

EXAMEN DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA 2º BAC CC SS

EJERCICIO 1 Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que :

$$P(A \cap B) = 0,1 \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6 \quad P(A/B) = 0.5$$

Calcúlense :

a) $P(B)$ b) $P(A \cup B)$ c) $P(\bar{A} \cap B)$ d) $P(\bar{B}/\bar{A})$

e) ¿ Son A y B independientes? . Justifica la respuesta

EJERCICIO 2 Tenemos tres urnas. La primera contiene 3 bolas azules; la segunda, 2 bolas azules y dos rojas; la tercera, 1 bola azul y tres rojas. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

- Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea roja.
- Calcula la probabilidad de que se haya elegido la segunda urna si la bola extraída ha sido roja.

EJERCICIO 3 Se supone que el peso en kilogramos de los alumnos de un colegio de Educación Primaria el primer día de curso se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 2,8 kg. Una muestra aleatoria simple de 8 alumnos de ese colegio proporciona los siguientes resultados en Kg :

26	27,5	31	28	25,5	30,5	32	31,5
----	------	----	----	------	------	----	------

- Determinése el intervalo de confianza con un nivel del 90 % para el peso medio de los alumnos de ese colegio el primer día de curso
- Determinése el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual que 0,9 Kg con un nivel de confianza del 97%.

EJERCICIO 4 En un centro comercial, las compras son pagadas con tarjeta de crédito, tarjeta de crédito o en metálico. Se comprobó que en una semana hubo 400 compras con tarjeta de crédito, 500 con tarjeta de débito y 1100 en metálico. Un 60% de las compras con tarjeta de crédito fue superior a los 200 euros, mientras que para las compras con tarjetas de débito el porcentaje de compras superiores a los 200 euros fue del 40%. Además, 300 de las compras en metálico fueron superiores a 200 euros. Elegido al azar un comprobante de compra, a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea superior a 200 euros? B) Si la compra es inferior a 200 euros, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido pagada en metálico?

NOTA: Cada ejercicio vale 2.5 puntos

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

	<p>Como $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$,</p> <p>$0,5 = \frac{0,1}{P(B)} \rightarrow P(B) = 0,1 / 0,5 = 0,2.$</p> <p>Completamos el diagrama (ver figura) y deducimos : $P(B) = 0,2$; $P(A \cup B) = 0,4$; $P(\bar{A} \cap B) = 0,1$;</p> <p>$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = 0,6 / 0,7 = 0,8571$</p> <p>$P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06 \neq P(A \cap B) = 0,1$</p> <p>Los sucesos A y B NO son independientes</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

EJERCICIO 2

	<p>a) Si R es el suceso " sacar bola roja" y $U_i =$ "elegir urna i " ($i = 1,2,3$), $P(U_i) = 1/3$.</p> <p style="text-align: center;">$R = (U_1 \cap R) \cup (U_2 \cap R) \cup (U_3 \cap R)$</p> <p>$P(R) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$</p> <p>b) Teorema de Bayes :</p> <p>$P(U_2/R) = \frac{P(U_2 \cap R)}{P(R)} = \frac{2/12}{5/12} = \frac{2}{5}$</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

EJERCICIO 3

a) Calculamos la media muestral : $\bar{X} = 29$; como la población es normal, la media muestral se distribuye según una $N(\mu, 2,8/\sqrt{8}) = N(\mu, 0.9899)$

$$P(\mu - k < \bar{X} < \mu + k) = 0,9 ; \quad P(-k < \bar{X} - \mu < k) = 0,9$$

$$P(-k - \bar{X} < -\mu < k - \bar{X}) = 0,9 \quad P(\bar{X} - k < \mu < \bar{X} + k) = 0,9$$

$K = z_{\alpha/2} \cdot 2,8/\sqrt{8}$ donde $z_{\alpha/2}$ es el valor crítico en la $N(0, 1)$ para $p = 0,9$.

$$P(Z < z_{\alpha/2}) = 0.95 \quad z_{\alpha/2} = 1.645 \text{ y } k = 1.6284$$

El intervalo $(\bar{X} - k, \bar{X} + k)$ para la media poblacional es $(27,3716, 30,6284)$

b) Para un nivel de confianza del 97 % , $P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,985$; $z_{\alpha/2} = 2.17$

$$E = 2,17 \cdot 2,8 / \sqrt{n} \leq 0,9 \rightarrow \sqrt{n} \geq 6,75 \rightarrow n \geq 46$$

EJERCICIO 4 Hacemos la tabla de contingencia

- a) $P(\text{Compra sea } > 200 \text{ euros}) = 740 / 2000 = 0,37$
b) $P(\text{Pago en metálico} / < 200 \text{ euros}) = 800 / 1260 = 0,6349$

	Crédito	Débito	Metálico	
< 200	160	300	800	1260
>200	240	200	300	740
	400	500	1100	2000