

**Problema 1** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$
2. Calcular el siguiente límite según los diferentes valores del parámetro  $\alpha$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{\alpha x^2 + 4x + 8} \right)^{x+1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 \sqrt{x^2 - 7x}}{\sqrt{9x^6 + 5x}}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{1/x}$
5. Calcular  $n$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 + x - 1}{5x^2 + 2} \right)^{3nx} = 7$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right) = 1$
2. Calcular el siguiente límite según los diferentes valores del parámetro  $\alpha$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{\alpha x^2 + 4x + 8} \right)^{x+1} \Rightarrow$  Si  $\alpha = 0$  el límite vale  $e^{1/4}$  y si  $\alpha \neq 0$  el límite vale 1.
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 \sqrt{x^2 - 7x}}{\sqrt{9x^6 + 5x}} = 4$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{1/x} = e$
5. Calcular  $n$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 + x - 1}{5x^2 + 2} \right)^{3nx} = 7 \Rightarrow n = \frac{5 \ln 7}{3}$

**Problema 2** Calcular las siguientes integrales:

1.  $\int_0^1 x \ln x \, dx$  (Modelo 2010 Andalucía)
2.  $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$  (Castilla La Mancha 2009)
3.  $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \, dx$  (Galicia 2009)

$$4. \int_0^x t^2 e^{-t} dt \text{ (Madrid 2009)}$$

$$5. \int x^2 \sin(2x) dx \text{ (País Vasco 2009)}$$

$$6. \int_{\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx \text{ (Zaragoza 2009)}$$

**Solución:**

$$1. \int_0^1 x \ln x dx = \frac{1}{4}$$

$$2. \int_1^4 \frac{\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = e^2 - e + 3$$

$$3. \int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx = \frac{1}{3}$$

$$4. \int_0^x t^2 e^{-t} dt = -x^2 e^{-x} - 2x e^{-x} - 2e^{-x} + 2$$

$$5. \int x^2 \sin(2x) dx = -\frac{x^2}{2} \cos(2x) + \frac{x}{2} \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) + C$$

$$6. \int_{\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx = -\frac{1}{2}$$