

Problemas de cambio de base de vectores y matriz de cambio

1) Hallar las coordenadas del vector $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ en la base $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

2) Hallar las coordenadas del vector $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 16 \\ -1 \\ 13 \end{pmatrix}$ en la base $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

3) Sean las bases del espacio vectorial de \mathfrak{R}^2 siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Hallar la matriz para el cambio de base de las coordenadas de vectores dados en la base \mathbf{B} a la nueva base \mathbf{C} .

4) Sean las bases del espacio vectorial de \mathfrak{R}^2 siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Hallar la matriz de cambio de base de \mathbf{B} a \mathbf{C} .

b) Siendo \mathbf{v} un vector cuyas coordenadas en la base \mathbf{B} son $\mathbf{v}_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, hallar sus coordenadas en la base canónica y en la base \mathbf{C} usando la matriz de cambio de base.

5) Sean las bases del espacio vectorial de \mathfrak{R}^3 siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

Hallar la matriz para el cambio de base de las coordenadas de vectores dados en la base \mathbf{B} a la nueva base \mathbf{C} .

6) Sean las bases del espacio vectorial de \mathfrak{R}^3 siguientes:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Hallar la matriz de cambio de base de \mathbf{B} a \mathbf{C} .

b) Siendo \mathbf{v} un vector cuyas coordenadas en la base \mathbf{B} son $\mathbf{v}_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, hallar sus coordenadas en la base canónica y en la base \mathbf{C} usando la matriz de cambio de base.

Problemas de cambio de base de vectores y matriz de cambio

Soluciones:

1) $\mathbf{w}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) $\mathbf{w}_B = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

3) $P_{BC} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

4) a) $P_{BC} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, b) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_C = P_{BC} \cdot \mathbf{v}_B \rightarrow \mathbf{v}_C = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$.

5) $P_{BC} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6) a) $P_{BC} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, b) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_C = P_{BC} \cdot \mathbf{v}_B \rightarrow \mathbf{v}_C = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.