

**Ficha nº 2: Sistemas de ecuaciones lineales: Método de Gauss**

Alumno:

1. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ (\alpha + 1)x + \alpha y - z = \alpha \\ 4x + (\alpha + 2)y + \alpha z = \alpha + 2 \end{array} \right\}$$
- a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores del parámetro  $\alpha$

**Solución:**

Si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$	$S = \{(0, 1, 0)\}$	<i>S.C.D</i>
Si $\alpha = 0$	$S = \{(z, 1 - 2z, z) / z \in \mathbb{R}\}$	<i>S.C.I</i>
Si $\alpha = 1$	$S = \{(2z, 1 - 3z, z) / z \in \mathbb{R}\}$	<i>S.C.I</i>

2. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\left. \begin{array}{l} x + y + \alpha z = 1 \\ x + \alpha y + z = \alpha \\ \alpha x + y + z = \alpha^2 \end{array} \right\},$$
- a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores de  $\alpha$

**Solución:**

Si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$	$S = \left\{ \left( \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2}, \frac{1}{\alpha + 2}, -\frac{\alpha + 1}{\alpha + 2} \right) \right\}$	<i>S.C.D</i>
Si $\alpha = 1$	$S = \{(-y - z + 1, y, z) / y, z \in \mathbb{R}\}$	<i>S.C.I</i>
Si $\alpha = -2$	$S = \emptyset$	<i>S.I</i>

3. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\left. \begin{array}{l} \alpha x - y + z = 3 \\ (\alpha - 1)x + 2y - z = \alpha - 1 \\ 3x + 11y - 6z = \alpha \end{array} \right\}$$
- a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores de  $\alpha$

**Solución:**

Si $\alpha \neq 2$	$S = \{(1, -\alpha + 3, -2\alpha + 6)\}$	<i>S.C.D</i>
Si $\alpha = 2$	$\left[ \begin{array}{l} S = \left\{ \left( -\frac{1}{5}z + \frac{7}{5}, \frac{3}{5}z - \frac{1}{5}, z \right) / y \in \mathbb{R} \right\} \\ \text{o} \\ S = \left\{ \left( -\frac{y}{3} + \frac{4}{3}, y, \frac{5}{3}y + \frac{1}{3} \right) / y \in \mathbb{R} \right\} \end{array} \right]$	<i>S.C.I</i>

**Consejo:** Escribe los coeficientes del sistema en una matriz, de manera que en la 1ª columna tengas los coeficientes de  $z$ , en la 2ª los de  $y$ , en la 3ª los de  $x$  y en la última los términos independientes

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & \alpha & 3 \\ -1 & 2 & \alpha - 1 & \alpha - 1 \\ -6 & 11 & 3 & \alpha \end{array} \right)$$

4. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real  $\lambda$  e incógnitas  $x, y, z$

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2)x - y + z &= 0 \\ 3x + (\lambda + 6)y - 3z &= 0 \\ 5x + 5y + (\lambda - 2)z &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ se pide}$$

- a) Calcular para qué valores de  $\lambda$  el sistema admite sólo la solución trivial  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$   
 b) Para cada valor de  $\lambda$  que hace indeterminado el sistema, obtener todas las soluciones del sistema

**Consejo:** Escribe los coeficientes del sistema en una matriz, de manera que en la 1ª columna tengas los coeficientes de  $z$ , después los de  $y$  y, por último los de  $x$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \lambda + 2 & 0 \\ -3 & \lambda + 6 & 3 & 0 \\ \lambda - 2 & 5 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

**Solución:**

Si $\lambda \neq -3 \wedge \lambda \neq 0$	$S = \{(0, 0, 0)\}$	<i>S.C.D</i>
Si $\lambda = -3$	$S = \{(z - y, y, z) / y, z \in \mathbb{R}\}$	<i>S.C.Doblemente I</i>
Si $\lambda = 0$	$S = \left\{ \begin{aligned} &(-\frac{1}{5}z, \frac{3}{5}z, z) / z \in \mathbb{R} \\ &0 \\ &S = \{(x, -3x, -5x) / z \in \mathbb{R}\} \end{aligned} \right\}$	<i>S.C.I</i>

5. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real  $\lambda$  e incógnitas  $x, y, z$

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + 2z &= 3 \\ 4x + y + \lambda z &= 4 \\ -6x + (\lambda - 1)y - 6z &= -2 \end{aligned} \right\} \text{ se pide}$$

- a) Calcular para qué valores de  $\lambda$  el sistema admite solución única y determinarla  
 b) ¿Qué valor de  $\lambda$  hace compatible indeterminado el sistema?, Resuélvelo  
 c) ¿Qué valor de  $\lambda$  hace incompatible el sistema?  
 d) Resuelve el sistema para  $\lambda = 1$

**Solución:**

Si $\lambda \neq -14 \wedge \lambda \neq 5$	$S = \left\{ \left( \frac{1}{\lambda+14} (3\lambda + 10), \frac{16}{\lambda+14}, -\frac{8}{\lambda+14} \right) \right\}$	<i>S.C.D</i>
Si $\lambda = 5$	$S = \left\{ \left( \frac{9}{11} - \frac{13}{11}z, \frac{8}{11} - \frac{3}{11}z, z \right) / z \in \mathbb{R} \right\}$	<i>S.C. I</i>
Si $\lambda = -14$	$S = \emptyset$	<i>S.I</i>