Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS

Diciembre 2010

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{3x^3+5x-1}{4x^3+x^2+x+2}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{2x+8}{x^2-5}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \sqrt{\dfrac{x^2+2}{x^2-1}}$
4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{3x+1}{3x}\right)^{2x}$
5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} (\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+2x-1})$
6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^5+2x^4-3x^3-2x^2+x-5}{x^4-1}$
7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x+5}}{x-3}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{3x^3+5x-1}{4x^3+x^2+x+2}=\dfrac{3}{4}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{2x+8}{x^2-5}=0$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \sqrt{\dfrac{x^2+2}{x^2-1}}=1$
4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{3x+1}{3x}\right)^{2x}=e^{2/3}$
5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} (\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+2x-1})=-\dfrac{3}{2}$
6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^5+2x^4-3x^3-2x^2+x-5}{x^4-1}=\dfrac{31}{4}$
7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x+5}}{x-3}=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (15x+7)^{12}$
2. $y = e^x(x^2+1)$
3. $y = \dfrac{x^2+2}{x^2-1}$
4. $y = e^{x^2+x-1}$
5. $y = \ln\left(\dfrac{x^2+7}{x^2-1}\right)$
6. $y = \ln(4x^3-2)$

Solución:

1. $y = (15x+7)^{12} \Longrightarrow y' = 12(15x+7)^{11}15$
2. $y = e^x(x^2+1) \Longrightarrow y' = e^x(x^2+1) + e^x(2x)$
3. $y = \dfrac{x^2+2}{x^2-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{2x(x^2-1)-2x(x^2+2)}{(x^2-1)^2}$
4. $y = e^{x^2+x-1} \Longrightarrow y' = (2x+1)e^{x^2+x-1}$
5. $y = \ln\left(\dfrac{x^2+7}{x^2-1}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x}{x^2+7} - \dfrac{2x}{x^2-1}$
6. $y = \ln(4x^3-2) \Longrightarrow y' = \dfrac{12x^2}{4x^3-2}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = e^{x+5}$ en $x = 1$

Solución:

$$a = 1 \Longrightarrow b = f(a) = e^6, \quad f'(x) = e^{x+5}$$
$$m = f'(1) = e^6$$

Recta tangente: $y - e^6 = e^6(x-1)$

Recta normal: $y - e^6 = -e^{-6}(x-1)$