INFERENCIA ESTADÍSTICA. MUESTREO. DISTRIBUCIONES MUESTRALES

0.- Introducción

Para comenzar el tema es conveniente recordar el significado de algunos términos:

- ***Población*** es el conjunto de elementos sobre los que se hace un determinado estudio.
- ***Muestra*** es la parte de la población que tomamos para hacer el estudio.

Frecuentemente no es posible estudiar todos los elementos de una población por razones de tiempo, economía (si hacemos un estudio sobre la fecha de caducidad de todos los productos, ¿qué vendemos luego?), inexistencia real o porque el estudio requiere su destrucción, por esto lo que nos interesa es tomar una muestra y deducir o inferir las características de la población a partir de las de la muestra.

La ***Estadística Inferencial*** se ocupa de deducir o inferir las características de la población a partir de las de la muestra.

Que la muestra de estudio sea lo más pequeña posible es una exigencia de tiempo y de costes; además, el aumento de datos no siempre acarrea una certeza considerablemente mayor, pues más importante que muchos datos es que estén bien elegidos: que sean *representativos* de la población que se desea estudiar.

Para que una muestra se considere válida debe cumplir que su *tamaño* sea proporcionado al tamaño de la población; que *no* haya *distorsión* en la elección de los elementos de la muestra y que sea *representativa*. Para elegir estas muestras utilizamos el ***muestreo*** y las ***técnicas de muestreo.***

Al trabajar con muestras, hay que diferenciar los *parámetros* observados en la *muestra* (parámetros estadísticos o simplemente ***estadísticos***) de los *parámetros* reales correspondientes a la *población* (parámetros poblacionales o simplemente ***parámetros***).

1.- Muestreo aleatorio. Tipos

Es evidente que para que el estudio a realizar sea fiable, hay que cuidar mucho la elección de la muestra, para que represente en la medida de lo posible a la población de la que se extrae. Si la muestra está mal elegida, diremos que *no es representativa.*

En este caso, se pueden producir errores imprevistos e incontrolados. Dichos errores se denominan *sesgos* y diremos que la *muestra* está *sesgada*.

La manera más eficaz de conseguir que una muestra sea representativa es elegirla al *azar*, de esta forma, todos los individuos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos. En este caso decimos que se ha obtenido mediante ***muestreo aleatorio.***

Los ***tipos*** fundamentales de *muestreos aleatorios* son: *m. a. simple, m. a. sistemático, m. a. estratificado con afijación proporcional* y *m. a. por conglomerados.*

a) Muestreo aleatorio simple

*Consiste en enumerar todos individuos de la población desde **1** hasta **N** y seleccionar aleatoriamente los **n** individuos que han de formar la muestra.*

La elección se puede hacer asignando un número a cada elemento de la población e introduciendo éstos en una urna, y luego extraer los *n* elementos. La elección de un individuo no debe afectar a la probabilidad de que sea seleccionado otro cualquiera. Esto implica que la elección debería hacerse con reemplazamiento; aunque ello comporte que algún alumno pueda ser elegido más de una vez.

Este procedimiento, aunque simple, requiere tener unos medios materiales: urna, etc., por lo que a veces se emplean en su lugar otras alternativas como generar números aleatorios mediante un ordenador o una calculadora utilizando la función RAN que genera números aleatorios de tres cifras decimales entre 0 y 0,999. Si el número generado lo multiplicamos por N (nº de elementos de la población), conseguiremos un número comprendido entre 0 y $N - 1$. Por tanto, no tenemos más que sumarle 1 al número obtenido y tendremos un valor comprendido entre 1 y N. De cada valor obtenido nos quedaremos con la parte entera.

P. e., para $N = 45$: RAN# $= 0{,}126 \times 45 + 1 = 6{,}67 \rightarrow 6$

Otra alternativa es el uso de ***tablas de números aleatorios*** que están formadas por grupos de dígitos obtenidos al azar y ordenados por filas y columnas.

Ejemplo resuelto

1.- Escoger mediante m. a. simple una muestra de 20 alumnos de entre los de un instituto de 600.

Elegiríamos un alumno al azar (probabilidad de elegirlo 1/600). Lo devolvemos a la población y se elige otro (probabilidad de elegirlo 1/600), y así hasta 20. Notemos que si no devolviésemos al alumno, entonces, la probabilidad de escoger al 2º alumno sería 1/599, y ya no todos tendrían la misma probabilidad de ser elegidos. El problema es que entonces permitimos que se puedan repetir individuos.

b) Muestreo aleatorio sistemático

*Consiste en seleccionar los **n** individuos de la muestra eligiendo al azar el primer individuo entre los **k** primeros, siendo* $\boxed{k = \frac{N}{n}}$ *el coeficiente de elevación, y los restantes de **k** en **k**, hasta completar todos los elementos que componen la muestra.*

Este procedimiento exige, para que se pueda aplicar correctamente, que la población no presente ninguna ordenación por la variable objeto de estudio (sexo, estatura, peso, etc.) y, si la hay, previamente habrá que desordenarla.

Ejemplo resuelto

2.- Escoger mediante m. a. sistemático una muestra de 20 alumnos de entre los de un instituto de 600.

Calculamos el coeficiente de elevación, k=600/20=30, se sortea un número del 1 al 30, sale por ejemplo el alumno 27, y después a dicho número se le suma 30 hasta tener 20 alumnos .Elegiríamos por tanto a los alumnos:

27, 57, 87, 117, 147, 177, 207, 237, 267, 297, 327, 357, 387, 417, 447, 477, 507, 537, 567, 597

Ejemplo

3.- Disponemos del censo electoral de una población. Consta de 27800 electores. Deseamos extraer una muestra de 200 individuos:

a) Mediante muestreo aleatorio simple.
b) Mediante muestreo aleatorio sistemático.

Ejercicio

4.- En un centro escolar hay 1300 alumnos. Explicar cómo se elige una muestra de tamaño 100:

a) Mediante muestreo aleatorio simple.
b) Mediante muestreo aleatorio sistemático.

c) Muestreo aleat. estratificado con afijación proporcional

Consiste en dividir la población en grupos homogéneos, llamados ***estratos****; por ejemplo, por grupos de edades, por sexo, por número de habitantes de las distintas poblaciones. Hecho esto, la muestra se escoge aleatoriamente (mediante m. a. simple o m. a. sistemático) en número proporcional al de los componentes de cada estrato.*

Estratos	E_1	E_2	E_3	Total
Nº de indiv. en la población	N_1	N_2	N_3	N
Nº de indiv. en la muestra	n_1	n_2	n_3	n

$$\boxed{\frac{n}{N}=\frac{n_1}{N_1}=\frac{n_2}{N_2}=\frac{n_3}{N_3}}$$

Se procede a un m. a. estratificado con afijación proporcional cuando se supone que la pertenencia a uno u otro estrato influye en la variable que estamos analizando. Por ejemplo:

- La edad influye en las opiniones sobre aspectos sociológicos.
- La pertenencia a una u otra comunidad autónoma puede influir en la "renta per cápita", o en el precio de la vivienda, …

Ejemplo resuelto

5.- Escoger mediante m. a. estratificado con afijación proporcional una muestra de 20 alumnos de entre los de un instituto de 600.

Si queremos que la muestra sea representativa, lo mejor será conocer cuántos alumnos de cada curso hay, es decir, si hay 200 alumnos de 3º ESO, 150 de 4º ESO, 150 de 1º Bachillerato y 100 de 2º Bachillerato, procederíamos:

Como de 600 en total hemos de elegir a 20, de 200 de 3º de ESO hemos de elegir x:

$$\frac{20}{600}=\frac{n_1}{200} \Rightarrow n_1=\frac{4000}{600}=6,6\approx 7 \text{ alumnos de } 3^o$$

De igual manera podemos calcular los alumnos correspondientes a los demás cursos, resultando: 5 alumnos de 4º, 5 alumnos de 1º 3 alumnos de 2º. Para la elección de cada alumno dentro de cada curso, utilizamos el muestreo aleatorio simple.

Ejemplo

6.- Los 1300 alumnos de un centro se reparten así: 426 de 1º, 359 de 2º, 267 de 3º, 133 de 4º, 115 de 5º. ¿Cómo se elegirá una muestra de 100 alumnos mediante muestreo estratificado con afijación proporcional?

Ejercicio

7.- Una ganadería tiene 2000 vacas. Son de distintas razas: 853 de *A*, 512 de *B*, 321 de *C*, 204 de *D* y 110 de *E*. Queremos extraer una muestra de 120:

a) ¿Cuántas hay que elegir de cada raza para que el muestreo sea estratificado con afijación proporcional?

b) ¿Cómo ha de ser la elección dentro de cada estrato?

2.- Distribuciones muestrales

Una vez obtenida la muestra de la población, y realizado el estudio sobre ella, llega la fase en que hay que obtener conclusiones sobre la población. Nosotros vamos a centrarnos en el caso de que queramos estimar la *media* de la población (por ejemplo, el peso medio de jóvenes de 20 años), o la *proporción* de individuos de esa población que tienen una determinada característica (por ejemplo, la proporción de familias que usan Internet).

Es necesario el conocimiento de las relaciones existentes entre los estadísticos muestrales y los parámetros de la población. Como estos últimos se infieren de los estadísticos es necesario conocer la ***distribución muestral*** de estos estadísticos.

Distinguiremos, por tanto, entre:

1. Parámetros poblacionales: Que son los índices centrales y de dispersión que definen a una población.

Representaremos la *media* poblacional por μ y la *desviación típica* por σ.

En el caso de proporciones, la *proporción* de población que tiene una determinada característica la denotaremos por p y la que no la cumple por $q = 1 - p$.

2. Estadísticos muestrales: Son los índices centrales y de dispersión que definen a una muestra.

Representaremos la *media* muestral por $\bar{x}$ y la *desviación típica* por s.

En el caso de proporciones, la *proporción* de muestra que tiene una determinada característica la denotaremos por $\hat{p}$ y la proporción que no la cumple por $\hat{q} = 1 - \hat{p}$.

3.- Distribuciones de las medias muestrales

Comenzamos con la situación de obtener conclusiones sobre la media de la población a partir del estudio de las medias obtenidas de las muestras.

Imaginemos todas las posibles muestras de tamaño n de una cierta población cuya variable sea cuantitativa (numérica). Cada muestra tiene una media. Los diferentes valores de la media dan lugar a una variable aleatoria que se representa por $\bar{X}$. La distribución de los valores de $\bar{X}$ se llama ***distribución de las medias muestrales.***

Sea una *población* de *media* μ y *desviación típica* σ, que sigue una *distribución normal* $N(\mu, \sigma)$, la ***distribución de las medias muestrales***, $\bar{X}$, de tamaño $\boldsymbol{n}$, sigue también una *distribución normal* (independientemente del tamaño de la muestra) y tiene:

- Una ***media***, $\mu_{\bar{X}}$, igual a μ (la misma que la población); es decir, la *media de las medias muestrales* ($\bar{x}$) es igual a la *poblacional*:

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_k}{k} = \mu \;\rightarrow\; \boxed{\mu_{\bar{X}} = \mu}$$

- Una ***desviación típica***, $\sigma_{\bar{X}}$, igual a $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$: $\boxed{\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, por consiguiente, disminuye al aumentar $\boldsymbol{n}$. (*Este resultado sólo es válido para poblaciones infinitas o para poblaciones finitas en las que el muestreo se ha hecho con reemplazamiento*)

Por tanto si $X \approx N(\mu, \sigma)$, entonces $\boxed{\bar{X} \approx N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$.

❒ *Teorema Central del Límite*

Si la *población* de partida ***no*** sigue una *distribución normal*, la ***distribución de las medias muestrales***, $\bar{X}$, es *prácticamente normal* cuando el tamaño de la muestra sea $\boldsymbol{n \geq 30}$.

Podemos considerar entonces que $\boxed{\bar{X} \approx N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$.

Este teorema fue enunciado por primera vez por *Laplace* (1749-1827). Más tarde *Lyapunov* (1857-1918) realizó una demostración rigurosa de este teorema.

Vamos a comprobar la veracidad de las aproximaciones anteriores con el siguiente ejemplo.

Ejemplo resuelto

8.- Consideremos la población formada por tres bolas contenidas en una urna y numeradas del 2 al 4. Vamos a estudiar la distribución de las medias muestrales cuando se realizan extracciones con reemplazamiento de tamaño 2. A continuación, comprobaremos la veracidad del Teorema Central del Límite.

1.er paso. *Obtenemos las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.:*

(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4,4)

2.º paso. *Calculamos la media de cada muestra:*

2 2,5 3 2,5 3 3,5 3 3,5 4

3er paso. *Ordenamos y agrupamos los resultados obtenidos formando la tabla de frecuencias:*

$\bar{x}_i$	2	2,5	3	3,5	4	
f_i	1	2	3	2	1	**9**

4.º paso. *Hallamos la media aritmética y la desviación típica de la distribución de medias muestrales:*

Media de $\overline{\boldsymbol{X}}$: $\mu_{\bar{X}} = \dfrac{2\cdot 1 + 2,5\cdot 2 + 3\cdot 3 + 3,5\cdot 2 + 4\cdot 1}{9} = 3$

Desviación típica de $\overline{\boldsymbol{X}}$: $\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\dfrac{1\cdot 2^2 + 2\cdot 2,5^2 + 3\cdot 3^2 + \ldots}{9} - 3^2} = 0,58$

Por tanto, la <u>distribución de las medias muestrales</u> será: ***N*****(3; 0,58)**

5.º paso. *Para comprobar el Teorema Central del Límite calculamos la media y la desviación típica poblacional:*

(2, 3, 4)

Media: $\mu = \dfrac{2+3+4}{3} = 3$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\dfrac{2^2+3^2+4^2}{3} - 3^2} = 0,82$

Por tanto, si la población sigue una $\boldsymbol{N}(\mu, \sigma)$, *entonces la distribución de medias muestrales sigue una* $\boldsymbol{N}\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}\right)$.

En nuestro caso:

La población sigue una $\boldsymbol{N}(3; 0,82)$

La distribución de medias muestrales sigue una $\boldsymbol{N}\left(3, \dfrac{0,82}{\sqrt{2}}\right) = \boldsymbol{N}(3; 0,58)$

Luego queda comprobado el Teorema Central del Límite para esta población y estas muestras de tamaño 2 obtenidas mediante m.a.s.

Ejemplos

9.- Una población está formada por sólo cinco elementos, con valores 3, 5, 7, 9 y 11. Consideramos todas las muestras posibles de tamaño 2 con reemplazamiento que puedan extraerse de esta población. Calcular:

a) Escribe las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.
b) La media de la población.
c) La desviación típica de la población.
d) La media de la distribución muestral de medias.
e) La desviación típica de la distribución de las medias muestrales, es decir, el error típico de las medias.
f) Varianza de las medias muestrales.

10.- En el último año, el peso de los recién nacidos en una maternidad se ha distribuido según una ley normal de media μ = 3100 *g* y desviación típica σ = 150 *g*.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese más de 3130 *g*?
b) ¿Qué distribución seguirán las muestras de tamaño 100 de recién nacidos?
c) ¿Cuál será la probabilidad de que la media de una muestra de 100 recién nacidos sea superior a 3130 *g*?

11.- En una población (3, 7, 9, *k*). ¿Cuánto debe valer *k* sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 3, obtenidas mediante m.a.s., es 8,5?

Ejercicios

12.- En la población P = (1, 3, 5). Consideramos todas las muestras posibles de tamaño 2 con reemplazamiento que puedan extraerse de esta población. Se pide calcular:

a) Escribe las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.
b) La media de la población.
c) La desviación típica de la población.
d) La media de la distribución de las medias muestrales.
e) La desviación típica de la distribución de las medias muestrales, es decir, el error típico de las medias.
f) Varianza de las medias muestrales.

13.- Se sabe que el cociente intelectual de los alumnos de una universidad se distribuye según una ley normal de media 100 y varianza 729.

a) Halla la probabilidad de que una muestra de 81 alumnos tenga un cociente intelectual medio inferior a 109.
b) Halla la probabilidad de que una muestra de 36 alumnos tenga un cociente intelectual medio superior a 109.

4.- Distribuciones de las proporciones muestrales

Cuando en una población estudiamos una determinada característica o variable que sólo puede tomar dos valores, *éxito **(E)*** o *fracaso **(F)*** (*variables discretas*), diremos que la población, objeto del estudio, sigue una ***distribución binomial B(n, p)***, siendo ***p*** la proporción de individuos con esa característica.

Vimos en el tema anterior que cuando la ***población*** es grande, la ***distribución binomial*** ***B(n, p)*** se aproxima a una ***normal***:

$$B(n,p) = N(np, \sqrt{npq})$$

Consideremos ***todas las muestras*** de tamaño ***n*** que pueden extraerse de esa población, en cada una de estas muestras habrá una proporción , $\hat{p}$, de individuos con una característica dada. Todas las proporciones muestrales dan lugar a una variable aleatoria que se representa por $\hat{P}$. La distribución de los valores de $\hat{P}$ se llama ***distribución de las proporciones muestrales***, y tiene las siguientes características:

- Una ***media***, $\mu_{\hat{P}}$, igual a ***p*** (la misma que la proporción poblacional); es decir, la media de las proporciones muestrales ($\hat{p}$) es igual a la proporción poblacional:

$$\mu_{\hat{P}} = \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \ldots + \hat{p}_k}{k} = p \ \rightarrow \ \boxed{\mu_{\hat{P}} = p}$$

- Una ***desviación típica*** igual a: $\boxed{\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\dfrac{p \cdot q}{n}}}$

Si se toman muestras de tamaño ***n ≥ 30*** de una población con una *distribución binomial* de parámetros ***p*** y ***q***, la ***distribución muestral de proporciones*** se aproxima a una *distribución normal*:

$$\boxed{\hat{P} \approx N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)}$$

En la práctica:

- Si $n \cdot p > 3$ y $n \cdot q > 3$ la aproximación es buena.
- Si $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot q \geq 5$ la aproximación es exacta.

Ejemplo resuelto

14.- Una población está formada por los elementos (5, 6, 9). Estudiar la distribución de las proporciones muestrales de múltiplos de 3 cuando se realizan extracciones con reemplazamiento de tamaño 2.

1.^er^ paso. *Obtenemos las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.:*

(5, 5), (5, 6), (5, 9), (6, 5), (6, 6), (6, 9), (9,5), (9, 6), (9, 9)

2.º paso. *Calculamos la proporción de múltiplos de tres de cada muestra:*

0 0,5 0,5 0,5 1 1 0,5 1 1

3^er^ paso. *Hallamos la media y la desviación típica de la distribución de proporciones muestrales:*

Media de $\hat{P}$: $\mu_{\hat{P}} = \dfrac{0+0,5+0,5+0,5+1+1+0,5+1+1}{9} = 0,67$

Desviación típica de $\hat{P}$: $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\dfrac{0^2+0,5^2+0,5^2+\ldots+1^2}{9} - 0,67^2} = 0,33$

Por tanto, la distribución de las proporciones muestrales será: ***N*(0,67; 0,33)**

4.º paso. *Vamos a comprobar que se verifican las siguientes relaciones cuando la población es finita o las muestras se extraen con reemplazamiento en una población finita con proporciones p y q:*

Media: $\mu_{\hat{P}} = p$

Desviación típica: $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\dfrac{p \cdot q}{n}}$

La proporción de múltiplos de 3 en la población es: p = 2/3 = 0,67= $\mu_{\hat{P}}$

Además se verifica que: $\sqrt{\dfrac{p \cdot q}{n}} = \sqrt{\dfrac{0,67 \cdot 0,33}{2}} = 0,33 = \sigma_{\hat{P}}$

A partir de ahora, para calcular la media y la desviación típica de la distribución de proporciones muestrales utilizaremos las relaciones anteriores.

Ejemplos

15.- Una población está formada por los elementos 1, 2, 4 y 6.

a) Escribe todas las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.
b) Calcular la proporción p de cifras impares.
c) Para cada una de las muestras con reemplazamiento de tamaño dos, calcula la proporción de cifras impares.
d) Calcula la media y la desviación típica de la distribución muestral de proporciones.

16.- Una máquina fabrica piezas de precisión. En su producción habitual fabrica un 3% de piezas defectuosas. Un cliente recibe una caja de 500 piezas procedentes de la fábrica.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que encuentre más del 5% de piezas defectuosas en la caja?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que encuentre menos de un 1% de piezas defectuosas?

Ejercicios

17.- Dada la población $P = (1, 2, 3)$.

a) Escribe todas las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.
b) Calcular la proporción p de cifras pares.
c) Calcula la media y la varianza de la distribución muestral de proporciones.

18.- En una población, la proporción de individuos que tienen una cierta característica C es 0,32.

a) Cómo se distribuyen las posibles proporciones de individuos que tienen la característica C en muestras de 200 individuos?
b) Calcula la probabilidad de que en una muestra la proporción sea menor que 0,3.

Ejercicios finales

Muestreo aleatorio. Tipos

19.- De un colectivo de 500 personas, elige una muestra de 20 mediante:

a) Un muestreo aleatorio simple.
b) Un muestreo aleatorio sistemático.

20.- En cierta población habitan 1500 niños y jóvenes, 7500 adultos y 1000 ancianos. Se desea realizar un estudio para conocer el tipo de actividades de ocio que se desean incluir en el nuevo parque en construcción. Para ello, van a ser encuestados 200 individuos elegidos al azar.

a) Explica qué procedimiento de selección sería más adecuado utilizar: muestreo con o sin reemplazamiento.
b) Si se utiliza muestreo estratificado con afijación proporcional, ¿cuál será el tamaño muestral correspondiente a cada estrato?

21.- En cierta provincia hay cuatro comarcas, C_1, C_2, C_3 y C_4, con un total de 1500000 personas censadas. De ellas, 300000 residen en C_1, 450000 en C_2 y 550000 en C_3.

Se quiere realizar un estudio sobre las costumbres alimenticias en esa provincia basado en una muestra de 3000 personas.

a) ¿Qué tipo de muestreo deberíamos realizar si queremos que en la muestra resultante haya representación de todas las comarcas?
b) ¿Qué número de personas habría que seleccionar en cada comarca, atendiendo a razones de proporcionalidad?
c) ¿Cómo seleccionarías las personas en cada comarca?

Justifica las respuestas.

Distribución de las medias muestrales

22.- Una población está formada por cuatro elementos: (2, 4, 6, 8). Consideramos todas las muestras posibles de tamaño 2 con reemplazamiento que puedan extraerse de esta población. Se pide calcular:

a) Escribe las muestras de tamaño 2, escogidas mediante m.a.s.
b) La media de la población.
c) La desviación típica de la población.
d) La media de la distribución de las medias muestrales.
e) La desviación típica de la distribución de las medias muestrales, es decir, el error típico de las medias.
f) Varianza de las medias muestrales.

23.- En una distribución $N\,(20, 6)$, tomamos muestras de tamaño 64.

a) ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras?
b) Cuál es la probabilidad de extraer una muestra cuya media esté comprendida entre 19 y 21?

24.- En una población (2, *a*, 11). ¿Cuánto debe valer *a* sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 2, obtenidas mediante m.a.s., es 7,4?

Distribución de las proporciones muestrales

25.- En un saco mezclamos judías blancas y judías pintas en la relación de 14 blancas por cada pinta. Extraemos un puñado de 100 judías.

a) ¿Cuál es la distribución de las proporciones muestrales?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de judías pintas esté entre 0,05 y 0,1?

26.- En la elección para formar parte del consejo escolar, un alumno ha recibido un 55% de votos desfavorables, si se elige una muestra de 40 alumnos que han votado.

a) ¿Cuál es la distribución que sigue la proporción de votantes que le han votado?
b) Halla la probabilidad de que más del 40% de los votantes de la muestra le votasen.