

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)**  
**Febrero 2006**

---

**Problema 1** Calcular el área comprendida entre la curva  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  y el eje  $X$  en el intervalo  $[-2, 0]$ .

**Solución:**

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \implies x = -3, \quad x = -1$$

Dentro del intervalo sólo se encuentra el punto  $x = -1$  luego tenemos los intervalos de integración:  $[-2, -1]$  y  $[-1, 0]$ .

$$\int (x^2 + 4x + 3) dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x + C$$

$$I_1 = \int_{-2}^{-1} (x^2 + 4x + 3) dx = \left. \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x \right|_{-2}^{-1} = -\frac{2}{3}$$

$$I_2 = \int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) dx = \left. \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x \right|_{-1}^0 = \frac{4}{3}$$

$$S = |I_1| + |I_2| = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$$

**Problema 2** Resolver las siguientes integrales:

1.  $\int \frac{x^3 + x - 1}{x + 2} dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5x - 11 \ln |x + 2| + C$

2.  $\int \frac{x^3 + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} dx = \frac{2x^{7/2}}{7} + x + 2\sqrt{x} + C$

**Problema 3** Dadas la curva:  $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Representación aproximada.

**Solución:**

1.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

- Corte con el eje  $OX$  hacemos  $y = 0$  y no hay.
- Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies (0, -1)$ .
- $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x - 1} - x \right) = 1$$
$$y = x + 1$$

3.

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2} = 0 \implies x = 1 - \sqrt{2} \quad x = 1 + \sqrt{2}$$

	$(-\infty, 1 - \sqrt{2})$	$(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$	$(1 + \sqrt{2}, +\infty)$
$y'$	+	-	+
$y$	crece	decrece	crece

4. La función tiene un máximos en el punto  $(-0.41, -0.83)$  y un mínimo en  $(2.41, 4.83)$ .

5. Representación

