierra. Dato: $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$. SOL: $g_{\text{Mercurio}} = 1'96 \text{ m/s}^2$

44. Si la Tierra redujera a la mitad de su volumen y perdiera la mitad de su masa, ¿cómo variaría la aceleración de la gravedad?. SOL: $g' = \frac{g_0}{\sqrt[3]{2}}$

45. Un satélite artificial gira en torno a la Tierra describiendo una órbita de 7000 km de radio. Calcula la velocidad y el periodo de revolución del satélite suponiendo que la masa de la Tierra es $6'0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. SOL: $v = 7600 \text{ m/s}$; $T = 1'6 \text{ horas}$

46. Calcula la aceleración con que cae un cuerpo en las proximidades de la superficie de la Luna. Masa de la Luna, $M_L = 7'4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; radio de la Luna, $R_L = 1'74 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: $1'62 \text{ m/s}^2$

47. Un satélite artificial gira en torno a la Tierra describiendo una órbita situada a 500 km de altura y tarda 1'57 h en dar una vuelta. Calcula la masa de la Tierra. (Toma para el radio de la Tierra el valor de 6 400 km.). SOL: $M_T = 6'0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

48. Calcula el trabajo necesario para trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una órbita circular de radio $r_A = 2 R_T$ hasta otra de radio $r_B = 3 R_T$. Datos: $R_T = 6'4 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$. SOL: $W_A^B = 2'6 \cdot 10^9 \text{ J}$

49. Calcula la velocidad de escape de un cohete lanzado desde la Luna. Datos: $M_L = 7'36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1'74 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: $v = 2'38 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

50. El satélite Meteosat nos envía tres veces al día imágenes de Europa para la confección de los mapas del tiempo. Calcula: a) Su periodo de revolución. b) El radio de la órbita que describe. SOL: a) $T = 8 \text{ horas}$; b) $r = 2'0 \cdot 10^7 \text{ m}$

51. a) ¿Cuál será el valor de g a una altura igual al radio de la Tierra? ($R_T = 6 370 \text{ km}$; $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$). b) ¿Cuál será el periodo de un satélite artificial de la Tierra en una órbita circular a dicha altura? SOL: a) $2'45 \text{ m/s}^2$; b) $4'0 \text{ horas}$

52. La masa de Marte es igual a 0'107 veces la de la Tierra y su radio es 0'533 veces el de la Tierra. ¿Cuál sería el periodo de un péndulo en Marte si en la Tierra es igual a 2'00 s?. SOL: 3'26 s

53. La masa de la Tierra es $5'9 \cdot 10^{24}$ kg y su radio es 6 370 km. Se desea elevar una masa, $m = 15\ 000$ kg, desde la superficie de la Tierra hasta una altura sobre ella de $4'2 \cdot 10^4$ m. Calcula la energía que se necesita. SOL: $6'2 \cdot 10^9$ J

54. Dos satélites artificiales de la Tierra S_1 y S_2 describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en el mismo plano, de radios $r_1 = 8\ 000$ km y $r_2 = 9\ 034$ km, respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado. a) ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?. b) ¿Qué relación existe entre los periodos orbitales de los satélites? ¿Qué posición ocupará el satélite S_2 cuando el satélite S_1 haya completado 6 vueltas, desde el instante inicial?. SOL: a) $v_1 = 1'063 \cdot v_2$; b) $T_2 = 1'2 \cdot T_1$; $n_2 = 5$ vueltas y volverán a estar alineados

55. En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determina: a) La expresión de la energía cinética en función de las masas del satélite y de la Tierra y del radio de la órbita. b) La relación que existe entre su energía mecánica y su energía potencial

SOL: a) $E_C = G \frac{M_T \cdot m}{2 \cdot r}$; b) $E_{méc} = E_P/2$

56. Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie de la Tierra con una velocidad de 3 200 m/s. a) ¿Cuál es la máxima energía potencial que adquiere?. b) ¿En qué posición se alcanza?. ($g_0 = 9'8$ m/s²; $R_T = 6'37 \cdot 10^6$ m).

SOL: a) $E_P = -5'7 \cdot 10^8$ J; b) $r = R_T + h = 7'0 \cdot 10^6$ m

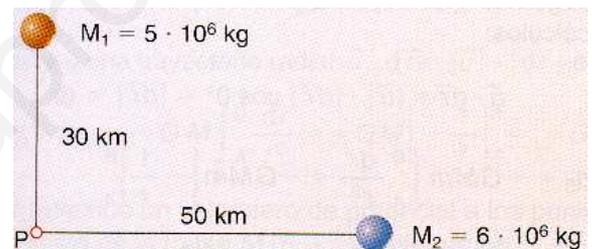
57. Se coloca un satélite meteorológico de 1 000 kg en órbita circular a 300 km sobre la superficie terrestre. Determina: a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el periodo en la órbita. b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.

Datos: $g_0 = 9'8$ m/s²; $R_T = 6'37 \cdot 10^6$ m. SOL: a) $v = 7721$ m/s; $g = 8'94$ m/s²; $T = 1'5$ horas; b) $W = 3'26 \cdot 10^{10}$ J

58. Calcula la intensidad del campo gravitatorio y el potencial gravitatorio creado por el sistema de masas de la figura en el punto P. Calcula la fuerza gravitatoria que actúa sobre una masa $m = 5$ kg colocada en el punto P.

SOL: a) $\vec{E} = 1'6 \cdot 10^{-13} \vec{i} + 3'7 \cdot 10^{-13} \vec{j}$ N/kg;

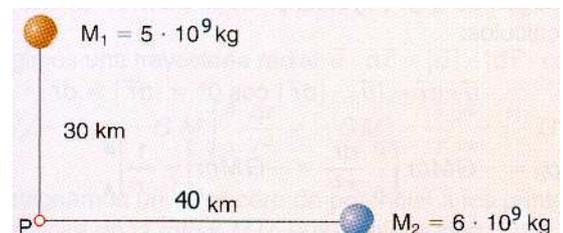
b) $\vec{F} = m \vec{E} = 8 \cdot 10^{-13} \vec{i} + 1'85 \cdot 10^{-12} \vec{j}$ N



59. Calcula la intensidad del campo gravitatorio y el potencial gravitatorio creado por el sistema de masas de la figura en el punto P. Calcula la fuerza gravitatoria que actúa sobre una masa $m = 50$ kg colocada en el punto P.

SOL: a) $\vec{E} = 2'5 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 3'7 \cdot 10^{-10} \vec{j}$ N/kg;

b) $\vec{F} = m \vec{E} = 1'25 \cdot 10^{-8} \vec{i} + 1'85 \cdot 10^{-8} \vec{j}$ N



60. Un satélite de masa 1000 kg orbita a una altura de 1630 km de la superficie de la Tierra. Calcula: a) La intensidad del campo gravitatorio y el potencial en un punto de su órbita. b) La velocidad del satélite en su órbita y el periodo de su movimiento. c) La energía mecánica de traslación y el momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.

Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻²; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6'37 \cdot 10^6$ m.

SOL: a) $g = 6'23$ m/s²; $V = -4'98 \cdot 10^7$ J/kg; b) $v = 7061$ m/s; $T = 7118'7$ s; c) $E_{méc} = -2'49 \cdot 10^{10}$ J; $L = 5'65 \cdot 10^{13}$ J.s

61. La masa del Sol es de $1'98 \cdot 10^{30}$ kg y la distancia media de la Tierra al Sol es de $1'49 \cdot 10^8$ km. Si $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻² calcula la velocidad de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol. Si la masa de la Tierra es $5'98 \cdot 10^{24}$ kg, ¿cuánto vale su momento angular medio respecto al Sol?. SOL: $v = 2'977 \cdot 10^4$ m/s; $L_0 = 2'67 \cdot 10^{40}$ kg.m².s⁻¹

62. Demuestra la validez de la expresión $\Delta E_P = mgh$ para la variación de la energía potencial, en puntos próximos a la superficie de la Tierra.

63. Considera dos masas puntuales de valor 5 kg y 10 kg situadas en los puntos de coordenadas (2, 0) y (0, 2) medidas en metros. Calcula: a) La intensidad de campo y el potencial gravitatorios en el origen de coordenadas. b) La intensidad de campo y el potencial en el punto medio del segmento que los une. c) Las coordenadas de un punto en que el campo resultante valga cero. d) El trabajo que hay que realizar para desplazar una masa de 2 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto medio del segmento que une las masas.

Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ (SI). SOL: a) $\vec{g}_0 = 8'3 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 1'7 \cdot 10^{-10} \vec{j}$ N/kg; $V_0 = -5'0 \cdot 10^{-10}$ J/kg; b) $\vec{g}_P = -1'18 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 1'18 \cdot 10^{-10} \vec{j}$ N/kg;

$V_P = -7'08 \cdot 10^{-10}$ J/kg; c) $X_C = 1'17$ m; $Y_C = 0'83$ m; d) $W = -4'16 \cdot 10^{-10}$ J

64. Un satélite gira en una órbita circular que dista 3000 km de la superficie terrestre. Calcular: a) ¿Con qué velocidad ha debido lanzarse desde la superficie terrestre?; b) ¿Con qué velocidad girará?; c) ¿Qué energía adicional habrá que suministrarle para que abandone el campo gravitatorio terrestre?. Datos: Masa del satélite = $m = 1 \cdot 10^4$ kg; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6'4 \cdot 10^6$ m.

SOL: a) $v_0 = 9067$ m/s; b) $v = 6514$ m/s; c) $\Delta E = 2'1216 \cdot 10^{11}$ J.

65. Con la misión de observar la superficie de la Luna para estudiar sus características, se coloca un satélite en órbita lunar de modo que su altura sobre la superficie de la Luna es de 300 km. Calcula: a) ¿Cuál es la velocidad orbital del satélite. b) Calcula el momento angular del satélite respecto al centro de la Luna. c) Calcula la energía potencial del satélite debida al campo gravitatorio de la Luna. d) Halla la energía total del satélite si se considera sólo la interacción de la Luna.

Datos: masa de la Luna $73 \cdot 10^{22}$ kg; masa del satélite 500 kg; radio de la Luna 1740 km; $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ (SI).

SOL: a) $v_o \cong 1555$ m/s; b) $L_o = 1'6 \cdot 10^{12}$ kg.m²/s; c) $E_p = - 1'2 \cdot 10^9$ J; d) $E_T = - 6'1 \cdot 10^8$ J

66. En la superficie de un planeta de 1000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de 2 m/s^2 . Calcula: a) La energía potencia gravitatoria de un objeto de 50 kg de masa situado en su superficie. b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta. c) La masa del planeta, sabiendo que $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ en unidades SI. SOL: a) $E_p = - 1 \cdot 10^8$ J; b) $v_e = 2000$ m/s; c) $M = 3'0 \cdot 10^{22}$ kg

67. Un satélite de masa 500 kg describe una trayectoria circular de 10000 km de radio en torno a la superficie terrestre. En un momento dado se decide, desde la base en tierra, cambiarlo de órbita, para lo cual se le comunica un impulso tangente a su trayectoria encendiendo un cohete propulsor. Si la nueva órbita en la que queda estabilizado el satélite es de 12000 km de radio, calcula, sabiendo que la masa de la Tierra es $M_T = 5'97 \cdot 10^{24}$ kg y que $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$: a) La velocidad orbital del satélite en cada órbita. b) El momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra, en cada órbita. c) Si el cambio de órbita se realiza en un día, ¿cuál es el valor medio del momento ejercido por el cohete sobre el satélite?.

SOL: a) $v_{o,1} = 6'31 \cdot 10^3$ m/s; $v_{o,2} = 5'76 \cdot 10^3$ m/s; b) $L_{o,1} = 3'15 \cdot 10^{13}$ kg.m²/s; $L_{o,2} = 3'46 \cdot 10^{13}$ kg.m²/s; c) $M_F = 3'59 \cdot 10^7$ N.m

68. Suponiendo que la Tierra describe una circunferencia alrededor del Sol y que el radio de esta órbita es $1'5 \cdot 10^{11}$ m. a) ¿Cuánto vale la masa del Sol?. b) ¿Cuál es el momento angular orbital de la Tierra?. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg.

SOL: a) $M_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30}$ kg; b) $L = 2'69 \cdot 10^{40}$ J.s.

69. Un astronauta hace experimentos con un péndulo de 1 m de longitud en un planeta que tiene un radio $r = 0'7 \cdot R_T$. Si el periodo de oscilación es $2'5$ s, ¿cuál es la masa del planeta?. Datos: $R_T = 6370$ km. SOL: $1'88 \cdot 10^{24}$ kg.

70. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra el valor de la intensidad del campo gravitatorio disminuye en un 0'1 por 100 de su valor en la superficie?. Datos: Radio de la Tierra = 6380 km. (LOGSE, junio 95). SOL: $h = 2960$ m.

71. Supóngase que la Tierra en su movimiento alrededor del Sol describe una trayectoria circular con velocidad lineal de 30 km/s. Calcular: a) El radio de la órbita; b) La masa del Sol. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$. (LOGSE, sepbre 95).

SOL: a) $r = 1'5 \cdot 10^{11}$ m; b) $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

72. La Tierra en su movimiento alrededor del Sol está sometida a fuerzas centrales, por lo que su momento angular es constante. A partir de lo anterior, demuestra: a) Que la trayectoria de los planetas es plana; b) Que el sentido de giro alrededor del Sol es siempre el mismo; c) Que se cumple la 2ª ley de Kepler (velocidad areolar es cte).

SOL: $dA = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge d\vec{r}| = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge \vec{v}| dt \Rightarrow V_{\text{areolar}} = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge \vec{v}| = \frac{|\vec{L}|}{2m}$ porque $|\vec{L}| = |\vec{r} \wedge m\vec{v}| = m|\vec{r} \wedge \vec{v}|$

73. Se pretende situar un satélite artificial, de 100 kg de masa, en una órbita circular a 500 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcula: a) La velocidad que debe poseer el satélite para girar en esa órbita; b) El momento angular del satélite; c) La energía que fue preciso comunicarle desde la superficie terrestre para ponerlo en órbita; d) El valor de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en esa órbita. SOL: a) $v_{\text{orbital}} = 7603$ m/s; b) $|\vec{L}| = 5'24 \cdot 10^{12}$ J.s; c) $3'34 \cdot 10^9$ J; d) $8'36 \text{ m/s}^2$.

74. El planeta Marte tiene un radio (R_M) de 3393 km. Fobos, uno de sus rocosos satélites, describe una órbita cuyo radio medio es $2'77 \cdot R_M$ y que tiene un período de 7 horas y 39 minutos. ¿Cómo podemos averiguar la masa del planeta Marte y la aceleración gravitacional en la superficie marciana?. SOL: $M_M = 6'47 \cdot 10^{23}$ kg; $g_M = 3'74 \text{ m/s}^2$.

75. Suponiendo la Tierra como una esfera homogénea de radio R y despreciando efectos que sobre las fuerza de atracción entre masas ejerce la rotación de la Tierra alrededor de su eje, determine la altura h a la que hay que elevar sobre la superficie terrestre una masa de 1 kg para que su peso se reduzca a la mitad. Discuta los resultados. Comunidad valenciana. SOL: $h = 0'414 \cdot R_T$

76. Calcula la velocidad de escape de un cohete lanzado desde la Luna ($M_L = 7'36 \cdot 10^{22}$ kg; $R_L = 1'74 \cdot 10^6$ m). SOL: 2370 m/s.

77. Si se deja caer un objeto de masa m sobre la Tierra partiendo del reposo a gran altura llega a la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape. Comprueba que se cumple esta afirmación.

78. Calcula el valor de la aceleración de la gravedad en mercurio, si el radio de la Tierra es tres veces mayor que el de éste, y la densidad de mercurio es 0'6 veces la densidad media de la Tierra. SOL: $1'96 \text{ m/s}^2$.

79. La masa de Saturno es aproximadamente igual a los 3/10 de la masa de Júpiter, y su radio es 5/6 del de Júpiter. Se sabe, además, que la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter es de 59400 m/s. Con estos datos, Calcule: a) La velocidad de escape desde la superficie de Saturno; b) El peso que tendrá en Saturno un objeto cuyo peso en Júpiter sea de 1 N. (LOGSE, junio 97). SOL: a) 35640 m/s; b) 0'432 N.

80. a) Determine la velocidad de la Tierra en su movimiento de traslación en torno al Sol, de duración 365 días, suponiendo su órbita circular y de radio $1'5 \cdot 10^8$ km; b) Calcule el momento angular de la tierra respecto centro del Sol, despreciando el movimiento de la rotación de la Tierra sobre sí misma. (LOGSE, sepbre 97). SOL: a) $v = 29885'7$ m/s; b) $L = 2'68 \cdot 10^{40}$ J.s.

81. ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en un punto y no serlo el potencial?. En caso afirmativo pon un ejemplo.

82. Demuestra que la velocidad de escape y la velocidad orbital de un satélite en torno a un planeta están relacionados por la ecuación:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{2} \cdot v_{\text{orbital}}$$

83. En un satélite, que se mueve alrededor de la Tierra, un tornillo se va aflojando, y termina por desprenderse del satélite. Despreciando posibles resistencias atmosféricas, ¿cuál será el comportamiento dinámico de ese tornillo suelto?. Razone la respuesta. (LOGSE, sepbre 97).

84. Dos masas $m_1 = 10 \text{ kg}$ y $m_2 = 15 \text{ kg}$ están situadas en los puntos (0, 4) y (6, 0) respectivamente. Calcular la intensidad del campo gravitatorio y el potencial gravitatorio creado por las masas en el punto (0, 0). Las coordenadas de los puntos están expresadas en metros. DATO: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. SOL: $\vec{E} = 2'78 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 4'16 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$; $V = -3'335 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$.

85. Velocidad de escape: concepto y cálculo de la misma. DATOS: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'4 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: $v_{\text{escape}} = 11183 \text{ m/s}$.

86. La masa lunar es 81 veces menor que la masa terrestre y su radio es 4 veces menor que el radio terrestre. Calcular la aceleración de la gravedad sobre la corteza lunar sabiendo que sobre la corteza terrestre es $9'8 \text{ m/s}^2$. ¿En qué punto entre la Tierra y la Luna un objeto estaría igualmente atraído por ambos astros, sabiendo que la distancia entre sus centros es $3'84 \cdot 10^8 \text{ m}$? SOL: $g_{\text{Luna}} = 1'935 \text{ m/s}^2$; A una distancia del centro de la Tierra de $3'456 \cdot 10^8 \text{ m} = 345600 \text{ km}$.

87. Un satélite de comunicaciones de masa 100 kg, está permanentemente sobre el meridiano de Astorga en una órbita ecuatorial circular. a) ¿Cuál es la altura de este satélite geoestacionario?; b) ¿Cuál es su velocidad orbital?; c) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en un punto de su órbita; d) ¿Cuál ha sido la energía que ha habido que comunicarle para hacerle orbitar?. DATOS: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'4 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: a) $h = 35897 \text{ km}$; b) $v = 3075'96 \text{ m/s}$; c) $g_h = 0'22 \text{ m/s}^2$; $E_C = 5'78 \cdot 10^9 \text{ J}$; $v_{\text{lanzamiento}} = 10751'7 \text{ m/s}$.

88. Se pretende situar un satélite de masa 100 kg, en una órbita circular a 630 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcula: a) La velocidad que debe poseer el satélite para girar en esa órbita; b) El momento angular del satélite; c) La energía mecánica del satélite en su órbita; d) La energía que fue preciso comunicarle al satélite desde la superficie terrestre para ponerlo en la citada órbita; e) El peso del satélite en su órbita; f) El potencial gravitatorio en un punto de la precitada órbita. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: a) $v_{\text{órbita}} = 7548'5 \text{ m/s}$; b) $L = 5'28 \cdot 10^{12} \text{ J} \cdot \text{s}$; c) $E_{\text{Mecánica}} = -2'849 \cdot 10^9 \text{ J}$; d) $E_C = 3'41 \cdot 10^9 \text{ J}$; e) $\text{Peso} = 814 \text{ N}$; f) $V = -5'7 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$.

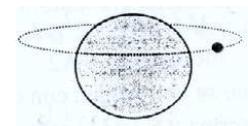
89. Se pretende situar un satélite de masa 100 kg, en una órbita circular a 1630 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcula: a) La velocidad que debe poseer el satélite para girar en esa órbita; b) El momento angular del satélite; c) La energía mecánica del satélite en su órbita; d) La energía que fue preciso comunicarle al satélite desde la superficie terrestre para ponerlo en la citada órbita; e) El peso del satélite en su órbita; f) El potencial gravitatorio en un punto de la precitada órbita. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $g_0 = 9'8 \text{ m/s}^2$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: a) $v_{\text{órbita}} = 7061 \text{ m/s}$; b) $L = 5'648 \cdot 10^{12} \text{ J} \cdot \text{s}$; c) $E_{\text{Mec}} = -2'493 \cdot 10^9 \text{ J}$; d) $E_C = 3'768 \cdot 10^9 \text{ J}$; e) $\text{Peso} = 623 \text{ N}$; f) $V_G = -4'98 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$.

90. Suponga que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1'5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y que la Tierra tarda $3'15 \cdot 10^7 \text{ s}$ en completar dicha órbita. Determine: a) La masa del Sol; b) El potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en que se halla la Tierra. LOGSE, junio 1998. SOL: a) $M_{\text{Sol}} = 2'01 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; b) $V_G = -8'95 \cdot 10^8 \text{ J/kg}$.

91. Un planeta hipotético describe una órbita circular alrededor del Sol con un radio tres veces mayor que el de la órbita terrestre (supuesta también circular). ¿Podría decirnos cuántos años terrestres recorrería el planeta en su órbita?. SOL: $T = 5'196 \text{ años}$.

92. Razone porqué es imposible que un satélite artificial describa en torno a la Tierra una órbita que, como la de la figura, no está contenida en el plano del Ecuador, sino en otro paralelo a él. LOGSE, junio 1998.

SOL: La fuerza de atracción (peso) no tiene la dirección del centro de la trayectoria.



93. Suponiendo que la órbita terrestre es circular, de $1'495 \cdot 10^{11} \text{ m}$ de radio, y que la Tierra invierte 365'25 días en su revolución completa, calcule: a) La intensidad del campo gravitatorio del Sol a la distancia a la que se halla la Tierra; b) La intensidad del campo gravitatorio del Sol en un punto que diste de éste la centésima parte que nuestro planeta. P.A.U. LOGSE, sepbre 1998. SOL: a) $M_{\text{Sol}} = 1'9858 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $E = 5'92 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$; b) $E' = 59'26 \text{ N/kg}$.

94. Un satélite de 250 kg de masa está en órbita circular en torno a la Tierra a una altura de 500 km sobre su superficie. Calcule: a) Su velocidad y su período de revolución; b) La energía necesaria para poner al satélite en órbita con esa velocidad. LOGSE, Junio 1999. SOL: a) $v = 7619'65 \text{ m/s}$; $T = 5665 \text{ s}$; b) $E_C = 8'35 \cdot 10^9 \text{ J}$.

95. Los meteoritos procedentes del espacio exterior alcanzarían la superficie de la Tierra con una velocidad de $1'12 \text{ km/s}$ si no existiese rozamiento con la atmósfera. a) ¿Desde qué altura aparente caerían, si se considerase constante el valor de la aceleración de la gravedad de $g = 9'8 \text{ m/s}^2$? b) ¿De qué distancia proceden en realidad, si se tiene en cuenta la variación de g con la altura?. LOGSE, sepbre 1999. SOL: a) $h = 64000 \text{ m}$; b) $h' = 64451 \text{ m}$.

96. Demuestra que la variación del campo gravitatorio terrestre con la latitud ϕ viene dado por la ecuación

$$\vec{g}_{\text{aparente}} = \vec{g}_0 - \vec{a}_{\text{normal}} = (-g_0 \cos \phi \vec{i} - g_0 \sin \phi \vec{j}) + \omega^2 r \vec{i} = (\omega^2 r - g_0 \cos \phi) \vec{i} - g_0 \sin \phi \vec{j} = (\omega^2 R \cos \phi - g_0 \cos \phi) \vec{i} - g_0 \sin \phi \vec{j}$$

97. Calcula la aceleración de la gravedad para una latitud 45° . SOL: $\vec{g}_{\text{aparente}} = -6'905 \vec{i} - 6'9929 \vec{j} \Rightarrow |\vec{g}_{\text{aparente}}| = 9'78 \text{ m/s}^2$.
98. El semieje mayor de la elipse que describe el cometa Halley alrededor del Sol es 18 veces el de la Tierra. Conociendo el período de rotación de la Tierra alrededor del Sol, un año, deduce el del cometa Halley. SOL: $T' = 76'367$ años.
99. Un satélite artificial gira alrededor de la Tierra a una altitud de 200 km. ¿Cuál es el período del satélite, si el de la Luna es de 27'3 días?. SOL: 88'3 minutos.
100. La masa del Sol es 324440 veces mayor que la de la Tierra y su radio 108 veces mayor que el terrestre. a) ¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en la superficie del Sol que en la de la Tierra?. ¿Cuál sería la altura máxima alcanzada por un proyectil que se lanzase verticalmente hacia arriba, desde la superficie solar, con una velocidad de 720 km/h.?. ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Andalucía. SOL: 27'8 veces mayor; $h_{\text{máxima}} = 71'9 \text{ m}$.
101. En un planeta cuyo radio es la mitad del radio terrestre, la aceleración de la gravedad en su superficie es de 5 m/s^2 . Calcule: a) la relación entre las masas del planeta y de la Tierra; b) la altura a la que es necesario dejar caer desde el reposo un objeto en el planeta, para que llegue a su superficie con la misma velocidad con que lo hace en la Tierra, cuando cae desde una altura de 100 m. (En la Tierra: $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$). Galicia. SOL: a) $M_p/M_T = 0'126$; b) $h = 200 \text{ m}$.
102. Un satélite de 2000 kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8000 km de radio. Determine: a) su momento angular respecto al centro de la órbita; b) sus energías cinética, potencial y total. ($G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$). Comunidad de Madrid. SOL: a) $L = 1'129 \cdot 10^{14} \text{ J.s}$; b) $E_C = 4'98 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $E_P = -9'97 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $E_{\text{Total}} = -4'98 \cdot 10^{10} \text{ J}$.
103. La masa de la Luna es, aproximadamente, $7'36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ y su radio $1'74 \cdot 10^6 \text{ m}$. Calcule: a) El valor de la distancia que recorrería una partícula en un segundo de caída libre hacia la Luna, si se abandona en un punto próximo a su superficie. b) En la superficie terrestre, al colocar un cuerpo en el platillo de una balanza y en el otro pesas por valor de 23'25 g se consigue el equilibrio. ¿Qué pesas tendríamos que utilizar para equilibrar la balanza con el mismo cuerpo, en la superficie de la Luna?. Comunidad de Madrid. SOL: a) $x = 0'81 \text{ m}$; b) 23'25 g.
104. Un satélite geostacionario está situado en el mismo plano que el ecuador terrestre, siendo su período de giro el mismo que el de la Tierra, por lo que aparenta permanecer sobre el mismo punto de la superficie. ¿A qué distancia del centro de la Tierra debe situarse?. $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. Cantabria. SOL: $h = 35880 \text{ km}$.
105. La masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y el radio medio de su órbita alrededor del Sol es $1'5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Calcular el valor del momento angular de la Tierra y su velocidad areolar. SOL: $L_o = 2'7 \cdot 10^{40} \text{ kg.m}^2/\text{s}$; $v_s = \pi r^2/T = 2'24 \cdot 10^{15} \text{ m}^2/\text{s}$.
106. Se dice que "la fuerza gravitatoria con que el Sol atrae a cada planeta es un ejemplo de fuerzas centrales". ¿Por qué?. ¿Qué consecuencia se deduce de esta afirmación?.
107. Si la velocidad areolar de un planeta es constante, lo será su velocidad lineal en el caso de que la órbita sea elíptica?. ¿Por qué?.
108. Calcular qué distancia separa al Sol de Júpiter, sabiendo que: a) Júpiter tarda 12 años en recorrer su órbita y b) la distancia media de la Tierra al Sol (supuesta circular la órbita terrestre) es $15 \cdot 10^{10} \text{ m}$. SOL: $R_J = 7'86 \cdot 10^{11} \text{ m}$.
109. Sabiendo que el período de revolución de Marte es de 687 días y el radio de su órbita alrededor del Sol es de $2'279 \cdot 10^{11} \text{ m}$, deduce la masa del Sol. SOL: $M_{\text{sol}} = 1'99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
110. Suponiendo que el radio de la órbita, supuesta circular, que describe Júpiter alrededor del Sol mide $7'86 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y que la masa del Sol es de $1'98 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, calcular el período de revolución de Júpiter. SOL: $T = 3'8 \cdot 10^8 \text{ s} = 12'08$ años.
111. La masa de la Luna es 0'0123 veces la masa de la Tierra, y su radio 0'25 veces el radio terrestre. ¿Qué masa habría que colocar en la Luna para que pesase lo mismo que pesa en la Tierra un cuerpo de masa 0'5 kg?. SOL: $m = 2'54 \text{ kg}$.
112. La masa de Júpiter es, aproximadamente $2'25 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ y su radio $7'2 \cdot 10^7 \text{ m}$. ¿Qué peso tendrá en Júpiter un cuerpo cuya masa en la Tierra es 80 kg?. ¿Cuál será su masa en Júpiter?. SOL: $P = 2300 \text{ N}$; $m = 80 \text{ kg}$.
113. Una partícula cuya velocidad es constante posee un momento angular nulo respecto de un punto. ¿Qué consecuencia se deduce de esta afirmación?.
114. Deducir en qué puntos, uno en el interior de la Tierra y otro exterior a ella, un cuerpo de masa m tiene el mismo peso. SOL: $h = 0'618 R = 3937 \text{ km}$.
115. La masa de la Luna es 1/81 la masa de la Tierra, y su radio es 1/4 del radio terrestre. ¿Cuánto vale g en la Luna?. ¿Cuánto pesaría un cuerpo en la Luna si su masa es 75 kg?. ¿Qué masa ha de tener en la Luna un cuerpo que en la Tierra pesa 800 N para que en la Luna tenga también este peso?. SOL: $g_{\text{Luna}} = 1'94 \text{ m/s}^2$; $P_{\text{Luna}} = 145 \text{ N}$; $m = 412 \text{ kg}$.
116. Un objeto de 90 kg pesa en Júpiter 2300 N. Si el radio de Júpiter es $7 \cdot 10^7 \text{ m}$, ¿cuál es su masa?. SOL: $M = 1'9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.
117. La masa de Marte es la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del terrestre. ¿Cuál es el valor de g en Marte?. ¿Qué altura alcanzaría un proyectil lanzado verticalmente hacia arriba en la superficie de Marte si la velocidad de lanzamiento es de 20 m/s?. SOL: $g_{\text{Marte}} = 0'4 g_o = 3'92 \text{ m/s}^2$; $h = 51 \text{ m}$.

118. ¿A qué distancia del centro de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio es igual a su valor en un punto del interior de la Tierra situado a una profundidad $h = 0'5$ veces el radio terrestre?. SOL: $r = 9050$ km.

119. En la superficie de cierto planeta de radio 2600 km, muy parecido a nuestra Tierra, la aceleración de la gravedad vale 10 m/s^2 . Se desea saber razonadamente la masa del planeta. SOL: $M = g r^2/G = 1 \cdot 10^{24}$ kg.

120. Un planeta hipotético describe una órbita circular alrededor del Sol con un radio tres veces mayor que el de la órbita terrestre (supuesta también circular). ¿En cuántos años terrestres recorrerá el planeta su órbita?. SOL: $T = 5'196$ años.

121. La Luna es aproximadamente esférica, con masa $M_L = 7'35 \cdot 10^{22}$ kg y radio $R_L = 1'74 \cdot 10^6$ m. Desde su superficie se lanza verticalmente un objeto que llega a elevarse una altura máxima sobre la superficie $h = R_L$. Determina: a) La velocidad inicial con que se ha lanzado el objeto; b) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna y en el punto más alto alcanzado por el objeto. SOL: a) $v = 1679$ m/s; b) $g_o = 1'62 \text{ m/s}^2$; $g_h = 0'41 \text{ m/s}^2$.

122. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Neptuno en torno al Sol es 30 veces mayor que el de la Tierra, ¿cuántos años terrestres tarda Neptuno en recorrer su órbita?. SOL: $T = 164'32$ años terrestres.

123. La Luna describe una órbita casi circular en torno a la Tierra en 27'3 días. a) Calcule la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna. b) Calcule la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la tierra y de la Luna y a una distancia del centro de la Tierra de $3'4 \cdot 10^8$ m/s. c) Si en la Luna se deja caer, sin velocidad inicial, un objeto desde una altura de 10 m, ¿con qué velocidad llegará al suelo?. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. Masa de la Tierra = $6'0 \cdot 10^{24}$ kg. Radio de la Luna = $1'6 \cdot 10^6$ m. SOL: a) $r = 3'835 \cdot 10^8$ m; b) $M_L = 9'82 \cdot 10^{22}$ kg; c) $v = 7'15$ m/s.

124. Dos masas puntuales, $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 10$ kg, se encuentran situadas en el plano XY en dos puntos de coordenadas $(x_1, y_1) = (0, 1)$ y $(x_2, y_2) = (0, 7)$ respectivamente. Determine: a) Intensidad del campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto de coordenadas $(x, y) = (4, 4)$. b) Trabajo necesario para trasladar una masa de 1 kg situada en el punto $(0, 4)$ hasta el punto $(4, 4)$ en presencia de las otras dos masas, indicando la interpretación física que tiene el signo del trabajo calculado. Todas las coordenadas están expresadas en metros.

SOL: a) $\vec{E} = -0'48 G \vec{i} + 0'12 G \vec{j}$ (N/kg); b) $W = (-2G) J$. El trabajo hay que realizarlo en contra de las fuerzas del campo.

125. Un satélite artificial de la Tierra orbita alrededor de la misma describiendo una elipse. El punto A de la órbita que está más alejado del centro O terrestre se denomina apogeo; el perigeo P es el punto más próximo. a) Demostrar que el momento angular del satélite con respecto a O es constante. b) Usando la constancia de ese momento angular, demostrar que $OA \cdot v(A) = OP \cdot v(P)$, donde $v(A)$ y $v(P)$ son las velocidades del satélite en A y P, respectivamente. LOGSE, junio 2000.

126. Un satélite artificial de comunicaciones de masa 500 kg describe una órbita circular de 9000 km de radio en torno a la Tierra. En un momento dado, un investigador de la NASA decide variar su radio de órbita, para lo cual enciende uno de los cohetes propulsores del satélite, comunicándole un impulso tangente a su trayectoria antigua. Si el radio de la nueva órbita descrita por el satélite es de 13000 km, en torno a la Tierra, calcule: a) Velocidad orbital del satélite en cada órbita; b) Qué energía se habrá gastado para llevarlo a la nueva órbita. LOGSE, sepbre 2000. SOL: a) 6657 m/s y 5539 m/s; b) $3'41 \cdot 10^9$ J.

127. Dos satélites de comunicación A y B ($m_A > m_B$) giran alrededor de la Tierra en órbitas circulares de distinto radio ($R_A < R_B$). Se pide: a) ¿Cuál de los dos se moverá con mayor velocidad lineal?; b) ¿Cuál de los dos tendrá mayor período de revolución?. PAU LOGSE, sepbre 2000. SOL: a) $v_A > v_B$; b) $T_A < T_B$.

128. a) Enuncia la primera y la segunda ley de Kepler sobre el movimiento planetario. b) Comprueba que la segunda ley de Kepler es un caso particular del teorema de conservación del momento angular.

129. Dos satélites de masas $m_1 = m$ y $m_2 = 4m$ describen sendas trayectorias circulares alrededor de la Tierra, de radios $R_1 = R$ y $R_2 = 2R$, respectivamente. Se pide: a) ¿Cuál de las masas precisará más energía para escapar de la atracción gravitatoria terrestre?; b) ¿Cuál de las masas tendrá una mayor velocidad de escape?.

SOL: a) El satélite 2 necesita el doble de energía para escapar que el satélite 1. b) $(v_{\text{escape}})_1 = 1'414 (v_{\text{escape}})_2$

130. Una de las lunas de Júpiter, I_o , describe una trayectoria de radio medio $r = 4'22 \cdot 10^8$ m y período $T = 1'53 \cdot 10^5$ s. Se pide:

a) El radio medio de la órbita de otra luna de Júpiter, Calisto, sabiendo que su período es $1'44 \cdot 10^6$ s. b) Conocido el valor de G, encontrar la masa de Júpiter. Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ (S.I.). SOL: a) $1'88 \cdot 10^9$ m; b) $1'89 \cdot 10^{27}$ Kg.

131. Para los planetas del sistema solar, según la 3ª ley de Kepler, la relación R^3/T^2 es constante y vale $3'35 \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$, siendo R el radio de sus órbitas y T el período de rotación. Suponiendo que las órbitas son circulares, calcula la masa del Sol. Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ S.I.

SOL: $M_{\text{Sol}} = 1'98 \cdot 10^{30}$ kg

132. Demuestra que el movimiento de un cuerpo sometido a una única fuerza central es plano. ¿Qué teorema de conservación hemos de aplicar para hacer la demostración?.

133. En la superficie de un planeta de 3000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de 4 m/s^2 . A una altura de $2'5 \cdot 10^4$ km sobre la superficie del planeta, se mueve en una órbita circular un satélite con una masa de 100 kg. a) Dibuja la fuerza que actúa sobre el satélite y escríbela en forma vectorial. b) Calcula la masa del planeta. c) Calcula la velocidad y la energía total que debe tener el satélite para que no caiga sobre la superficie del planeta. Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ (S.I.).

SOL: a) $\vec{F} = -4'59 \vec{u}_r$ (N); b) $M_p = 5'4 \cdot 10^{23}$ kg; c) $v = 1134$ m/s; $E_{\text{Mec}} = -6'4 \cdot 10^7$ J

134. La masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra, su radio medio 10'85 veces el de la Tierra y su distancia media al Sol 5'2 veces la de la Tierra. Determina con estos datos: a) Su período orbital en torno al Sol con relación a un año terrestre. b) El valor de la gravedad en su superficie con relación al de la Tierra. SOL: a) $T_{\text{Júpiter}} = 11'85$ años; b) $g_{\text{Júpiter}} = 2'7 \cdot g_{\text{Tierra}} \cong 26'47 \text{ m/s}^2$

135. Calcula la masa de Marte sabiendo que Fobos, uno de sus dos satélites, completa una órbita de 9300 km de radio cada 0'32 días. SOL: $6'23 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

136. En la superficie de un planeta cuyo radio es 1/3 del de la Tierra, la aceleración gravitatoria es de 5'8 m/s². Con estos datos, determina: a) La relación entre las masas de ambos planetas; b) La altura desde la que debería caer un objeto en el planeta para que llegara a su superficie con la misma velocidad con que lo haría en la Tierra un cuerpo que se precipitara desde 50 m de altura. SOL: a) $m_p/m_T = 6'57 \cdot 10^{-2}$; b) 84'45 m

137. La masa de Saturno es 95'2 veces la de la Tierra. Encélado y Titán, dos de sus satélites, tienen períodos de revolución de 1'37 días y 15'95 días, respectivamente. Determina a qué distancia media del planeta orbitan estos satélites. SOL: $d_E = 237520 \text{ km}$; $d_T = 1223161 \text{ km}$

138. Determina cuantas veces es mayor la masa solar que la terrestre a partir de los datos orbitales de la Luna alrededor de la Tierra y de ésta alrededor del Sol. SOL: $M_S = 3'3 \cdot 10^5 M_T$

139. El Apolo VIII orbitó en torno a la Luna a una altura de su superficie de 113 km. Sabiendo que la masa lunar es 0'012 veces la terrestre y que su radio es 0'27 veces el terrestre, calcula: a) El período de su órbita; b) Su velocidad orbital y su velocidad angular; c) La distancia que recorrería un cuerpo en 1 segundo cayendo libremente en la superficie lunar; d) La altura a la que ascendería un cuerpo lanzado verticalmente si con esa velocidad se eleva en la Tierra hasta 20 m. SOL: a) 7113 s; b) $v = 1618 \text{ m/s}$; $w = 8'8 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$; c) 0'81 m; d) 121 m

140. La masa del planeta Saturno es 95'2 veces la de la Tierra, su radio es 9'4 veces el terrestre, y su distancia media al Sol es de 1'427.10¹² m. Calcula: a) La duración de su año en días terrestres; b) El valor de la gravedad en su superficie en relación con el terrestre. SOL: a) 10730 días; b) $g_S/g_T = 1'08$

141. Una masa cae desde 600 m de altura con una aceleración de 3'7 m/s² sobre la superficie de un planeta sin atmósfera cuyo radio es 0'4 veces el terrestre. a) ¿Cómo es la masa de este planeta en relación con la terrestre?. b) ¿Qué velocidad debería llevar una nave para orbitar a 500 km sobre la superficie del planeta?. c) ¿Cuánto tardaría en efectuar una órbita completa a esa altura?. SOL: a) $m_p/m_T = 0'06$; b) 2806'7 m/s; c) 0'08 días

142. La distancia de la Tierra al Sol es de 1'521.10¹¹ m en el afelio, mientras que en el perihelio es de 1'471.10¹¹ m. Si la velocidad orbital de la Tierra es de 30270 m/s en el perihelio, determina, por conservación de la energía mecánica, cuál será su velocidad orbital en el afelio. SOL: 29247'5 m/s

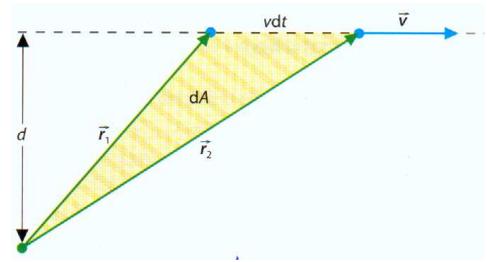
143. Determina la velocidad de escape de la superficie de un planeta cuyo radio es un tercio del terrestre, y cuya aceleración superficial es de 5'4 m/s². SOL: 4800 m/s

144. El satélite, de un determinado planeta de masa M, describe a su alrededor una órbita circular de radio R con un periodo T. a) Obtener la ecuación que relaciona estas tres magnitudes. b) Marte posee un satélite que describe a su alrededor una órbita circular de radio R = 9400 km con un período 460 minutos. ¿Cuál es la masa de Marte?. (Selectividad, junio 2001). SOL: a) $T^2/R^3 = 4\pi^2/GM$; b) $M = 4\pi^2R^3/GT^2 = 6'45 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

145. Si la masa de un cierto planeta es 1/30 de la masa de la Tierra, y su radio es 1/2 del radio terrestre, se pide: a) Valor de la aceleración de la gravedad en dicho planeta. b) Velocidad mínima con que se tiene que lanzar verticalmente un cuerpo desde la superficie del planeta descrito anteriormente, para que dicho cuerpo escape de la fuerza de atracción ejercida sobre aquél. Selectividad, sepbre 2001. SOL: a) 1'31 m/s²; b) 2889 m/s

146. Demostrar que en los movimientos circulares, el momento angular con respecto al centro de la circunferencia es perpendicular al plano que forman \vec{r} y \vec{p} y tiene la misma dirección y sentido que la velocidad angular $\vec{\omega}$.

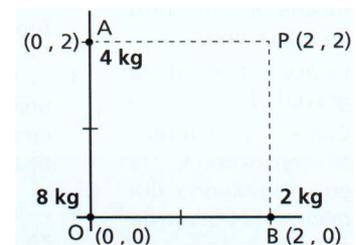
147. Una partícula se mueve con velocidad constante \vec{v} a lo largo de una recta cuya distancia a un origen O es d. Si en un tiempo dt el vector de posición barre un área dA, demuestra que la velocidad areolar es constante en el tiempo e igual a L/2m, expresión en la que L es el momento angular de la partícula con respecto al origen citado.



SOL: $|\vec{L}| = |\vec{r} \wedge m\vec{v}| = m|\vec{r} \wedge \vec{v}| \Rightarrow |\vec{r} \wedge \vec{v}| = \frac{\vec{L}}{m}$
 $dA = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge \vec{v} \cdot dt| = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge \vec{v}| dt \Rightarrow V_{\text{areolar}} = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \wedge \vec{v}| = \frac{|\vec{L}|}{2m} = \text{cte}$

148. El planeta Marte tiene un radio (r_M) de 3393 km. Fobos, uno de sus rocosos satélites, describe una órbita cuyo radio medio es 2'77.r_M y que tiene un período de 7 h 39 min 14 s. a) ¿Cómo podríamos averiguar el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie marciana?. b) Halla la masa de Marte. SOL: a) $g_M = 3'74 \text{ m/s}^2$; b) $M_M = 6'47 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

149. Calcula la masa de Marte sabiendo que Fobos, uno de sus dos satélites, completa una órbita de 9300 km de radio cada 0'32 días.
SOL: $6'23 \cdot 10^{23}$ kg
150. Determina cuántas veces es mayor la masa solar que la terrestre a partir de los datos orbitales de la Luna alrededor de la Tierra y de ésta alrededor del Sol. Datos: Período lunar = 27'3 días; radio órbita lunar = $3'84 \cdot 10^8$ m; radio órbita terrestre = $1'5 \cdot 10^{11}$ m.
SOL: $m_{\text{Sol}} = 3'3 \cdot 10^5 \cdot m_{\text{T}}$
151. ¿Cuál debería ser la masa de la Tierra, comparada con la real, para que la Luna girase en torno a nuestro planeta con el período actual, pero a una distancia dos veces mayor?. SOL: $m_{\text{T}} = 8 \cdot m_{\text{T Real}}$
152. El satélite de Júpiter llamado Ío orbita a una distancia del centro planetario de 422000 km, con un período de revolución de 1'77 días. Con estos datos, calcula a qué distancia se encuentra Europa, otra de sus lunas, si su período de revolución es de 3'55 días.
SOL: 671144 km
153. La masa de Saturno es 95'2 veces la de la Tierra. Encélado y Titán, dos de sus satélites, tienen períodos de revolución de 1'37 días y 15'95 días, respectivamente. Determina a qué distancia media del planeta orbitan estos satélites. SOL: $d_{\text{E}} = 2'37 \cdot 10^8$ m; $d_{\text{T}} = 1'22 \cdot 10^9$ m
154. La masa del planeta Saturno es 95'2 veces la de la Tierra, su radio es 9'4 veces el terrestre, y su distancia media al Sol es $1'427 \cdot 10^{12}$ m. Calcula: a) La duración de su año en días terrestres; b) El valor de la gravedad en su superficie en relación con el terrestre. Dato: $m_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30}$ kg. SOL: a) 10730 días; b) $g_{\text{S}}/g_{\text{T}} = 1'08$.
155. El período de un péndulo simple de 1 m de longitud en la superficie de la Luna es de 4'7 s. Si el radio lunar es $r_{\text{L}} = 1738$ km, determina: a) La gravedad en la superficie lunar. b) la velocidad de escape en la superficie de la Luna. SOL: a) $1'78 \text{ m/s}^2$; b) 2500 m/s
156. Halla el valor que tiene el campo gravitatorio en la superficie del planeta Júpiter, teniendo en cuenta que su masa es 300 veces la de la Tierra, y su radio, 11 veces mayor que el terrestre. SOL: $24'3 \text{ m/s}^2$
157. La distancia de la Tierra al Sol es de $1'521 \cdot 10^{11}$ m en el afelio, mientras que en el perihelio es de $1'471 \cdot 10^{11}$ m. Si la velocidad orbital de la Tierra es de 30270 m/s en el perihelio, determina cuál será su velocidad orbital en el afelio. SOL: 292475 m/s
158. Determina la velocidad de escape de la superficie de un planeta cuyo radio es un tercio del terrestre, y cuya aceleración superficial es de $5'4 \text{ m/s}^2$. SOL: 4800 m/s
159. La distancia media del planeta Marte al Sol es de $2'28 \cdot 10^8$ km. Si el período de rotación de Marte es de 1'88 años y el de Júpiter, 11'9 años, calcula la distancia media Júpiter-Sol. ¿Qué aproximaciones se han tenido que hacer para resolver el problema?.
SOL: $7'8 \cdot 10^8$ km.
160. Movimiento planetario: leyes de Kepler. LOGSE, junio 2002.
161. Un astronauta de 70 kg aterriza en el planeta Venus y observa que allí pesa 600 N. Si el diámetro de Venus es idéntico al de la Tierra, calcula la masa de Venus. Dato: $M_{\text{T}} = 6 \cdot 10^{24}$ kg. SOL: $M_{\text{Venus}} = 5'2 \cdot 10^{24}$ kg.
162. Un satélite describe una órbita circular de $3'7 \cdot 10^5$ km de radio y un período de 27'3 días alrededor de un planeta. Determinar la masa del planeta. SOL: $M = 5'39 \cdot 10^{24}$ kg.
163. Calcula el potencial gravitatorio que crea la Tierra, considerada como una masa puntual en los siguientes puntos: a) A una distancia de 6400 km de la corteza terrestre. b) En el punto en que se anulan los campos gravitatorios creados por la Tierra y la Luna. Datos: $M_{\text{T}} = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_{\text{L}} = M_{\text{T}}/81$. Distancia Tierra-Luna = 384000 km. SOL: a) $-3'12 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$; b) $-1'54 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.
164. Tres masas de 4, 8 y 2 kg se encuentran en los puntos A(0, 2), O(0, 0) y B(2, 0), respectivamente. a) Halla el campo gravitatorio en el punto P(2, 2). b) ¿Qué trabajo habría que realizar para llevar una masa de 5 kg desde el infinito hasta el punto (2, 2).
SOL: a) $\vec{E}_{\text{P}} = -1'138 \cdot 10^{-10} \vec{i} - 8'05 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$;
b) $W_{\infty}^{\text{P}} = 1'943 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.



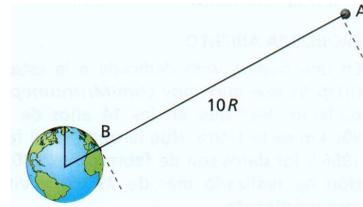
165. Dos masas puntuales de $m = 2$ kg y $M = 5$ kg se encuentran separadas 1 m. a) ¿En qué punto a lo largo de la línea que une las masas, se anula el potencial gravitatorio?. b) ¿Y el campo gravitatorio?. SOL: a) En el ∞ ; b) A 0'38 m de m y a 0'62 m de M.
166. Halla la velocidad de escape para un proyectil en Marte sabiendo que la gravedad en su superficie es 0'38 veces la de la Tierra. Radio de Marte = 3200 km. SOL: 4882 m/s.
167. La Luna dista de la Tierra 384000 km y su período de revolución es de 27'32 días. ¿Cuál sería su período de revolución si la distancia se redujese a la mitad. SOL: 9'659 días.
168. ¿Cuál debería ser la velocidad inicial de la Tierra para que escapase del Sol y se dirigiera hacia el infinito?. Supóngase que la Tierra se encuentra describiendo una órbita circular alrededor del Sol. Datos: Distancia Tierra-Sol = $1'5 \cdot 10^{11}$ m; $M_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30}$ kg; $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. SOL: 42174 m/s.

169. Un cuerpo se encuentra a una distancia de la Tierra igual a diez veces el radio de ésta. Halla la velocidad con la que llegará a la superficie de la Tierra.

Datos: Masa de la Tierra = $5'98 \cdot 10^{24}$ kg.

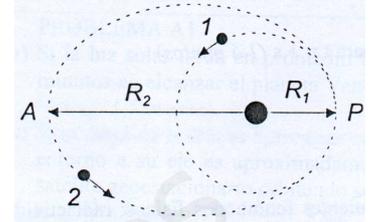
Radio de la Tierra = 6370 km.

SOL: 10670 m/s



170. Dos planetas de masas iguales orbitan alrededor de una estrella de masa mucho mayor. El planeta 1 describe una órbita circular de radio $R_1 = 1 \cdot 10^8$ km con un período de rotación $T_1 = 2$ años, mientras que el planeta 2 describe una órbita elíptica cuya distancia más próxima es $R_1 = 1 \cdot 10^8$ km y la más alejada es $R_2 = 1'8 \cdot 10^8$ km tal como muestra la figura. a) Obtener el período de rotación del planeta 2 y la masa de la estrella. b) Calcular el cociente entre la velocidad del planeta 2 en los puntos P y A. (LOGSE, junio 2002).

SOL: a) $T_2 = 3'313$ años; $M = 1'48 \cdot 10^{29}$ kg; b) 1'8



171. Dos proyectiles son lanzados hacia arriba en dirección perpendicular a la superficie de la Tierra. El primero de ellos sale con una velocidad de 5 km/s y el segundo, con 15 km/s. Despreciando el rozamiento con el aire y la velocidad de rotación de la Tierra, se pide: a) ¿Cuál será la máxima altura que alcanzará el primer proyectil. b) ¿Cuál será la velocidad del segundo proyectil cuando se encuentre muy lejos de la Tierra?. Datos: $g = 9'8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6370 \text{ km}$. SOL: a) 1530 km; b) 9970 m/s

172. Calcula el campo gravitatorio en Marte sabiendo que el radio de Marte es la mitad que el de la Tierra y que su masa es la décima parte de la Tierra. Gravedad en la Tierra = $9'8 \text{ m/s}^2$. SOL: $3'92 \text{ m/s}^2$.

173. a) Si la luz solar tarda en promedio 8'33 minutos en llegar a la Tierra, 12'7 minutos a Marte y 6'1 minutos en alcanzar el planeta Venus, calcular el período de rotación, en torno al Sol, de Marte y Venus. b) Si la masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la de la Tierra y su período de rotación en torno a su eje es aproximadamente igual al de la Tierra, calcular el radio de la órbita de un satélite geoestacionario orbitando sobre el Ecuador de Marte. (LOGSE, sepbre 2002).

SOL: a) $T_{\text{Marte}} = 1'88$ años = 687'1 días; $T_{\text{Venus}} = 0'626$ años = 228'7 días; b) $r = 1'961 \cdot 10^7 \text{ m} = 19611 \text{ km}$.

174. Demuestre que el campo gravitatorio es un campo conservativo. (LOGSE, sepbre 2002).

175. Supongamos que la Tierra, manteniendo su masa, aumentara su radio medio. ¿Cómo variaría la velocidad de escape?.

SOL: $v_e' = v_e \cdot \sqrt{R_T / R'}$

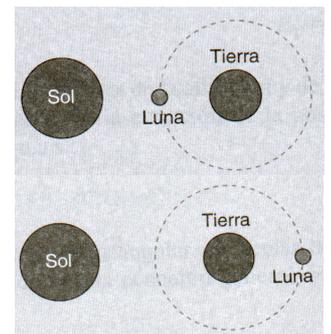
176. ¿Cuál es la velocidad orbital de un satélite que recorre una órbita circular de radio $R = 5 R_T$ si supones que el único astro del Universo es la Tierra?. Dato: $R_T = 6400 \text{ km}$. SOL: 3542 m/s

177. Determina la variación de la energía potencial de la Luna, correspondiente a su interacción gravitatoria con el Sol y la Tierra, entre las posiciones de eclipse de Sol y eclipse de Luna. (Supón circulares tanto la órbita de la Tierra alrededor del Sol como la de la Luna alrededor de la Tierra). Datos : Radio de la órbita Luna-Tierra = $3'8 \cdot 10^8 \text{ m}$; Radio de la órbita Tierra-Sol = $1'5 \cdot 10^{11} \text{ m}$; Masa de la Tierra = $5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Masa de la Luna = $7'35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; Masa del Sol = $1'99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

SOL: $E_{P1} = m_L \left(\frac{-G M_s}{r_{s-1}} - \frac{G M_T}{r_{l-t}} \right) = -6'53 \cdot 10^{31} \text{ J}$;

$E_{P2} = m_L \left(\frac{-G M_s}{r_{s-1}} - \frac{G M_T}{r_{l-t}} \right) = -6'49 \cdot 10^{31} \text{ J}$;

$\Delta E_p = E_{P2} - E_{P1} = 4 \cdot 10^{29} \text{ J}$



178. Dos satélites artificiales de la Tierra, S_1 y S_2 , describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en un mismo plano, de radios $r_1 = 8000 \text{ km}$ y $r_2 = 9034 \text{ km}$, respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado. a) ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?. b) ¿Qué relación existe entre los períodos orbitales de los satélites?. ¿Qué posición ocupará el satélite S_2 cuando el satélite S_1 haya completado seis vueltas desde el instante inicial?. SOL: a) $v_1/v_2 = 1'06$; b) $T_1/T_2 = 0'83$; $\phi_1 = 6$ vueltas; $\phi_2 = 5'02$ vueltas.

179. La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es de $3'7 \text{ m/s}^2$. El radio de la Tierra es de 6370 km, y la masa de Marte es un 11% de la de la Tierra. Calcula: a) El radio de Marte; b) La velocidad de escape desde la superficie de Marte; c) El peso en dicha superficie de un astronauta de 80 kg de masa. SOL: a) $R_M = 3'44 \cdot 10^6 \text{ m}$; b) $v_e = 5043 \text{ m/s}$; c) Peso = 296 N.

180. Un meteorito, de 100 kg de masa, se encuentra inicialmente en reposo a una distancia sobre la superficie terrestre igual a 6 veces el radio de la Tierra. a) ¿Cuánto pesa en ese punto?. b) ¿Cuánta energía mecánica posee?. c) Si cae a la Tierra, ¿con qué velocidad llegará a la superficie?. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

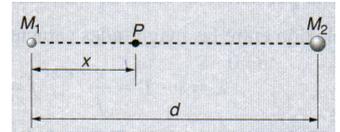
SOL: a) Peso = 20'1 N; b) $E_p = -8'95 \cdot 10^8 \text{ J}$; c) $v = 10360 \text{ m/s}$

181. Determinar el radio de la órbita circular alrededor de la Tierra de un satélite si el período de la órbita Tierra es 3 días y el radio de la Tierra vale $6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$. SOL: $r = 8'8 \cdot 10^7 \text{ m}$.

182. Un satélite de 2000 kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8000 km de radio. Determinar: a) Su momento angular respecto al centro de la órbita. b) Sus energías cinética, potencial y total.
 Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $m_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. SOL: a) $v = 7060 \text{ m/s}$; $L = rmv = 1'13 \cdot 10^{14} \text{ J}\cdot\text{s}$;
 b) $E_C = 4'98 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $E_P = -9'97 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $E_{\text{Total}} = E_C + E_P = -4'99 \cdot 10^{10} \text{ J}$.

183. a) Enuncia las leyes de Kepler. b) Europa es un satélite de Júpiter que tarda 3'55 días en recorrer su órbita, de $6'71 \cdot 10^8 \text{ m}$ de radio medio, en torno a dicho planeta. Otro satélite de Júpiter, Ganímedes, tiene un período orbital de 7'15 días. Calcula el radio medio de la órbita de Ganímedes y la masa de Júpiter. Dato: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$. SOL: $r_{\text{Gan.}} = 10'7 \cdot 10^8 \text{ m}$; $M_{\text{Júp.}} = 1'9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

184. a) Explica el concepto de campo gravitatorio creado por una o varias partículas. b) Dos partículas, de masas M_1 y $M_2 = 4M_1$, están separadas una distancia $d = 3 \text{ m}$. En el punto P, situado entre ellas, el campo gravitatorio total es nulo. Calcula la distancia x entre P y M_1 . SOL: $x = 1 \text{ m}$.



185. Un vehículo espacial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna a 113 km por encima de su superficie. Calcular: a) El período del movimiento. b) Las velocidades lineal y angular del vehículo. c) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $m_L = 7'36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1740 \text{ km}$.
 SOL: a) $T = 7150 \text{ s}$; b) $v = 1620 \text{ m/s}$; $w = 8'78 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$; $v_e = 2302 \text{ m/s}$

186. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7'2 km/s. a) ¿A qué altitud se encontraba?. b) ¿Cuántos amaneceres completos contemplaban cada 24 horas los astronautas que viajaban en el interior de la nave?. SOL: a) $h = 7369 \text{ km}$; b) $T = 1'45 \text{ h}$; cada 24 horas ven 16'5 amaneceres, y puesto que es imposible ver medio amanecer, el número de veces observados es 16.

187. Calcula la distancia que separa al Sol de Júpiter sabiendo que el tiempo que tarda Júpiter en dar una vuelta alrededor del Sol es 12 veces mayor que el que tarda la Tierra. Dato: distancia de la Tierra al Sol = $1'5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. SOL: $D = 7'86 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

188. Comprobar que el período de la Tierra alrededor del Sol es 365 días y el de la Luna alrededor de la Tierra es 28 días. Datos: distancia Tierra-Sol = $1'496 \cdot 10^{11} \text{ m}$, distancia Tierra-Luna = $3'84 \cdot 10^8 \text{ m}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
 SOL: $T_{\text{Tierra}} = 365'2 \text{ días}$; $T_{\text{Luna}} = 28'1 \text{ días}$.

189. La distancia media de Júpiter al Sol es 5'2 veces mayor que la de la Tierra al Sol. ¿Cuál es su período?. SOL: $T = 11'86 \text{ años}$.

190. Marte se encuentra un 52 % más alejado del Sol que de la Tierra. Hallar la duración de un año marciano. SOL: $T_{\text{Marte}} = 1'87 \text{ años}$.

191. Si la Tierra redujese su radio a la mitad conservando su masa, a) ¿cuál sería la intensidad de la gravedad en su superficie?.

b) ¿Cuánto valdría la velocidad de escape de su superficie?. PAU LOGSE, junio 2003.

SOL: a) $g' = 4 \cdot g_0 = 39'2 \text{ m/s}^2$; b) $v'_e = \sqrt{2} \cdot v_e = 15826 \text{ m/s}$

192. ¿Qué se entiende por satélite geoestacionario?. ¿Sería posible colocar un satélite de este tipo en una órbita fuera del plano del ecuador terrestre?. Razone su respuesta. PAU LOGSE, sepbre 2003.

193. Se lanza un satélite de comunicaciones de masa 500 kg que describe una órbita circular en torno a la Tierra de radio = $2 \cdot R_T$, siendo R_T el radio terrestre. a) Calcule la velocidad de traslación y el periodo de revolución del satélite. b) Si el lanzamiento se realiza desde un punto del ecuador terrestre y hacia el este, calcule la energía total que se tiene que suministrar al satélite para que alcance dicha órbita. PAU LOGSE, sepbre 2003. SOL: a) $v = 5595 \text{ m/s}$; $T = 14306 \text{ s}$; b) $E_c = 2'348 \cdot 10^{10} \text{ J}$

194. La Estación Espacial Internacional (ISS) describe alrededor de la Tierra una órbita prácticamente circular a una altura $h = 390 \text{ km}$ sobre la superficie terrestre, siendo su masa $m = 415$ toneladas. a) Calcule su período de rotación en minutos así como la velocidad con la que se desplaza. b) ¿Qué energía se necesitaría para llevarla desde la órbita actual a otra a una altura doble?. ¿Cuál sería el período de rotación en esta nueva órbita?. PAU LOGSE, junio 2004. SOL: a) $T = 5529 \text{ s} \approx 92 \text{ min}$; $v = 7689 \text{ m/s}$; b) $\Delta E = 6'68 \cdot 10^{11} \text{ J}$; $T' = 6015 \text{ s}$

195. Explique los siguientes conceptos: campo gravitatorio, potencial gravitatorio, energía potencial gravitatoria y velocidad de escape. PAU LOGSE, junio 2004.

196. Se eleva un objeto de masa $m = 20 \text{ kg}$ desde la superficie de la Tierra hasta una altura $h = 100 \text{ km}$. a) ¿Cuánto pesa el objeto a esa altura?. b) ¿Cuánto ha incrementado su energía potencial?. PAU LOGSE, sepbre 2004. SOL: a) $P = 190'56 \text{ N}$; b) $\Delta E_P = 1'94 \cdot 10^7 \text{ J}$

197. Enuncia las leyes de Kepler para el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Ley de gravitación universal de Newton.

198. Velocidad de escape: concepto, obtener la fórmula correspondiente y cálculo de la misma para un objeto situado en la corteza terrestre.

199. a) ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en un punto y no serlo el potencial?. Pon un ejemplo.

b) Comenta razonadamente las diferencias entre diferencia de potencial gravitatorio y diferencia de energía potencial gravitatoria.

c) Velocidad de escape: concepto, obtener la fórmula correspondiente y cálculo de la misma para un objeto situado en la corteza terrestre.

200. Enuncia las leyes de Kepler (ley de órbitas, ley de las áreas y ley de los períodos). Consecuencias. ¿Es erróneo suponer que las órbitas que describen los planetas alrededor del Sol son circulares?. ¿Por qué?. ¿Por qué la ley de Newton tiene carácter universal?.

201. Campo gravitatorio creado por una masa (concepto, intensidad de campo, líneas de fuerza, características del campo, etc.)
202. La Tierra en su movimiento alrededor del Sol está sometida a fuerzas centrales, por lo que su momento angular es constante. A partir de lo anterior, demuestra: a) Que la trayectoria de los planetas es plana; b) Que el sentido de giro alrededor del Sol es siempre el mismo; c) Que se cumple la 2ª ley de Kepler (velocidad areolar es cte). d) Demuestra que la Tierra lleva mayor velocidad en el perihelio (zona más próxima al Sol) que en el afelio (zona más alejada del Sol).
203. a) Demostrar la validez de la expresión $E_p = m g h$ para la energía potencial, en puntos próximos a la superficie de la Tierra.
 b) Velocidad de escape: concepto, cálculo y valor de la misma en la corteza terrestre.
 c) Si se deja caer un objeto de masa m sobre la Tierra partiendo del reposo a gran altura llega a la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape. Comprueba que se cumple esta afirmación.
204. Leyes de Kepler: enunciado. Consecuencias de que un astro en su movimiento esté sometido a fuerzas centrales.
205. Velocidad de escape: concepto, obtener la fórmula correspondiente y cálculo de la misma para un objeto situado en la corteza terrestre. Comprueba que si se deja caer un objeto de masa m sobre la Tierra partiendo del reposo a gran altura llega a la superficie de la Tierra con una celeridad igual a la velocidad de escape. Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$.
206. Se eleva un objeto de masa $m = 20 \text{ kg}$ desde la superficie de la Tierra hasta una altura $h = 100 \text{ km}$. a) ¿Cuánto pesa el objeto a esa altura?. b) ¿Cuánto ha incrementado su energía potencial?. PAU LOGSE, sepbre 2004. SOL: a) $P = 190'56 \text{ N}$; b) $\Delta E_p = 1'94 \cdot 10^7 \text{ J}$
207. La sonda espacial europea Mars Express orbita en la actualidad en torno a Marte recorriendo una órbita completa cada 7'5 horas, siendo su masa de aproximadamente 120 kg. a) Suponiendo una órbita circular, calcule su radio, la velocidad con que la recorre la sonda y su energía en la órbita. b) En realidad, esta sonda describe una órbita elíptica de forma que pueda aproximarse lo suficiente al planeta como para fotografiar su superficie. La distancia a la superficie marciana en el punto más próximo es de 258 km y de 11560 km en el punto más alejado. Obtenga la relación entre las velocidades de la sonda en estos dos puntos. DATOS: Radio de Marte: 3390 km; Masa de Marte: $6'421 \cdot 10^{23} \text{ kg}$. PAU LOGSE, junio 2005. SOL: a) $r = 9'247 \cdot 10^6 \text{ m}$; $v = 2152 \text{ m/s}$; $E_{\text{Mec}} = -2'778 \cdot 10^8 \text{ J}$; b) $v_p/v_A = 4'098$
208. Enuncie las leyes de Kepler. PAU LOGSE, junio 2005.
209. La masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra y su radio 11 veces el de la Tierra. Su satélite llamado Io se mueve en una órbita aproximadamente circular, con un período de 1 día, 18 horas y 27 minutos. Calcule: a) el radio de la órbita de este satélite, su velocidad lineal y su aceleración. b) la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta Júpiter. PAU LOGSE, junio 2006. SOL: a) $r = 4'216 \cdot 10^8 \text{ m}$; b) $v = 17336 \text{ m/s}$; $a = 0'712 \text{ m/s}^2$; b) $g_J = 25'8 \text{ m/s}^2$
210. Un pequeño satélite de 1500 kg de masa, gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de la Luna. a) Calcule el periodo del satélite y determine la energía mecánica total que posee el satélite en su órbita. b) Deduzca y calcule la velocidad de la Luna. Datos: Masa de la Luna. $7'35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; Radio de la Luna: 1740 km. PAU LOGSE, sepbre 2006. SOL: a) $T = 3'38 \cdot 10^4 \text{ s}$; $E_{\text{Mec}} = -7'05 \cdot 10^8 \text{ J}$; b) $v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2374 \text{ m/s}$

Test de autoevaluación

- Un campo de fuerzas se llama central cuando el vector campo en cada punto está dirigido hacia un centro o polo de atracción (repulsión) y, además: a) No es necesario nada más. b) El módulo del vector fuerza en cada punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del punto al centro o polo. c) El módulo del vector fuerza en cada punto depende solo de la distancia del punto al polo. d) El módulo del vector fuerza en cada punto es directamente proporcional a la distancia del punto al polo. SOL: c
- Dos satélites A y B cuyas masas son, respectivamente, m_A y $m_B = 50.m_A$, se mueven en el mismo plano alrededor de la Tierra y tienen el mismo momento angular. La velocidad del satélite A es el doble que la de B. El radio de su órbita será: a) Igual a la del B. b) El doble que la del B. c) La mitad que la del B. d) 25 veces mayor que la del B. SOL: d
- Si el momento angular de una partícula respecto a un punto se conserva: a) La resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula es cero porque, así, el momento de dicha resultante es cero. b) La fuerza está dirigida hacia dicho punto. c) Se trata de una fuerza central. d) Se trata de una partícula que se mueve en un campo de fuerzas conservativo. SOL: b
- Cuando el radio de la órbita de un planeta es k veces superior al de otro planeta, su periodo de revolución es: a) k veces superior, ya que la longitud de la órbita aumenta proporcionalmente al radio. b) No tienen ninguna relación fija, ya que cada planeta recorre su órbita a una velocidad propia. c) k^{15} veces mayor. d) k^3 veces mayor. SOL: c
- Si, por alguna razón, la masa de la Tierra se redujese a la mitad, para que la fuerza de atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna se mantuviese constante, la distancia entre ambas debería: a) Hacerse $\sqrt{2}$ veces menor. b) Hacerse $\sqrt{2}$ veces mayor. c) Hacerse 2 veces mayor. d) Hacerse 2 veces menor. SOL: a
- Señala cuáles de estas fuerzas son conservativas: a) Las fuerzas de viscosidad de un fluido. b) El peso. c) La fuerza de rozamiento. d) La resistencia del aire. SOL: b
- El peso de una persona es mayor: a) En la cima de una montaña que en la superficie de la Tierra. b) En todas partes es igual. c) En la superficie de la Tierra que en el fondo de un pozo. d) Cuanto más nos acercamos al centro de la Tierra, ya que allí la densidad de la Tierra es mayor. SOL: c
- Los satélites en órbita geoestacionaria se colocan en el plano del ecuador: a) Porque no hay otra posibilidad de que la órbita sea geoestacionaria. b) Por razones técnicas. c) Porque, como la mayoría se destinan a comunicaciones, así tienen una mayor cobertura de la Tierra. d) Porque es más fácil su lanzamiento. SOL: a
- La energía potencial de un cuerpo de masa m a una distancia r de la Tierra, si admitimos que la energía potencial es cero en la superficie del planeta y llamamos R_T al radio de la Tierra y M_T a su masa, es:
a) $E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{r}$; b) $E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{r - R_T}$; c) $E_p = G \frac{M_T \cdot m}{r} (r - R_T)$; d) $E_p = G M_T m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r} \right)$. SOL: d
- Si los planetas fueran esferas homogéneas, para que la velocidad de escape resultara la misma en todos: a) La densidad tendría que variar de modo que el producto de la densidad de cada planeta por el cuadrado de su radio fuese constante. b) Habrían de tener todos la misma densidad. c) Tendrían que ser todos del mismo tamaño. d) El producto de la densidad por el radio debería ser constante. SOL: a
- Los planetas se mueven alrededor del Sol en órbitas elípticas, por lo que no siempre se encuentran a la misma distancia de él. Debido a esto: a) Su velocidad es mayor en el afelio, porque están más alejados del Sol. b) Su velocidad es la misma en todos los puntos de su trayectoria, ya que la distancia no tiene que ver. c) Su velocidad es mayor en el perihelio, según se prueba por la segunda ley de Kepler. d) Su velocidad es constante porque su periodo de revolución también lo es. SOL: c
- El vector intensidad de campo gravitatorio terrestre coincide con la aceleración de la gravedad: a) Solo cuando los cuerpos se mueven en caída libre. b) Siempre. c) Solo en la superficie de la Tierra. d) En puntos por encima de la superficie terrestre. SOL: b
- Se tienen dos cuerpos de masa m , compuestos por dos sustancias distintas que se subliman y separados por una distancia r . Al cabo de un cierto tiempo la masa del primero se ha reducido a la mitad, y la del segundo a la octava parte. Para que la fuerza de atracción entre ellos recupere su valor, es necesario: a) Acercarlos hasta una distancia igual a la cuarta parte de la inicial. b) Acercarlos hasta una distancia igual a la sexta parte de la inicial. c) Acercarlos hasta una distancia 16 veces menor que la inicial. d) Acercarlos hasta una distancia igual a la mitad de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de 8 y 2. SOL: a
- Se mueve un objeto de masa m en el campo gravitatorio de la Tierra, desde el punto A al B de la figura y luego desde el C al B. Se supone que no hay rozamientos y que se compara el trabajo realizado para ir desde A hasta B con el realizado para ir desde C hasta B:
a) El primero es mayor porque la distancia recorrida es mayor. b) Son iguales. c) El primero es menor porque el plano inclinado ayuda. d) No se pueden comparar si no hay rozamientos. SOL: d

