

Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS
Febrero 2011

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x - 1}{5x^3 + x^2 + x + 2}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 8}{5x^4 - 5}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 + 2}{x^2 - x + 1}}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 1}{5x} \right)^{2x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^5 + 3x^4 - 3x^3 - x^2 + x - 2}{x^4 - 1}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x - 1}{5x^3 + x^2 + x + 2} = \frac{2}{5}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 8}{5x^4 - 5} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 + 2}{x^2 - x + 1}} = 2$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 1}{5x} \right)^{2x} = e^{2/5}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^5 + 3x^4 - 3x^3 - x^2 + x - 2}{x^4 - 1} = 3$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (9x + 8)^{10}$
2. $y = e^x(x^2 - 1)$
3. $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 1}$
4. $y = e^{3x^2 - 2x - 1}$
5. $y = \ln \left(\frac{x - 7}{x^2 + 1} \right)$

$$6. y = \ln(2x^2 - 3)$$

Solución:

$$1. y = (9x + 8)^{10} \implies y' = 10(9x + 8)^9 \cdot 9$$

$$2. y = e^x(x^2 - 1) \implies y' = e^x(x^2 - 1) + e^x(2x)$$

$$3. y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 1} \implies y' = \frac{(2x + 1)(x^2 + 1) - 2x(x^2 + x - 2)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$4. y = e^{3x^2 - 2x - 1} \implies y' = (6x - 2)e^{3x^2 - 2x - 1}$$

$$5. y = \ln\left(\frac{x - 7}{x^2 + 1}\right) \implies y' = \frac{1}{x - 7} - \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$6. y = \ln(2x^2 - 3) \implies y' = \frac{4x}{2x^2 - 3}$$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = e^{x^2 - 1}$ en $x = 1$

Solución:

$$a = 1 \implies b = f(a) = e^0 = 1, \quad f'(x) = 2xe^{x^2 - 1}$$

$$m = f'(1) = 2$$

$$\text{Recta tangente: } y - 1 = 2(x - 1)$$

$$\text{Recta normal: } y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

Problema 4 Calcular las siguientes integrales:

$$1. \int \left(\frac{3x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2} \right) dx$$

$$2. \int \left(5e^x + 7x^3 - \frac{4}{x} \right) dx$$

$$3. \int \frac{8}{x - 2} dx$$

$$4. \int (5x^3 - 3x^2 + 2x - 1) dx$$

Solución:

$$1. \int \left(\frac{3x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2} \right) dx = \frac{3x^2}{2} - 2x + \ln x + \frac{1}{x} + C$$

$$2. \int \left(5e^x + 7x^3 - \frac{4}{x} \right) dx = 5e^x + \frac{7x^4}{4} - 4 \ln x + C$$

$$3. \int \frac{8}{x-2} dx = 8 \ln |x-2| + C$$

$$4. \int (5x^3 - 3x^2 + 2x - 1) dx = \frac{5x^4}{4} - x^3 + x^2 - x + C$$

www.yoquieroaprobar.es