

MOVIMIENTO ONDULATORIO

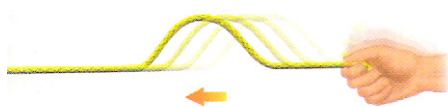
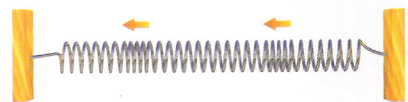
- 1.- Movimiento ondulatorio
- 2.- Clasificación de las ondas
 - I. Pulso, tren de ondas.
 - II. Longitudinales, transversales.
 - III. Mecánicas, electromagnéticas.
 - IV. Unidimensionales, bidimensionales, tridimensionales.
- 3.- Velocidad de propagación de las ondas.
- 4.- Magnitudes características de una onda.
- 5.- Ecuación de una onda.
- 6.- Doble periodicidad de la ecuación de una onda.
- 7.- Energía e intensidad del movimiento ondulatorio.
 - I. Amortiguación de una onda.
- 8.- El sonido. Nivel de intensidad sonora.
- 9.- Interferencias
- 10.- Principio de Huygens
- 11.- Difracción.
- 12.- Reflexión de las ondas
- 13.- Refracción de las ondas.
- 14.- Polarización de las ondas transversales.
- 15.- Efecto Doppler.

1.- Movimiento ondulatorio.

Si se deja caer una piedra en un estanque en reposo, una serie de círculos concéntricos se extiende desde el punto de impacto. Se ha producido una perturbación (desplazamiento oscilatorio de arriba y abajo del agua) en la zona donde ha caído la piedra y las partículas de la superficie del agua se mueven en torno a su posición inicial.

Al caer la piedra, las moléculas de agua con las que choca comienzan a vibrar y las próximas a ellas hacen lo mismo, puesto que la perturbación introducida se propaga a través del medio elástico.

Si en un muelle fijo por ambos extremos se desplaza un trozo del mismo a lo largo de su longitud y a continuación se suelta, ese trozo comienza a oscilar y la oscilación producida va propagándose a otras partes del muelle que, al ser alcanzadas por la perturbación, comienzan a oscilar también.



Si en una cuerda tensa horizontal se hace vibrar verticalmente uno de sus extremos, la altura de ese punto varía periódicamente. La perturbación producida va propagándose y alcanzando sucesivamente otros puntos de la cuerda, hasta alcanzar el otro extremo.

En los tres ejemplos anteriores se origina así un *movimiento ondulatorio*, que consiste en la propagación de un movimiento vibratorio originado en un punto de un medio, llamado **foco**.

Onda es la posición que adopta en cada instante la perturbación producida en el medio elástico.

En general, una onda se produce cuando un punto de un medio material entra en vibración y, como consecuencia de las fuerzas que ligan dicho punto con sus inmediatos, la perturbación se propaga punto a punto alejándose del origen del movimiento o *foco emisor* con una determinada velocidad.

En el movimiento ondulatorio no hay transporte de materia. Las partículas vibrantes no se desplazan, únicamente oscilan alrededor de posiciones fijas; lo que se propaga en el movimiento ondulatorio es la energía capaz de producirlo. Las partículas del medio alcanzadas por la perturbación efectúan un movimiento vibratorio alrededor de su posición de equilibrio. En el caso de la cuerda, la perturbación es un desplazamiento vertical de una parte de la cuerda, una vez que la perturbación se ha desplazado, los distintos puntos de la cuerda quedan en el mismo estado y lugar que tenían antes.

En un movimiento ondulatorio hay transporte de energía y de momento lineal, pero no hay transporte de materia.

Hay que tener en cuenta que no todo transporte de energía implica la existencia de una onda. Por ejemplo, al calentar una barra metálica por uno de sus extremos, la energía se transmite a través de ella y no hay transporte neto de materia de un punto a otro, sin embargo no hay una onda.

2.-Clasificación de las ondas.

Las ondas se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios:

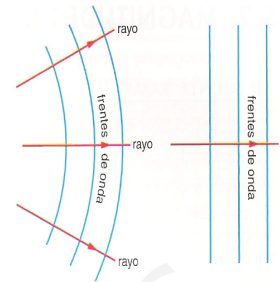
- a) Según el tiempo que dura la perturbación $\left\{ \begin{array}{l} \text{pulso} \\ \text{tren de ondas} \end{array} \right.$
- b) Según la dirección de propagación respecto de la de vibración $\left\{ \begin{array}{l} \text{longitudinales} \\ \text{transversales} \end{array} \right.$
- c) Según su naturaleza (tipo de energía que se propaga) $\left\{ \begin{array}{l} \text{mecánicas} \\ \text{electromagnéticas} \end{array} \right.$
- d) Según el número de dimensiones en que se propaga la energía $\left\{ \begin{array}{l} \text{unidimensionales} \\ \text{bidimensionales} \\ \text{tridimensionales} \end{array} \right.$

2.1.- Pulso y tren de ondas.

- **Pulso** es una onda de corta duración, Se produce al comunicar al foco energía de manera instantánea. Por ejemplo, al comunicar a una cuerda tensa un golpe vertical se produce un pulso. Cada partícula de la cuerda está en reposo hasta que le llega la perturbación, en ese instante entra en vibración y cuando el pulso pasa vuelve al reposo.

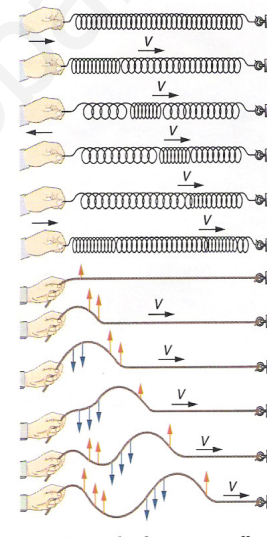
- **Tren de ondas** es una sucesión de ondas producida al suministrar energía de manera continuada al foco o centro emisor. En el ejemplo de la cuerda, sucedería cuando el extremo de la misma se agitara continuamente.

Se denomina **frente de ondas** al lugar geométrico de todos los puntos del medio que poseen el mismo estado de vibración en un instante dado. Los frentes de ondas pueden ser superficies esféricas, como ocurre en el sonido; circunferencias, como en las ondas generadas en un estanque; también pueden ser frentes de ondas planos. Las líneas perpendiculares a los frentes de onda y que indican el sentido de avance de la onda reciben el nombre de **rayos**.



2.II.- Ondas longitudinales y ondas transversales.

- **Ondas longitudinales.** Son aquellas en las que la dirección de vibración de las partículas en torno a su punto de equilibrio coincide con la dirección de propagación de la onda. Son ondas longitudinales las que se producen en un muelle si se desplaza un trozo del mismo a lo largo de su longitud. También son longitudinales las ondas sonoras. El avance de las ondas longitudinales se produce por compresiones y dilataciones de las partículas que vibran. Se llaman también *ondas de presión*.
- **Ondas transversales.** Son aquellas en las que las vibraciones de las partículas en torno a su punto de equilibrio se producen perpendicularmente a la dirección de propagación del movimiento ondulatorio. Son ondas transversales las producidas en una cuerda y las ondas electromagnéticas.



2.III.- Ondas mecánicas y electromagnéticas.

- **Ondas mecánicas o materiales.** Son las que transportan **energía mecánica**. Son ondas que precisan de un medio material para propagarse. El sonido o las ondas producidas en la superficie del agua son de este tipo de ondas.
- **Ondas electromagnéticas.** Son ondas que no necesitan de un medio material para propagarse, es decir, se pueden propagar en el vacío. Transportan energía electromagnética. La luz y los rayos X son ejemplos de ondas electromagnéticas.

2.IV.-Ondas unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales.

- **Unidimensionales** son aquellas en las que la energía se propaga a lo largo de una línea, como las de una cuerda.
- **Bidimensionales.** Son aquellas en las que la energía se propaga en un plano, como las producidas en la superficie del agua.

- **Tridimensionales.** Son aquellas en las que la energía se propaga por todo el espacio, como el sonido.

3.- Velocidad de propagación de las ondas.

Un medio ideal en el que la onda se propaga sin disipar energía se denomina perfectamente elástico. En realidad, no existe ningún medio que sea así, ya que el roce de unas partículas con otras provoca una pérdida de energía y las ondas experimentan una amortiguación al propagarse.

El medio influye en la velocidad de propagación de las ondas, veamos algunos ejemplos:

- **Velocidad de propagación de ondas transversales en una cuerda.** Depende de la tensión (T) a la que está sometida la cuerda y de la densidad lineal de masa (masa por unidad de longitud (μ))

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

- **Velocidad de propagación de ondas longitudinales en un muelle.** Depende de la constante elástica del muelle (k), de su longitud (l) y de su masa (m)

$$v = l \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- **Velocidad de propagación de las ondas longitudinales en un sólido.** Depende del coeficiente de elasticidad del sólido, llamado módulo de Young (γ), y de la densidad (ρ) del medio

$$v = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}}$$

- **Velocidad de las ondas electromagnéticas.** Depende de dos constantes características del medio, llamadas permitividad magnética (μ) y constante dieléctrica (ϵ)

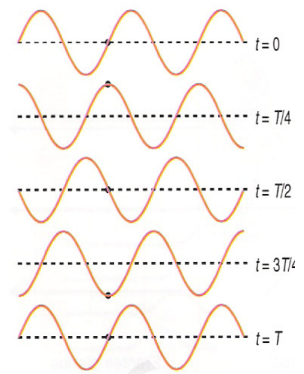
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

- **Velocidad del sonido en un gas.** Depende del coeficiente adiabático γ del gas, de la constante R de los gases ($R = 8,31 \text{ J/mol.K}$) y de la masa molar del gas M

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

4.- Magnitudes características de una onda.

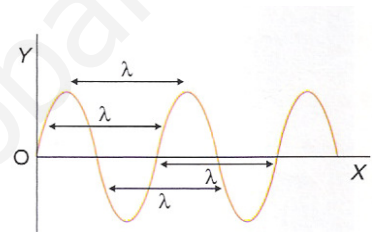
Período, (T). Es el tiempo que tarda cada punto en realizar una oscilación completa en torno a su posición central. Coincide con el tiempo que transcurre entre dos estados de vibración idénticos y sucesivos en un punto. Cada partícula pasa por todas las posiciones de vibración en un tiempo de un período.



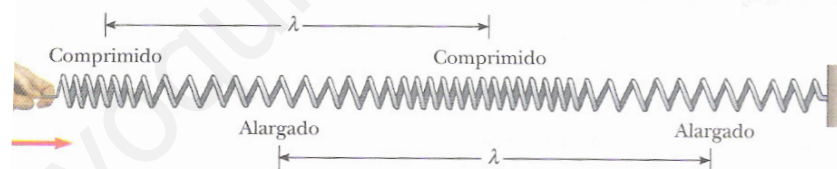
Frecuencia, (ν). Es el número de vibraciones que cada punto de la onda experimenta en la unidad de tiempo. Se mide en Hertz, también llamados hercios (Hz), s^{-1} o ciclos/s. La relación entre el período y la frecuencia es:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Longitud de onda, (λ). Es la distancia recorrida por la onda en un tiempo de un período, mientras el foco efectúa una vibración completa. Coincide con la distancia que separa dos puntos consecutivos del medio que tienen el mismo estado de vibración, es decir, que ocupan la misma posición relativa respecto a su posición de equilibrio. Se mide en metros. Suponiendo un medio homogéneo la velocidad de propagación de la onda, v , se considera constante y se puede escribir:



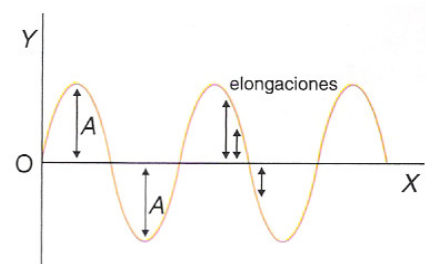
$$\lambda = v \cdot T$$



Número de ondas, (k). Es el número de longitudes de onda contenido en 2π metros.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Se mide en } m^{-1}$$

Elongación, (y), es la separación de un punto del medio con respecto a su posición central en un instante dado. Se mide en metros.



Amplitud, (A), es la distancia máxima que se separa cada partícula de su posición de equilibrio. Coincide con el valor máximo que puede tomar la elongación para cada partícula. Se mide en metros.

Velocidad de propagación o velocidad de fase. Es la rapidez con la que se desplaza la onda en un medio. Representa la distancia que avanza la onda cada unidad de tiempo. Es una propiedad característica del medio, es decir, para cada medio y cada onda adquiere un valor determinado.

Conociendo la distancia (s) recorrida por la onda en un tiempo (t) se puede calcular:

$$v = \frac{s}{t}$$

A partir de la definición de longitud de onda: $v = \frac{\lambda}{T}$

Velocidad de vibración. Es la velocidad con la que vibra una partícula determinada debido al m.a.s. que posee. Representa la rapidez con la que una partícula del medio se mueve en torno a su posición central o de equilibrio. Se calcula derivando respecto al tiempo la ecuación de su posición (elongación).

$$v = \frac{dy}{dt}$$

5.- Ecuación de una onda.

La ecuación de una onda es la expresión matemática que permite obtener el estado de vibración de una partícula cualquiera del medio en cualquier instante. Si designamos por y el valor de la perturbación, por x la distancia al foco y por t el tiempo transcurrido desde que el foco iniciara la perturbación, lo que pretendemos será conocer una ecuación que permita calcular y en función de x y de t .

$$y = f(x, t).$$

Si elegimos el sistema de referencia de modo que el foco del movimiento ondulatorio sea el origen, la vibración asociada al movimiento armónico simple se realice en la dirección del eje y , y la propagación de la onda sea en la dirección del eje x , la ecuación de la elongación en el foco, para un instante cualquiera, es la que corresponde al m.a.s. Por tanto, como hemos estudiado en la unidad anterior:

$$y(0, t) = A \cdot \text{sen}(\omega t)$$

En esta expresión, A representa la **amplitud de onda**, y coincide con la amplitud del m.a.s. que origina la perturbación, siendo ω la **frecuencia angular** de dicho movimiento.

A medida que la perturbación avanza, los puntos del medio van adquiriendo el mismo movimiento que el foco, aunque con cierto retraso. En un punto situado a una distancia x del foco, la onda llegará al cabo de un tiempo, t' . La ecuación de la elongación será para dicho punto la misma que tenía el foco en el instante ($t-t'$):

$$y(x, t) = y(0, t - t') = A \cdot \text{sen}[\omega(t - t')]$$

Como la velocidad de propagación de la onda es constante, el valor de t' lo podremos calcular como:

$$v = \frac{x}{t'} \rightarrow t' = \frac{x}{v}$$

De este modo, resulta para la ecuación de la elongación:

$$y = A \cdot \text{sen} \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

Esta expresión es la ecuación de la onda.

Otras formas de expresar la ecuación de la onda. Utilizando el valor del número de ondas

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Teniendo en cuenta la frecuencia angular del m.a.s., ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Y que la velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

Podemos obtener otras expresiones para la elongación del movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) \right]$$

Como $v \cdot T = \lambda$

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Introduciendo el término 2π dentro del paréntesis:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen} \left[\frac{2\pi \cdot t}{T} - \frac{2\pi \cdot x}{\lambda} \right]$$

Sustituyendo $\frac{2\pi}{T}$ por ω y $\frac{2\pi}{\lambda}$ por k , queda :

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$$

Cualquiera de las tres expresiones anteriores, representa la ecuación de propagación del movimiento ondulatorio unidimensional.

A lo largo de toda la deducción se ha supuesto que el foco comienza a vibrar en su posición de equilibrio y que por lo tanto, la fase inicial es nula.

La ecuación de una onda debe escribirse teniendo en cuenta si hubiera fase inicial por lo que se debe escribir de la siguiente forma:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$$

A la expresión $(\omega t - kx + \varphi_0)$ se le llama **fase del movimiento ondulatorio**.

Las ecuaciones descritas anteriormente representan una onda que se mueve de izquierda a derecha (en sentido positivo del eje OX). Si el sentido de propagación fuese de derecha a izquierda (sentido negativo del eje OX), las ecuaciones serían:

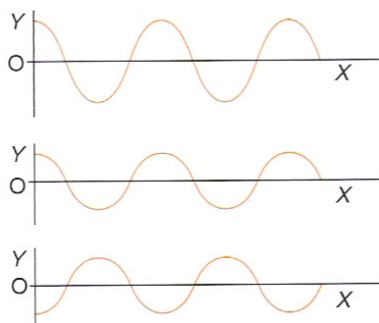
$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx + \varphi_0)$$

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Actividad 1.- Una onda que se propaga por una cuerda tiene de ecuación, en unidades del S.I.: $y = 0,02 \cdot \text{sen}(64t - 4x)$. Indica el valor de la amplitud, frecuencia, período, pulsación, longitud de onda, velocidad de propagación y la velocidad transversal de vibración de una partícula situada en $x = 30$ cm en el instante $t = 0,5$ s.

Actividad 2.- La ecuación de una onda es $y = 4 \cdot \text{sen} 12\pi \left(t - \frac{x}{20} \right)$. Las longitudes expresadas en cm y el tiempo en segundos. Halla la amplitud, frecuencia y velocidad de propagación.

Actividad 3.- Un foco vibra con una frecuencia de 500 Hz y produce ondas que se propagan a 350 m/s. Calcula: a) La distancia que separa dos puntos consecutivos entre los que existe una diferencia de fase de 60° . b) El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración consecutivos de un punto con una diferencia de fase de 180° . c) Diferencia de fase en un instante cualquiera entre dos puntos separados una distancia de 3,15 m

Concordancia y oposición de fase.

Las dos primeras ondas están en fase y a su vez en oposición de fase con la tercera.

Dos puntos del medio se encuentran en **concordancia de fase** cuando presentan el mismo estado de vibración, con la misma elongación y la misma velocidad. En ese caso, la diferencia de fase entre ellos es un múltiplo de 2π radianes:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t - k.x_2) - (\omega t - k.x_1) = 2\pi.n$$

$$-kx_2 + kx_1 = 2\pi.n \Rightarrow k(x_1 - x_2) = 2\pi.n \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi.n$$

La distancia que los separa la podemos deducir a partir de la ecuación anterior:

$$x_1 - x_2 = n.\lambda$$

Para que dos puntos estén en concordancia de fase, la diferencia entre sus distancias al foco debe ser un número entero de longitudes de onda.

Dos puntos están en oposición de fase cuando la diferencia de fase entre ellos es $(2n-1)\pi$ radianes:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t - k.x_2) - (\omega t - k.x_1) = (2n-1)\pi$$

En este caso, la distancia que los separa, $x_1 - x_2$, es:

$$-k.x_2 + k.x_1 = (2n-1).\pi \Rightarrow k.(x_1 - x_2) = (2n-1).\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} (x_1 - x_2) = (2n-1).\pi$$

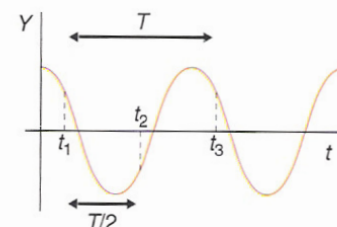
$$(x_1 - x_2) = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$$

Para que dos puntos estén en oposición de fase es necesario que la diferencia entre sus distancias al foco debe ser un número impar de veces la mitad de la longitud de onda.

6.- Doble periodicidad de la ecuación de una onda.**Periodicidad en el tiempo.**

Para el instante t : $y = A.\text{sen} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Para $t+nT$: $y = A.\text{sen} 2\pi\left(\frac{t+nT}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A.\text{sen} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + n\right)$



Los estados de vibración en los instantes t_1 y t_3 están en fase y a su vez en oposición de fase al del instante t_2 .

La ecuación anterior puede escribirse:

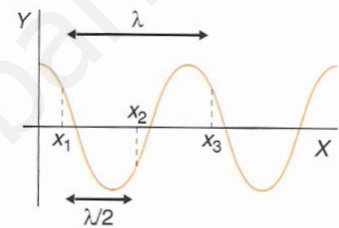
$$y = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + 2\pi \cdot n \right] = A \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Se ha utilizado: $\text{sen} \alpha = \text{sen}(\alpha + 2\pi \cdot n)$

El estado de vibración se repite para $t = t + T$; $t + 2T$; etc. Para un punto determinado (mismo valor de x) los instantes separados en el tiempo un número entero de períodos tienen el mismo estado de vibración, es decir, están en fase.

Periodicidad en el espacio.

Para un mismo instante (igual valor de t) veamos cual es el estado de vibración de dos puntos situados en las posiciones x y $x+n\lambda$:



Los estados de vibración de las partículas x_1 y x_3 están en fase y a su vez en oposición de fase con el de la partícula x_2 .

Para x : $y = A \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Para $x+n\lambda$: $y = A \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+n\lambda}{\lambda} \right) = A \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - n \right)$

Ecuación que se puede escribir como: $y = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - 2\pi \cdot n \right]$

Teniendo en cuenta que $\text{sen} \alpha = \text{sen}(\alpha - 2\pi \cdot n)$, la ecuación anterior quedará:

$$y = A \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ que es la misma ecuación que para la partícula situada a}$$

una distancia x

En un instante determinado, las partículas separadas por un número entero de longitudes de onda, están en fase. Estarán en oposición de fase las partículas separadas una distancia de un número impar de media longitud de onda.

7.-Energía e intensidad del movimiento ondulatorio.

En el movimiento ondulatorio se produce la transmisión de energía de un punto a otro situado a su alrededor, sin que exista transporte neto de materia.

Si consideramos que el foco tiene un movimiento armónico simple y transmite su energía a las partículas vecinas del medio en el que se propaga la onda, la energía total que se transmite será:

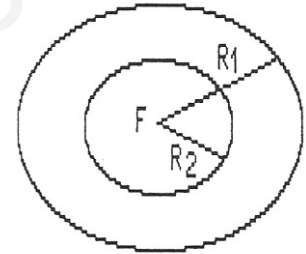
$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Considerando que $k = m \cdot \omega^2$ y $\omega = 2\pi\nu$

$$E = \frac{1}{2}m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2}m \cdot 4\pi^2\nu^2 A^2 = 2m\pi^2\nu^2 A^2$$

La energía transmitida es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud.

La energía emitida por el foco se va distribuyendo por todo el espacio donde se propaga la onda. Esta energía se irradia en todas las direcciones y se va repartiendo sobre superficies esféricas concéntricas cuyo centro es el foco emisor. Lógicamente, cuanto mayor es la superficie donde se distribuye la onda menor es la energía que corresponde a cada unidad de superficie.



Una magnitud adecuada para representar la rapidez con la que se transfiere la energía es la denominada **intensidad de la onda**, que se define como *la cantidad de energía que atraviesa, en cada unidad de tiempo, la unidad de superficie situada perpendicularmente a la dirección de propagación, es decir, la cantidad de energía por unidad de superficie y unidad de tiempo transmitida en un movimiento ondulatorio.*

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

Su unidad es $\frac{J}{m^2 \cdot s}$ que también se puede expresar como $\frac{W}{m^2}$

Al ser la intensidad de la onda directamente proporcional a la energía, también será directamente proporcional al cuadrado de la amplitud.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \quad (7.1)$$

Calculando la energía que atraviesa la superficie de radio R_1 y la superficie de radio R_2 en el mismo instante:

$$E_1 = E_2 \quad I_1 \cdot S_1 \cdot t = I_2 \cdot S_2 \cdot t \quad I_1 \cdot 4\pi \cdot r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi \cdot r_2^2$$

De donde se deduce: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (7.2)$

De las ecuaciones (7.1) y (7.2) queda:
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Actividad 4.- Calcula la intensidad de una onda a 5 m de su foco sabiendo que la potencia del foco emisor es 40 W.

Actividad 5.- Halla la potencia de un altavoz si a 5 m de distancia su intensidad es de 10^{-1} W/m².

Actividad 6.- Un foco emite ondas esféricas con una potencia de 20 W. Si a una distancia de 2 m del foco la amplitud es de 3 cm, ¿cuál es la intensidad y la amplitud a una distancia de 4 m del foco?

7.I.- Amortiguación de una onda.-

La amortiguación de una onda consiste en la disminución de su amplitud. Una onda se amortigua conforme avanza por la **atenuación** con la distancia o por la **absorción del medio**.

La **atenuación** de una onda se produce en ondas esféricas, porque la energía debe distribuirse entre un mayor número de partículas a medida que avanza la onda y se aleja del foco. A los puntos que se encuentran alejados del foco les llega menos energía por unidad de superficie, esto se traduce en una disminución de la amplitud, lo que provoca que disminuyan los efectos observables. En definitiva, la atenuación es la disminución de la amplitud al aumentar la distancia al foco.

La **absorción** consiste en la pérdida de energía por rozamiento con las partículas del medio, lo que provoca que parte de la energía emitida por el foco va siendo absorbida por el medio y la onda va debilitándose. En la absorción, la intensidad de la onda decrece exponencialmente con la distancia, x , recorrida a través del medio, según la ecuación:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$$

I es la intensidad de la onda tras recorrer una distancia x por el medio. I_0 es la intensidad inicial y β es una constante llamada *coeficiente de absorción* que depende el tipo de material.

Actividad 7.- Una onda ha experimentado una absorción del 20% tras recorrer una distancia de 10 cm. ¿Qué distancia debe recorrer para que la intensidad de la onda se reduzca a la mitad?

8.- El sonido. Nivel de intensidad sonora.

El sonido es un movimiento ondulatorio originado por la vibración de un cuerpo y transmitido a través de un medio material elástico. Se produce cuando un foco emisor vibra y transmite las vibraciones a las partículas del medio contiguas al foco. Las partículas se separan y aproximan periódicamente, produciendo compresiones y dilataciones que se propagan a través del medio.

El sonido es una onda longitudinal, mecánica y tridimensional.

Cuando una onda elástica alcanza el oído, la vibración producida en la membrana auditiva provoca una reacción en el nervio auditivo que da lugar al proceso de audición. El sistema nervioso humano produce la sensación auditiva para sonidos de frecuencias comprendidas entre 20 y 20000 Hz, lo que permite clasificar las ondas sonoras en:

- **Infrasonidos**, cuya frecuencia es inferior a 20 Hz.
- **Sonidos**, de frecuencia comprendida entre 20 y 20000 Hz.
- **Ultrasonidos**, cuya frecuencia es superior a 20000 Hz

El oído es capaz de percibir como distintos dos sonidos si están separados como mínimo un décimo de segundo. Si un sonido de corta duración se refleja y vuelve al observador al cabo de un tiempo mayor que una décima de segundo, el observador percibe una repetición del sonido original. Este fenómeno es el **eco**.

Actividad 8.- Si al gritar frente a una roca oyes el eco al cabo de 4 s, ¿a qué distancia se encuentra la roca? Velocidad del sonido 340 m/s.

Actividad 9.- Sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s, ¿Cuál es el rango de longitudes de onda que puede percibir el oído humano?

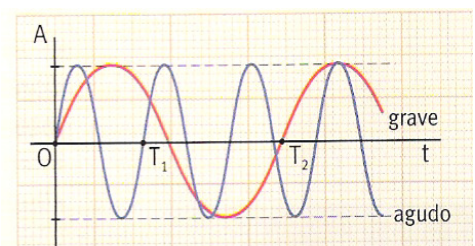
Actividad 10.- Un automóvil que viaja hacia una montaña con una velocidad de 72 km/h hace sonar el claxon y recibe el eco a los 2 s. ¿A qué distancia está de la montaña cuando recibe el eco?

Actividad 11.- Una locomotora se dirige hacia una montaña con velocidad constante. El maquinista hace sonar el silbato y recibe el eco proveniente de la montaña 5 segundos más tarde. En el instante de recibir el eco, vuelve a tocar el silbato y recibe el segundo eco 4 segundos después. ¿Cuál es la velocidad de la locomotora?

Cualidades del sonido.

El **tono** de un sonido nos permite distinguir los sonidos agudos (altos), sonidos de alta frecuencia, de los graves (bajos) que son sonidos de menor frecuencia. El tono es proporcional a la frecuencia.

El **timbre** es la cualidad del sonido que permite diferenciar los sonidos emitidos por distintas fuentes: personas, instrumentos, etc. El timbre de un sonido permite al oído humano distinguir dos notas iguales emitidas por distintos instrumentos.



Nivel de intensidad sonora.

El oído humano puede percibir sonidos cuya intensidad sea tan baja como 10^{-12} W/m^2 , llamada **intensidad umbral** (I_0), sin embargo, a una doble intensidad física no le corresponde una sensación sonora doble, ya que la sensación fisiológica de la audición (nivel

de intensidad sonora o sonoridad) no varía de manera lineal, sino de un modo logarítmico, por lo que el **nivel de intensidad sonora o sonoridad**, β , se define de la forma siguiente:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

En la expresión anterior la sonoridad, β , se mide en **decibelios (dB)**

Actividad 12.- ¿Cuál es el valor, en decibelios, de un sonido de 1 W/m^2 que ya produce sensación dolorosa?

Actividad 13.- Al medir el nivel de ruido en una discoteca se obtiene 110 dB. Calcula la intensidad media de ruido en el local.

Actividad 14.- Demuestra que un sonido con un nivel de intensidad sonora de 70 dB tiene una intensidad mil veces mayor que la de un sonido con nivel de intensidad de 40 dB.

Contaminación acústica.

Se denomina ruido a los sonidos cuyas frecuencias no guardan ninguna relación entre sí y que, generalmente, resultan desagradables. Para medir el ruido se utiliza un sonómetro. Se trata de un instrumento que mide, con ayuda de un micrófono, la energía que poseen las ondas sonoras y, a partir de esa medida, proporciona la sonoridad en decibelios.

La exposición prolongada a intensidades sonoras elevadas, aunque estén por debajo del umbral de dolor (120 dB), producen molestias y trastornos en el organismo: pérdida progresiva de la sensibilidad auditiva, nerviosismo, falta de concentración, irritabilidad, insomnio, etc. Hay que tener en cuenta que el ruido no afecta por igual a todas las personas, en especial, a nivel psicológico.

Se recomienda que el nivel de intensidad sonora no deba superar los 55 dB por el día y los 35 dB por la noche.

FUENTE SONORA	NIVEL DE INTENSIDAD SONORA (dB)
Casa tranquila	40
Oficina tranquila	50
Calle con tráfico intenso	70
Fábrica	80
Grandes altavoces a 2 m	120
Despegue de un reactor	140

Se puede hablar de contaminación sonora cuando el nivel de intensidad sonora del ambiente supera los 70 decibelios durante prolongados intervalos de tiempo.

9.-Composición de movimientos ondulatorios: interferencias.

La coincidencia de dos o más ondas en un punto del medio se conoce con el nombre de **interferencia**. Una característica esencial de la interferencia es que, tras la coincidencia, cada onda continúa propagándose sin sufrir modificaciones, conservando su forma original.

La función de una onda determinada ξ se puede representar mediante un vector de módulo igual al valor de la amplitud y que forme con el eje horizontal un ángulo igual a su fase $\varphi = \omega t - kx$. Estos vectores asociados a las funciones de onda se denominan **fasores**.

Si se quiere hallar la suma de dos funciones de onda, ξ_1 y ξ_2 , de amplitudes A_1 y A_2 y de fases φ_1 y φ_2 , se suman sus fasores representantes utilizando la regla del paralelogramo. Utilizando el teorema del coseno, la amplitud de la onda resultante será:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos \delta$$

Siendo δ la diferencia de fase entre ambas ondas:

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 t - kx_2) - (\omega_1 t - kx_1)$$

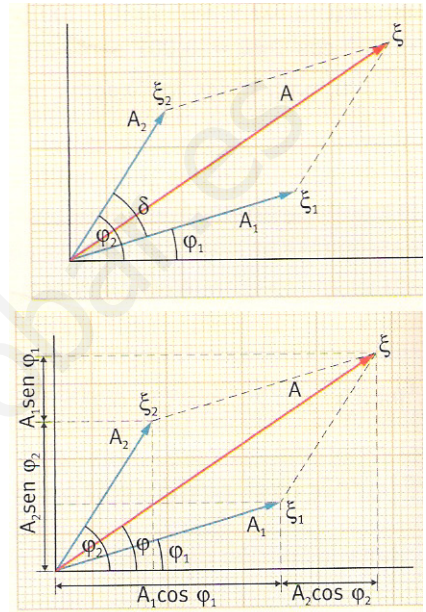
x_2 es la distancia del punto considerado al foco emisor de la segunda onda y x_1 la distancia al foco emisor de la primera onda.

La fase, φ , de la onda resultante se calcula mediante la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \operatorname{sen} \varphi_1 + A_2 \operatorname{sen} \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

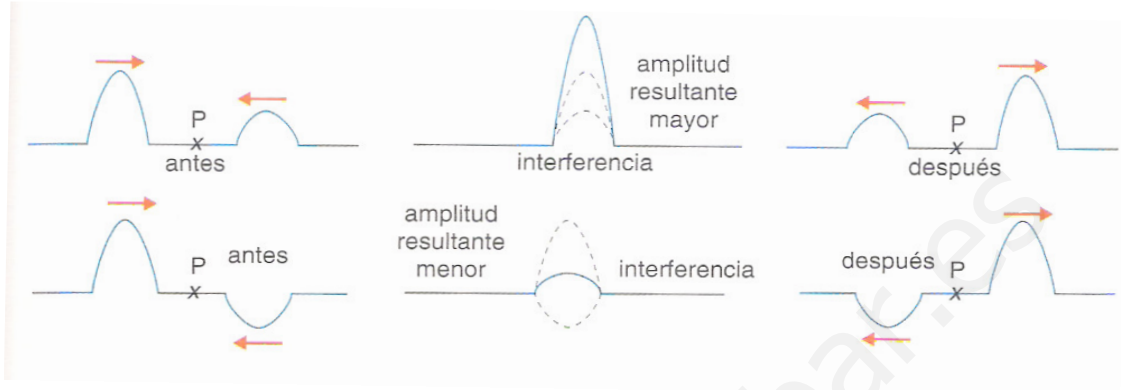
El **principio de superposición** nos dice: *Cuando dos o más ondas concurren en un mismo punto, la perturbación resultante es igual a la suma de las perturbaciones que producirían cada onda por separado.*

Cuando la perturbación resultante supone un refuerzo, se dice que la **interferencia es constructiva**. Esto ocurre cuando los dos impulsos llegan en fase al punto de interferencia. Entonces $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1 \Rightarrow A = \pm \sqrt{(A_1 + A_2)^2} = \pm(A_1 + A_2)$. La amplitud resultante es igual a la suma de las amplitudes. $A = \pm(A_1 + A_2)$.



Si los dos impulsos llegan en oposición de fase dan lugar a una perturbación resultante menor que las originales, la **interferencia es destructiva**.

$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \Rightarrow A = \pm\sqrt{(A_1 - A_2)^2} = \pm(A_1 - A_2)$ La amplitud resultante es igual a la diferencia de las amplitudes. $A = \pm(A_2 - A_1)$.



Interferencia de dos ondas coherentes.

Matemáticamente, sólo estudiaremos el caso de interferencia de ondas coherentes, que son las que tienen igual frecuencia, longitud de onda y amplitud.

Supongamos dos ondas coherentes de ecuaciones:

$$y_1 = A \operatorname{sen}(\omega t - kx_1)$$

$$y_2 = A \operatorname{sen}(\omega t - kx_2)$$

Según el principio de superposición, la onda resultante será:

$$y = y_1 + y_2 = A \operatorname{sen}(\omega t - kx_1) + A \operatorname{sen}(\omega t - kx_2)$$

Teniendo en cuenta que: $\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = 2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$; podremos escribir:

$$y = 2A \operatorname{sen} \frac{(\omega t - kx_1 + \omega t - kx_2)}{2} \cos \frac{(\omega t - kx_1 - \omega t + kx_2)}{2} = 2A \operatorname{sen} \left[\omega t - k \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right] \cos k \left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right)$$

Ecuación que reordenaremos de la siguiente forma:

$$y = 2A \cos k \left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right) \operatorname{sen} \left[\omega t - k \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right]$$

Quedando como ecuación de la onda resultante:

$$y = A_r \operatorname{sen} \left[\omega t - k \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right]$$

siendo A_r la amplitud de la onda resultante y cuyo valor es $A_r = 2A \cos k \frac{x_2 - x_1}{2}$

La onda resultante es de la misma frecuencia y de la misma longitud de onda que las ondas incidentes, y su amplitud depende de la posición de los focos emisores.

La **interferencia** será **constructiva** y la **amplitud** será **máxima**, $2A$, cuando se cumpla que: $\cos k \frac{(x_2 - x_1)}{2} = \pm 1$; donde $\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = n\pi$; por lo tanto: $x_2 - x_1 = \frac{2n\pi}{k} = n\lambda$

En aquellos puntos en los que la diferencia entre las distancias a los focos sea un múltiplo entero de la longitud de onda, la amplitud resultante será máxima. En estos puntos se produce una interferencia totalmente constructiva.

La **interferencia** será **destruktiva** y la **amplitud** será **nula** cuando:

$\cos k \frac{(x_2 - x_1)}{2} = 0$; de donde: $\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = (2n - 1)\frac{\pi}{2}$; por lo que $x_2 - x_1 = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$

En aquellos puntos tales que la diferencia entre las distancias a los focos sea un número impar de semilongitudes de onda la amplitud resultante será nula y la interferencia destructiva.

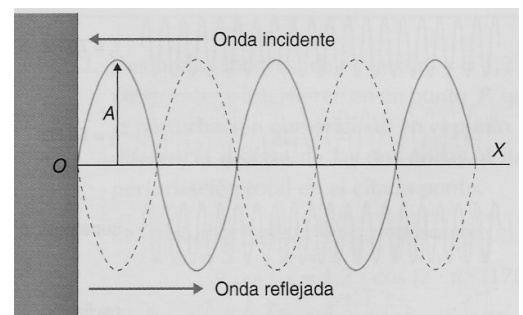
A los puntos de amplitud nula se les llama **nodos** y a los de amplitud máxima, **vientres**.

Ondas estacionarias.

Se considera **onda estacionaria** el resultado de la interferencia de dos ondas de la misma amplitud, de la misma frecuencia y de la misma longitud de onda que se propagan en la misma dirección, pero en sentido contrario. Una onda estacionaria es un caso particular de interferencia

▪ Ondas estacionarias en una cuerda fija por sus dos extremos.

Cuando se produce un tren de ondas en una cuerda larga, fija por los dos extremos, se producen reflexiones en ambos extremos produciéndose un desfase de π radianes y entonces existen ondas moviéndose en ambos sentidos que al interferir dan lugar a una onda estacionaria. Sería la interferencia de dos ondas exactamente iguales propagándose en sentido contrario con un desfase de π radianes.



El mismo caso se produciría cuando sea el:

▪ Caso de una onda estacionaria producida en una cuerda con un extremo fijo y el otro libre

La onda incidente y reflejada tienen las mismas características.

Se elige como origen de un sistema de referencia el punto en el que se refleja la onda.

La ecuación de la onda que viaja de derecha a izquierda es:

$$y_1 = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx)$$

La onda incidente al reflejarse en el extremo fijo, sufre un cambio de fase de π radianes y teniendo en cuenta que $\text{sen}(\alpha + \pi) = -\text{sen}\alpha$, la ecuación de la onda que se propaga en sentido contrario a la primera, es decir, de izquierda a derecha, es:

$$y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega t - kx + \pi) = -A \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$$

Aplicando el principio de superposición:

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx) - A \cdot \text{sen}(\omega t - kx) = A[\text{sen}(\omega t + kx) - \text{sen}(\omega t - kx)]$$

Aplicando la relación trigonométrica: $\text{sen} A - \text{sen} B = 2 \cdot \text{sen} \frac{A-B}{2} \cos \frac{A+B}{2}$ resulta:

$$y = 2A \cdot \text{sen} \frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2} \cos \frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} = 2A \cdot \text{sen} kx \cdot \cos \omega t$$

Esta es la ecuación de la onda estacionaria resultante de la interferencia anteriormente descrita.

$$y = 2A \cdot \text{sen} kx \cdot \cos \omega t$$

Se denomina amplitud resultante de la onda estacionaria a:

$$A_r = 2A \cdot \text{sen} kx$$

Habrán puntos en los que la amplitud resultante será nula, son los llamados **nodos** y otros que pueden alcanzar amplitudes máximas, éstos son los **vientres o antinodos**.

Nodos.

$$A_r = 0; \text{ para ello debe cumplirse que } \text{sen} kx = 0, \text{ por lo que } kx = n\pi; \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi$$

$$x = n \frac{\lambda}{2}$$

Aquellos puntos que distan un número de semilongitudes de onda del extremo fijo son nodos.

Vientres.

La amplitud resultante alcanza sus valores extremos, máximos y mínimos, $\pm 2A$, cuando $\text{sen} kx = \pm 1$; $\Rightarrow kx = (2n-1)\frac{\pi}{2}$; $\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = (2n-1)\frac{\pi}{2}$; $\Rightarrow x = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$

Los vientres son aquellos puntos que cumplen la condición de que se encuentren a una distancia del extremo fijo igual a un número impar de veces la cuarta parte de la longitud de onda.

Actividad 15.- Calcula la distancia entre dos nodos consecutivos

Actividad 16.- Calcula la distancia entre dos vientres consecutivos.

Actividad 17.- Una cuerda vibra según la ecuación $y = 5 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{3} x \cdot \cos 40\pi t$ donde x e y se expresan en cm y t en s. Calcula: a) La amplitud y velocidad de las ondas que originan la onda estacionaria. b) La velocidad de vibración de un punto que dista 1,5 cm del origen en el instante $t = 1,125$ s. c) La amplitud de un vientre. d) La distancia entre dos nodos consecutivos. e) La distancia entre dos vientres consecutivos. f) La distancia entre el primer nodo y el tercer vientre.

ARMÓNICOS

En el caso de cuerdas de instrumentos musicales se denominan armónicos aquellos sonidos cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia fundamental.

En el caso de una cuerda con sus extremos fijos, como el origen es un nodo y el extremo es otro nodo y la separación entre nodos es igual a $\lambda/2$, la distancia entre ellos será:

$$x = L = n \frac{\lambda}{2}; \text{ siendo } n = 1, 2, 3, \dots$$

En una cuerda fija por los dos extremos, como en una guitarra, sólo se pueden formar las ondas estacionarias que cumplen la condición de que la longitud de la cuerda sea un múltiplo de la mitad de la longitud de onda

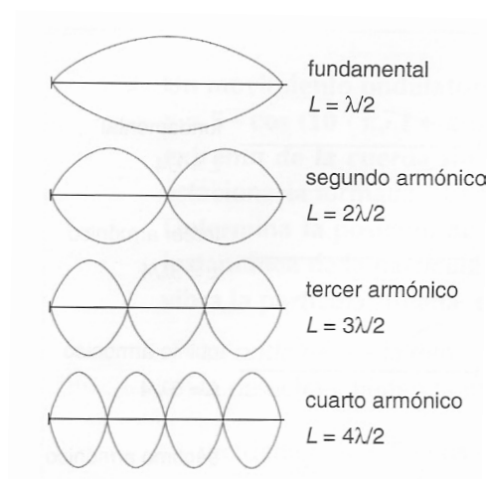
Las longitudes de onda posibles son: $\lambda = \frac{2 \cdot L}{n}$

Que corresponden a las frecuencias:

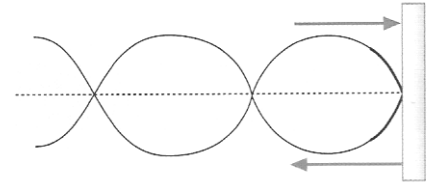
$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2 \cdot L}{n}} = n \frac{v}{2 \cdot L}$$

Por tanto, sólo son posibles aquellas ondas estacionarias cuya frecuencia sea un múltiplo entero

de la llamada frecuencia fundamental: $v_1 = \frac{v}{2 \cdot L}$



Si el medio en el que se forma la onda estacionaria es finito, como en una cuerda que tiene un extremo fijo y el otro libre, entonces en el extremo fijo se forma permanentemente un nodo, no se puede mover el punto, y en el extremo libre se genera un vientre. Las sucesivas posiciones de los vientres a lo largo de la cuerda son:



$$x = (2 \cdot n - 1) \frac{\lambda}{4}; \text{ siendo } n = 1, 2, 3, \dots$$

Si la longitud de la cuerda es L , aplicando al extremo libre la ecuación anterior de la posiciones de los vientres, se tiene que:

$$x = L = (2 \cdot n - 1) \frac{\lambda}{4}; \text{ siendo } n = 1, 2, 3, \dots$$

En una cuerda con un extremo fijo y el otro libre sólo se pueden formar las ondas estacionarias que cumplen la condición de que la longitud de la cuerda es un número impar de veces la cuarta parte de la longitud de onda.

Las longitudes de onda posibles son: $\lambda = \frac{4 \cdot L}{2 \cdot n - 1}$

Que corresponden a unas frecuencias: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{4 \cdot L}{2 \cdot n - 1}} = (2 \cdot n - 1) \frac{v}{4 \cdot L}$

Por tanto, sólo son posibles aquellas ondas estacionarias cuya frecuencia sea un múltiplo impar de la frecuencia llamada fundamental: $\nu_1 = \frac{v}{4 \cdot L}$

Se denomina armónico aquel sonido cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia fundamental. La frecuencia del tercer armónico se obtiene para $n=2$; la del quinto armónico, para $n=3$, y así sucesivamente.

También se pueden generar ondas estacionarias por la superposición de dos ondas exactamente iguales propagándose en sentido contrario:

$$y_1 = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx); \quad y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$$

Aplicando el principio de superposición:

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx) + A \cdot \text{sen}(\omega t - kx) = A \cdot [\text{sen}(\omega t + kx) + \text{sen}(\omega t - kx)]$$

Aplicando la relación trigonométrica: $\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \cdot \cos \frac{A - B}{2} \text{sen} \frac{A + B}{2}$ quedará:

$$y = 2.A.\cos\frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2}\sin\frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} = 2.A.\cos kx.\sin\omega t$$

Esta es la ecuación de la onda estacionaria correspondiente a la interferencia de las dos ondas descritas anteriormente:

$$y = 2.A.\cos kx.\sin\omega t$$

Se denomina amplitud resultante de esta onda estacionaria a la expresión:

$$A_r = 2A\cos kx$$

Actividad 18.- ¿A qué distancia se encuentran los vientres de la onda estacionaria anterior?

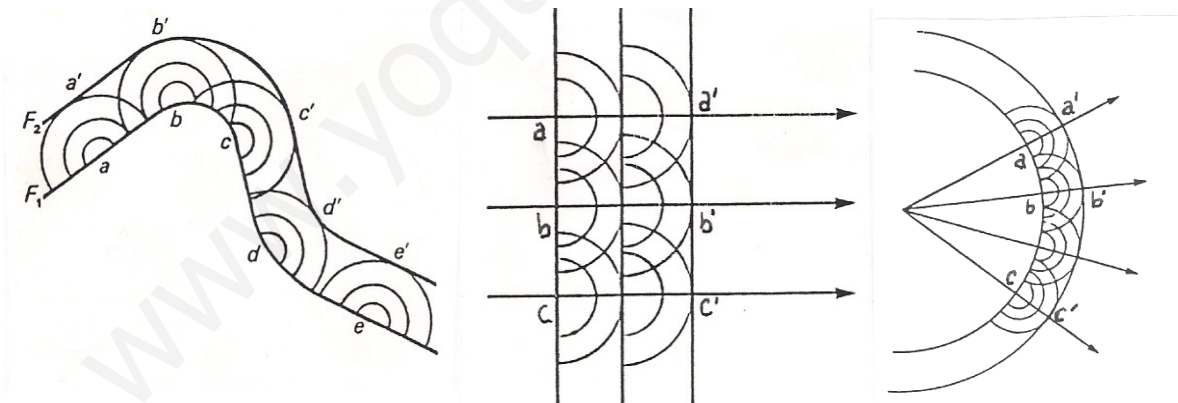
Actividad 19.- Deduce la distancia a la que se encuentran los nodos de la anterior onda estacionaria. ¿Cuál es la separación entre dos nodos consecutivos?

10.- Principio de Huygens.

En 1680, el físico danés CHRISTIAN HUYGENS propuso un mecanismo que establece cómo se propaga una onda mecánica por un medio material.

Recuerda que un **frente de onda** es una superficie o una línea que pasa por todos los puntos del medio que son alcanzados, al mismo tiempo, por el movimiento ondulatorio. Por tanto, todos los puntos de una superficie o de un frente de onda tienen la misma fase.

Cuando una onda llega a una determinada posición, los puntos alcanzados reciben la energía necesaria para empezar a vibrar. Cada punto al vibrar, produce una nueva onda esférica, llamada *onda secundaria*.



Considera un frente de onda, F_1 , como el que muestra la figura. Cuando el movimiento ondulatorio alcanza dicha superficie, cada una de las partículas, a,b,c... que la forman se convierte en una fuente que emite ondas secundarias. Al propagarse por el medio, al cabo de un tiempo, todas estas ondas secundarias han recorrido la misma distancia alcanzando la siguiente capa de partículas, a', b', c'..., lo que explica que se pongan en movimiento, generando, de ese modo, el frente de onda F_2 . Este proceso se repite formando nuevos frentes de onda. Esta formación sucesiva de frentes de onda explica el fenómeno de propagación de las ondas.

El nuevo frente de onda es tangente a todas las ondas secundarias que lo generan y las “envuelve”; de ahí que a dicho frente se le denomine **envolvente**.

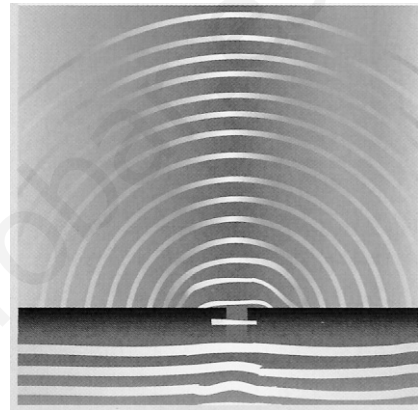
El **principio de Huygens** descrito se puede enunciar de la siguiente forma:

“Cada punto de un frente de onda se convierte en foco emisor de ondas secundarias cuya envolvente (tangente) en un instante dado constituye el nuevo frente de onda”.

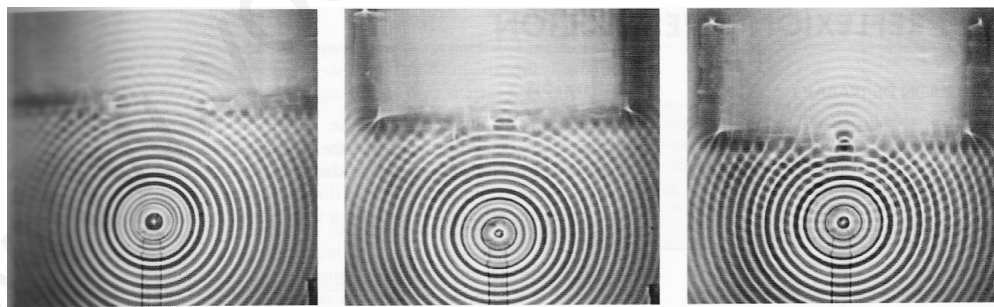
11.- Difracción.

La difracción es el fenómeno característico del movimiento ondulatorio que se produce cuando en la propagación de la onda se interpone un obstáculo (rendija) de tamaño parecido a su longitud de onda. Los puntos del frente de onda que no son tapados por el obstáculo se convierten en focos emisores de nuevas ondas secundarias (principio de Huygens), logrando la onda, de esta forma, bordear el obstáculo y propagarse detrás del mismo. **La difracción se produce en mayor medida cuanto más parecido es el tamaño del obstáculo a la longitud de onda.**

Cuando la onda llega a una rendija cuyo tamaño es del orden de su longitud de onda, comprobamos que la onda bordea o contornea la rendija y se propaga por detrás de ella.



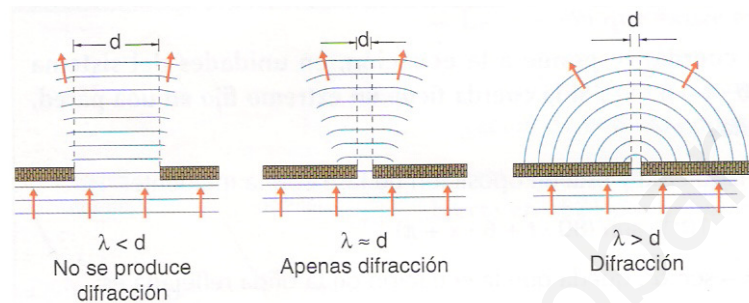
Utilizando las imágenes producidas en una cubeta de ondas. Al colocar diferentes aberturas u obstáculos que se opongan a la propagación, veremos cómo se propagan, en cada caso, las ondas por la superficie del agua, tal como se aprecia en la secuencia de imágenes.



Observa que:

- Si la abertura es suficientemente grande, las ondas que la alcanzan apenas se distorsionan y avanzan en un frente que tiene una anchura semejante al tamaño de la rendija, sin que se produzca apenas distorsión.
- Al reducir el tamaño de la abertura, llega un momento en que la onda que se propaga sufre, tras atravesar la rendija, cierta distorsión y difiere de la onda incidente.

- La distorsión aumenta a medida que se reducen las dimensiones de la abertura. Cuando la anchura de ésta es del orden de la longitud de onda, se produce el fenómeno de difracción. La rendija, de acuerdo con el principio de Huygens, se convierte en foco de ondas secundarias y estas llegan a todos los puntos situados por detrás de la abertura. De este modo, la onda bordea el obstáculo y se propaga por detrás de él.
- El fenómeno de la difracción es el causante de la propagación de las ondas sonoras bordeando edificios y montañas. También de que nos llegue luz procedente de un foco luminoso aunque no lo podamos ver directamente.



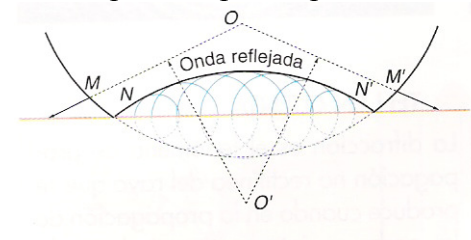
12.-Reflexión de las ondas.

La reflexión es el fenómeno que se produce cuando una onda que avanza por un medio choca contra la superficie que lo separa de otro medio de propiedades elásticas distintas. Como consecuencia del choque, se produce un cambio en la dirección y sentido de propagación. La onda después de la reflexión vuelve por el mismo medio que el de llegada, por esta razón no hay variación en la velocidad de propagación.

En un frente de onda esférico, que choca contra una superficie plana, podemos ver cómo se produce la reflexión.

Al llegar a la pared, la onda MM' se refleja, generándose la onda NN' , de foco O' , que es la envolvente de las ondas secundarias emitidas por MM' al ir contactando con la pared.

Se suelen utilizar diagramas de rayos (líneas perpendiculares a los frentes de onda) para representar de manera más simple el comportamiento de las ondas.



Analicemos la reflexión de una onda plana en la que el frente de onda incide formando un **ángulo de incidencia**, \hat{i} , sobre la superficie de reflexión. De acuerdo con el principio de Huygens, hemos representado en la segunda figura el desplazamiento de los frentes de onda incidente, AA' y reflejado, BB' . Este último forma el **ángulo de reflexión**, \hat{r} .

Se llama *normal* a la línea perpendicular a la superficie en el punto de incidencia.

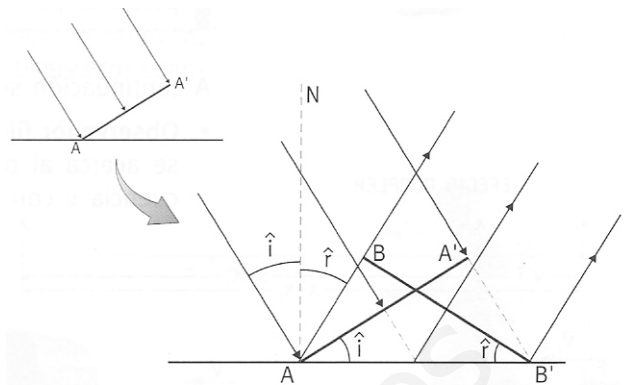
Ángulo de incidencia (\hat{i}) es el ángulo formado por la normal y el rayo incidente.

Ángulo de reflexión (\hat{r}) es el ángulo formado por la normal con el rayo reflejado.

Al producirse una reflexión se cumplen las llamadas **leyes de la reflexión**:

- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- Los ángulos de incidencia y reflexión son iguales.

El tiempo que tarda el frente de onda en llegar del punto A' al punto B' es el mismo que tarda el frente de onda reflejado en llegar del punto A al punto B , puesto que ambos se propagan por el mismo medio.



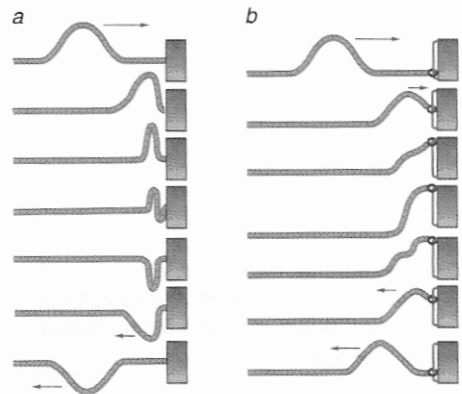
Como la velocidad de propagación es igual para el frente de onda incidente y el reflejado, resulta:

$$\left. \begin{array}{l} v.t = A'B' = AB' \operatorname{sen} \hat{i} \\ v.t = AB = AB' \operatorname{sen} \hat{r} \end{array} \right\} \rightarrow AB' \operatorname{sen} \hat{i} = AB' \operatorname{sen} \hat{r} \rightarrow \hat{i} = \hat{r}$$

Cambio de fase en la reflexión.

En la reflexión puede producirse un cambio de fase en la vibración que se refleja.

Si se trata de un pulso de onda que se mueve por una cuerda que tiene un extremo fijo. Cuando el pulso llega a ese extremo se refleja e invierte. Esto sucede porque la cuerda ejerce fuerza sobre el soporte, lo que supone, de acuerdo con la tercera ley de Newton, que el soporte ejerce una fuerza igual pero opuesta sobre la cuerda. De ese modo, se genera el pulso reflejado, que saldrá invertido respecto al pulso incidente, como se muestra en la figura *a*.



Si la cuerda no tiene ningún extremo fijo (la sujetamos, por ejemplo, a una anilla que se mueve sobre un poste), no se produce ningún cambio de fase en la reflexión: En ese caso, se genera la onda reflejada como se muestra en la figura *b*, sin que se produzca inversión.

13.-Refracción de las ondas.

Cuando una onda incide sobre la superficie que separa dos medios elásticos distintos, se produce, además de la onda reflejada que acabamos de estudiar, otra onda que se propaga por el otro medio a la que denominamos onda refractada.

La refracción es el cambio de dirección que experimenta una onda que se propaga por un medio cuando pasa a otro medio en el que su velocidad de propagación es diferente. Cuando se produce una refracción se cumplen las **leyes de la refracción**:

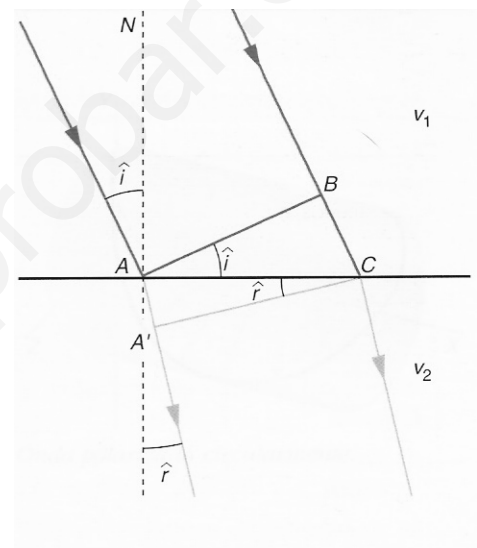
- El rayo incidente, la normal y el rayo refractado están en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia y el de refracción están relacionados mediante la llamada **ley de Snell**:

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Supongamos, como en el apartado de la reflexión, que un frente de ondas plano incide sobre la superficie que separa los dos medios, siendo v_1 y v_2 las velocidades de propagación en cada uno de ellos.

Cuando el punto A es alcanzado por el frente de ondas, se comporta como foco emisor de ondas secundarias, en este caso hacia el segundo medio.

Durante el tiempo que emplea el frente de ondas incidente en llegar del punto B al punto C , se ha generado en el segundo medio un nuevo frente de ondas que, como se aprecia en la figura, tarda el mismo tiempo en llegar del punto A al punto A' .



En el triángulo ABC se cumple la relación:

$$BC = v_1 t = AC \cdot \text{sen } \hat{i}$$

Del mismo modo, en el triángulo $AA'C$ se cumple:

$$AA' = v_2 t = AC \cdot \text{sen } \hat{r}$$

En estas expresiones, \hat{i} es el ángulo de incidencia, mientras que \hat{r} es el ángulo de refracción. Al dividir la primera expresión por la segunda, resulta:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}}$$

Que es la **ley de Snell para la refracción**.

De esta ley se puede deducir la 2ª ley de la reflexión. Si nos fijamos en la onda reflejada, su velocidad de propagación no varía, ya que no cambia de medio. Al aplicar la ley de Snell para la refracción a una reflexión, obtenemos el resultado que cabe esperar:

$$v_1 = v_2$$

$$\text{sen } \hat{i} = \text{sen } \hat{r} \rightarrow \hat{i} = \hat{r}$$

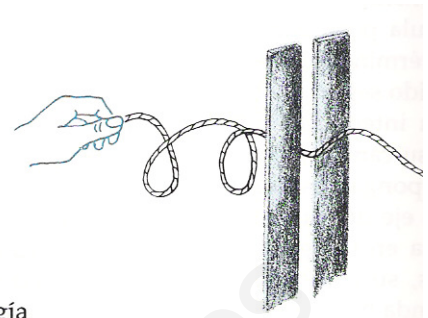
Obviamente, en este caso \hat{i} es el ángulo de incidencia, y \hat{r} , el ángulo de reflexión.

14.- Polarización de las ondas transversales.

Otra de las propiedades que presentan las ondas es la polarización.

Para comprender mejor este fenómeno, analicemos primero el movimiento de las ondas que viajan por una cuerda.

Una cuerda vibra en un plano, ya sea vertical u horizontal. En cualquier caso, se trata de una **polarización plana**, ya que las oscilaciones se producen en un solo plano.



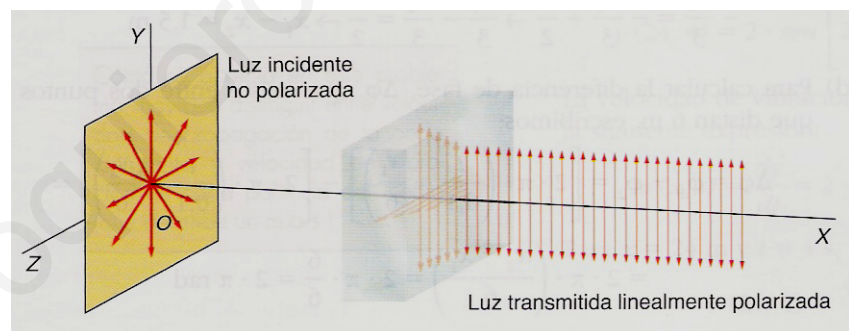
Si colocamos una rendija en la trayectoria que describe la onda que viaja por la cuerda, la onda pasará por la rendija si están alineadas, y no lo hará si no lo están.

Si la onda que se propaga vibra en dirección vertical, diremos que la onda **está polarizada verticalmente**, y si vibra en dirección horizontal, **está polarizada horizontalmente**.

Solo podemos polarizar las ondas transversales, ya que las longitudinales vibran en la dirección del movimiento, y la rendija no las detiene.

Como se aprecia en la figura, en las ondas transversales existen infinitos planos, que contienen a la dirección de propagación, en los que puede producirse la vibración.

Si, de alguna forma, hacemos que una onda transversal vibre tan solo en uno de los infinitos planos que contienen a la dirección de propagación en que puede vibrar, decimos que la onda está polarizada. Polarizar una onda es restringir sus posibles formas de vibración.



Si las vibraciones se producen siempre en el mismo plano, la polarización es lineal.

15.- Efecto Doppler.

El efecto Doppler consiste en el cambio en la frecuencia percibida por un observador en relación con la frecuencia emitida por un foco cuando hay movimiento relativo (de acercamiento o alejamiento) entre ambos. Así cuando una ambulancia con la sirena funcionando se acerca o se aleja de nosotros observamos que el tono de la frecuencia del sonido que percibimos cambia; es más agudo al aproximarse y se convierte en un sonido más grave al alejarse.

Se pueden distinguir los siguientes casos:

Si el foco está inmóvil y el observador también, la frecuencia del sonido percibido por el observador es la misma que la frecuencia emitida por el foco.

Si el foco está quieto y el observador se mueve hacia el foco, la velocidad relativa de las ondas en relación con el observador es $v' = v + v_0$, siendo v la velocidad del sonido y v_0 la velocidad del observador. La frecuencia emitida por el foco es $\nu = \frac{v}{\lambda}$ y la frecuencia escuchada por el observador será: $\nu' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_0}{\lambda}$, como la longitud de onda no cambia, despejando la longitud de onda en la ecuación de la frecuencia emitida por el foco y sustituyendo ese valor en la frecuencia percibida por el observador:

$$\nu' = \frac{v + v_0}{v} \nu = \left[1 + \frac{v_0}{v} \right] \nu$$

La frecuencia del sonido percibido por el observador es mayor que la frecuencia emitida por el foco

Si el foco está inmóvil y el observador se aleja del foco, entonces la velocidad relativa de la onda respecto al observador sería $v' = v - v_0$, razonando igual que en el caso anterior, se deduce:

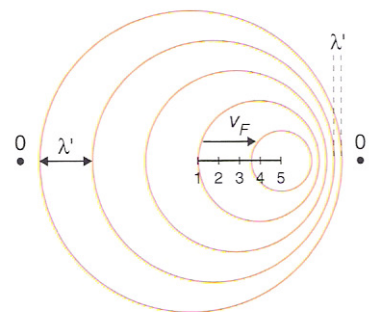
$$\nu' = \frac{v - v_0}{v} \nu = \left[1 - \frac{v_0}{v} \right] \nu$$

En general, cuando un observador se mueve con velocidad v_0 en relación con un foco quieto, la frecuencia que percibe es:

$$\nu' = \nu \frac{v \pm v_0}{v}$$

Si el observador está en reposo y el foco está en movimiento. Si el observador está en reposo y el foco se mueve, los frentes de onda no son concéntricos, se agolpan en el sentido del movimiento y se distancian en el sentido opuesto.

Si el observador está en reposo y el foco se acerca, el observador recibe más ondas en la unidad de tiempo por lo que la frecuencia aumenta.



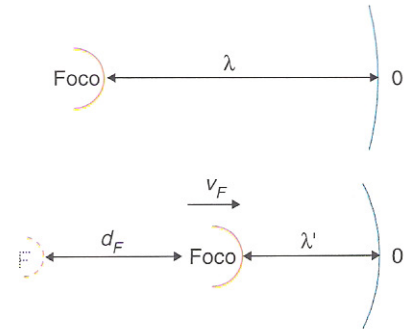
Mientras que un frente de onda recorre una distancia $\lambda = vT$, el foco recorre una distancia $d = v_F \cdot T$.

La distancia entre dos frentes de ondas consecutivos será:

$$\lambda' = \lambda - d = vT - v_F T = (v - v_F)T = \frac{(v - v_F)}{v}$$

La frecuencia percibida por el observador:

$$v' = \frac{v}{\lambda'} = v \frac{v}{v - v_F}$$



La frecuencia que percibe un observador aumenta cuando el foco sonoro se aproxima.

Si el foco se aleja del observador en reposo, al observador le llagan menos frentes de onda en la unidad de tiempo por lo que la frecuencia percibida disminuye.

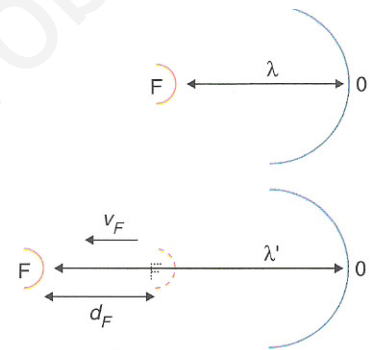
Mientras que un frente de onda recorre una distancia $\lambda = vT$, el foco recorre una distancia $d = v_F \cdot T$.

La distancia entre dos frentes de ondas consecutivos será:

$$\lambda' = \lambda + d = vT + v_F T = (v + v_F)T = \frac{(v + v_F)}{v}$$

La frecuencia percibida por el observador:

$$v' = \frac{v}{\lambda'} = v \frac{v}{v + v_F}$$



La frecuencia que percibe un observador disminuye cuando el foco sonoro se aleja.

En general, cuando un foco se mueve con velocidad v_F en relación con un observador en reposo, la frecuencia que percibe es:

$$v' = v \frac{v}{v \pm v_F}$$

En esta expresión se utilizará el signo negativo cuando el foco se acerque al observador y el signo positivo, cuando el foco se aleje del observador.

Si el observador y el foco están en movimiento. La frecuencia se calcula en dos etapas: Considerando, por ejemplo, que el foco se mueve:

$$v_1 = v \frac{v}{v \pm v_F}$$

Y si el observador también se mueve, la frecuencia correspondiente será:

$\nu' = \nu_1 \left(\frac{v \pm v_0}{v} \right)$. En esta ecuación se sustituye ν_1 por su valor y resulta:

$$\nu' = \nu \left(\frac{v \pm v_0}{v \pm v_F} \right)$$

ν' es la frecuencia del sonido percibido por el observador.

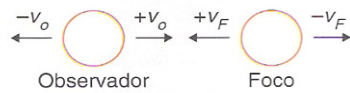
ν es la frecuencia del sonido emitido por el foco.

v es la velocidad del sonido en el aire.

v_0 es la velocidad del observador.

v_F es la velocidad del foco.

La última ecuación engloba todos los demás casos aplicando el siguiente criterio de signos:



Criterio de signos: las velocidades

EJERCICIOS DE MOVIMIENTO ONDULATORIO.

- Una onda armónica de frecuencia 100Hz y 0,5 m de amplitud se propaga con una velocidad de 10 m/s en el sentido positivo del eje X. En el instante inicial, la elongación en el origen es 0,5. Halla:
 - a) la ecuación de la onda;
 - b) la diferencia de fase entre dos puntos separados 0,2 m;
 - c) la velocidad y aceleración máximas de un punto del medio.
- En un punto F se está produciendo un m.a.s. de 8 cm de amplitud y 20 Hz. Esta perturbación se propaga con una velocidad de 2 m/s. a) Suponiendo que en el instante inicial el foco se encontraba en su posición de equilibrio, escribe la ecuación de la onda utilizando la función seno y utilizando la función coseno. b) Calcula la velocidad de vibración de un punto que se encuentra a 3m del foco, 10 s después de iniciado el movimiento del foco.
- Por una cuerda se propaga una onda cuya ecuación es: $y = 20 \text{ sen } (10x + 100t)$, donde x e y se miden en cm y t en segundos. Calcula:
 - a) La velocidad con que se propaga.
 - b) La velocidad transversal de un punto situado a $x = 30$ cm en el instante $t = 5$ s.
 - c) Diferencia de fase en un instante dado entre dos puntos separados 0,1 m.
 - d) Distancia entre dos puntos entre los que hay, en un instante dado, una diferencia de fase de 45° ?
- La ecuación de una onda estacionaria es $y = 0,05 \text{ sen } \frac{\pi}{6} x \cdot \cos 20\pi t$ con x e y en cm y t en s. Determina:
 - a) La frecuencia de la onda que provoca la formación de la onda estacionaria.
 - b) La distancia entre dos nodos consecutivos.
 - c) La distancia entre un nodo y un vientre consecutivos.
 - d) La velocidad de vibración de la partícula situada en la posición $x = 3$ cm para $t = 1$ s.
- Una onda de frecuencia 500 Hz tiene una velocidad de propagación de 300 m/s. ¿Cuál es la separación entre dos puntos que tengan una diferencia de fase de 60° ? ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos elongaciones en un mismo punto que estén separadas por un intervalo de tiempo de una milésima de segundo?
- La ecuación de una onda es $y = 25 \text{ sen}(0,4t - \pi x)$ en unidades del SI. ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que un punto situado a 5 m del foco tenga velocidad máxima?
- Dada la ecuación $y = 6 \text{ sen } 2\pi (3t - 0,2x)$, en unidades de S.I. Calcular el período, la frecuencia y la velocidad de propagación y la máxima velocidad de vibración de un punto.
- Un altavoz emite con una potencia de 500 W. ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora a 5 m de distancia? ¿Y la sonoridad a 10 m?

9. La distancia que separa dos nodos consecutivos en un sistema de ondas estacionarias es de 40 cm. Calcula la frecuencia de la onda si la velocidad con la que se propaga es de 200 m/s
10. En una cuerda se produce una onda estacionaria de ecuación $y = 5 \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} x \cdot \cos 40\pi t$ donde x e y están en cm y t en s. Determina la amplitud y velocidad de las ondas cuya superposición da lugar a dicha onda.
11. La ecuación de una onda estacionaria en una cuerda, expresada en unidades del S.I., es: $Y(x,t) = 0,2 \operatorname{sen} \pi x \cdot \cos \pi t$, determina:
- a) La velocidad de propagación de las ondas cuya superposición da lugar a esa vibración.
 - b) La distancia entre un nodo y un vientre consecutivos.
 - c) Velocidad de una partícula de la cuerda situada en el punto $x = 1,5$ cm en el instante $t = 1,125$ s
 - d) La aceleración máxima de dicha partícula en cualquier instante.
12. En un partido de fútbol un espectador canta un gol con una sonoridad de 40 dB. ¿Cuál será la sonoridad si gritaran a la vez y con la misma intensidad sonora los 1000 espectadores que se encuentran viendo el partido? ¿Cuántos aficionados son necesarios para que el nivel de intensidad sonora sea de 75 dB? ($I_0 = 10^{-12}$ W/m²)
13. Determina la ecuación de una onda de 6 m de amplitud y 4 Hz que se propaga hacia la derecha con una velocidad de 0,8 m/s sabiendo, que en el instante $t = 1$ s, una partícula del medio situada a 2 m del origen alcanza su máxima elongación positiva. ¿En qué instantes alcanzará dicha partícula su máxima aceleración?
14. Una piedra cae en un estanque lleno de agua, produciendo una onda armónica que tarda 2 s en recorrer 6 m. Si la distancia entre dos crestas consecutivas es de 30 cm, determina la velocidad de propagación de la onda y su frecuencia angular.
15. Si se duplica la longitud de onda de una onda dada sin variar su frecuencia, ¿cómo variará la velocidad de propagación de la onda? ¿Y la velocidad máxima de vibración de una partícula del medio?
16. Una onda transversal que se propaga en la superficie del agua tiene una frecuencia de 10 Hz, una longitud de onda de 5 cm, una amplitud de 4 cm y una fase inicial nula.
- a) Escribe la ecuación de la onda;
 - b) Calcula la mínima distancia que separa dos puntos cuyas fases difieren en $\frac{\pi}{3}$ rad.
 - c) Determina la altura a la que se encuentra un trocito de corcho situado a 20 cm del foco en el instante $t = 1,25$ s.
17. Una cuerda cuyos extremos están fijos vibra según la ecuación expresada en el S.I.: $y(x,t) = 0,02 \cdot \cos 20\pi x \cdot \operatorname{sen} 50\pi t$. Determina la velocidad de propagación de las ondas cuya interferencia da lugar a dicha ecuación, la distancia entre dos nodos consecutivos y la velocidad de un punto situado a 1m del foco en el instante $t = 0,5$ s.

18. Una onda armónica sinusoidal se propaga en el sentido positivo del eje OX, con una frecuencia de 100 Hz, una velocidad de 500 m/s y con una amplitud de 15 cm. Si en el instante inicial una partícula del medio situada en el origen ocupa la máxima elongación positiva:
- a) Escribe la ecuación de la onda.
 - b) Determina la diferencia de fase entre dos puntos separados 2 m.
 - c) ¿Cuál es la máxima velocidad de vibración de las partículas del medio?
19. Una ventana cuya superficie es de $1,5 \text{ m}^2$ está abierta a una calle cuyo ruido produce una sonoridad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana? ($I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$).
20. Dada la ecuación $y = 3 \text{ sen } 2\pi(6t - 0,2x)$, donde x e y están en metros y t en segundos, Halla:
- a) El período y la frecuencia.
 - b) La longitud de onda.
 - c) La velocidad de propagación.
 - d) La amplitud.
 - e) Escribe la ecuación de onda de un movimiento ondulatorio de las mismas características pero que se propaga en sentido opuesto.
21. Se duplican a la vez la frecuencia y la amplitud de una onda sonora. ¿Por qué factor se ve multiplicada la intensidad? ¿Y el nivel de intensidad?
22. Halla la longitud de onda de un movimiento ondulatorio sabiendo que la distancia entre el segundo vientre y el cuarto nodo es 40 cm.
23. Un foco puntual de 10 W de potencia emite ondas sonoras que se propagan uniformemente en todas las direcciones. Calcula la intensidad del sonido y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 10 m del foco.
24. La intensidad de una onda sonora es dos veces la intensidad de otra. Expresa en decibelios la diferencia de los niveles de intensidad sonora entre ambas.
25. Una cuerda fija por sus dos extremos vibra según la ecuación: $y = 3 \text{ sen } \frac{2\pi x}{3} \cos 30\pi t$.
- Estando x e y en cm y t en segundos:
- a) Halla la distancia entre dos vientres consecutivos.
 - b) Determina la amplitud y la frecuencia de las ondas que ha generado la onda estacionaria descrita.
 - c) Halla la elongación del punto $x = 4,5 \text{ cm}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.
26. Una onda transversal se propaga por una cuerda con una velocidad de 80 m/s, y al reflejarse se forma el cuarto armónico de una onda estacionaria cuya ecuación es:
- $$y = 0,12 \text{ sen}(kx) \cos(\omega t) \quad x \text{ e } y \text{ en m y } t \text{ en s}$$
- Si la longitud de la cuerda es de 4 m, calcula el valor de k (número de ondas), de la frecuencia angular o pulsación y de la frecuencia **b)** ¿Cuál es la máxima elongación de un punto de la cuerda situado a 0,5 m de un extremo? **c)** ¿Qué frecuencia debería tener la onda transversal que se propaga por la cuerda a 80 m/s para que se formase el

- segundo armónico en lugar del cuarto? **d)** ¿Cuáles son las ecuaciones de las ondas cuya interferencia da lugar a la onda estacionaria dada?
27. Determina la frecuencia fundamental de vibración y el primer armónico de una cuerda de piano de 30 cm de longitud, fija por ambos extremos, si la velocidad de propagación de las ondas en ella es de 20 m/s. ¿Cuál sería la frecuencia del tercer armónico?
28. Una locomotora que se acerca a 108 km/h a una estación emite un sonido continuo de 400 Hz. ¿Qué frecuencia percibe un observador en reposo en la estación?
29. Un automovilista se acerca a una fábrica a 72 km/h mientras que la sirena de ésta emite un sonido de 300 Hz. ¿Qué frecuencia percibe el automovilista?
30. El período de una onda transversal que se propaga en una cuerda tensa es de 0,002 s. Sabiendo que dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase vale $\pi/2$ rad están separados una distancia de 10 cm, calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación.
31. Una fuente sonora puntual emite con una potencia de 100 W. Calcula la intensidad sonora en los puntos situados a 20 m de la fuente. ¿A qué distancia de la fuente el nivel de intensidad sonora es de 120 dB?