

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$, determina

1. Dominio
2. Puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Signo de la función.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Máximos y mínimos relativos.
8. Curvatura.
9. Puntos de Inflexión.
10. Tangente a la curva en el punto $x = 3$
11. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

1. $Dom(f) = R - \{-1, 1\}$.
2. Los puntos de corte serán los siguientes:

Si $x = 0 \implies (0, 4)$ y si $f(x) = 0 \implies x^2 - 4 = 0 \implies (-2, 0)$ y $(2, 0)$.

3.

$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, \infty)$	
+	-	+	-	+

4. La función es PAR.
5. Asíntotas:

- Verticales: La única posible es $x = -1$ y $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^-} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

- Horizontales: $y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = 1$$

- Oblicuas: No Hay

6. Monotonía:

$$f'(x) = \frac{6x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \implies x = 0 \implies$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y Crece en el intervalo: $(0, 1) \cup (1, \infty)$

7. Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Mínimo en el punto $(0, 4)$.

8. Curvatura:

$$f''(x) = \frac{6(3x^2 + 1)}{(1 - x^2)^3} \neq 0$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	-	+	-
$f(x)$	Convexa	Cóncava	Convexa

9. No hay puntos de Inflexión.

10. $a = 3 \implies b = f(3) = \frac{5}{8}$

$$m = f'(3) = \frac{9}{32} \implies y - \frac{5}{8} = \frac{9}{32}(x - 3)$$

11. Representación gráfica:

