

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Enero 2014

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Estudiar su curvatura.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

a) Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

b) Puntos de Corte

- Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x - 1 = 0 \implies (1/2, 0)$.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = -1 \implies (0, -1)$.

c)

	$(-\infty, 1/2)$	$(1/2, +\infty)$
signo	-	+

d) $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no tiene simetrías.

e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)

$$f'(x) = \frac{2(2 - x)}{(x + 1)^3} = 0 \implies x = 2$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

La función es creciente en el intervalo $(-1, 2)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$.

La función tiene un máximo en el punto $(2, 1/3)$.

g)

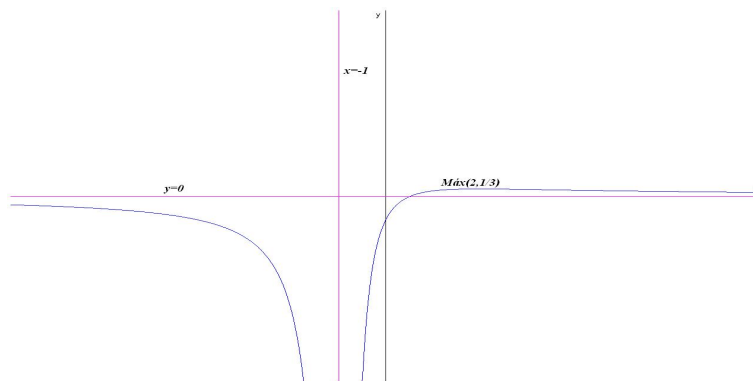
$$f''(x) = \frac{2(2x - 7)}{(x + 1)^4} = 0 \implies x = 7/2$$

	$(-\infty, 7/2)$	$(7/2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	Convexa \cap	Cóncava \cup

La función es convexa en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (-1, 7/2)$ y es cóncava en el intervalo $(7/2, \infty)$

La función presenta un punto de inflexión en $(7/2, 8/27)$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = 4$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 1 = 4x$$

$$\text{Recta Normal : } y + 1 = -\frac{1}{4}x$$

Como $f(0) = -1$ las rectas pasan por el punto $(0, -1)$.

