

Problema 1 Calcular la integral $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$

Solución:

$$\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx = \frac{-1}{2 \sin^2 x} + C$$

(Castilla León: Selectividad Junio 2002)

Problema 2 Calcular el valor positivo de a para que $\int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{9}{2}$.

Obtener razonadamente el valor de la integral que da el área de la superficie comprendida entre el eje OX , la curva $y = x + 1$ y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Solución:

$$\int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{a^2 - 1}{2} = \frac{9}{2} \implies a = \pm \sqrt{10}$$

$$A = \int_0^2 (x+1) dx = \left. \frac{x^2}{2} + x \right|_0^2 = 4$$

(Comunidad valenciana: Selectividad Junio 2002)

Problema 3 Calcular la integral $\int \frac{x + \sqrt{x}}{x^2} dx$

Solución:

$$\int \frac{x + \sqrt{x}}{x^2} dx = \ln|x| - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

(Islas Canarias: Selectividad Junio 2002)

Problema 4 Sea la función $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$ se pide:

1. encontrar una función primitiva de f .
2. Calcular el área encerrada entre f y el eje de abscisas para $x \in [2, 5]$.

Solución:

$$1. \int \frac{6x}{x^2 + 1} dx = 3 \ln|x^2 + 1| + C$$

$$2. \int_2^5 \frac{6x}{x^2 + 1} dx = 3 \ln|x^2 + 1| \Big|_2^5 = 4,946$$

(Oviedo: Selectividad Junio 2002)

Problema 5 Sea la integral $\int e^{2x} \sin e^x dx$

1. Intégrala mediante el cambio $t = e^x$
2. Calcula la constante de integración para que la función pase por el origen de coordenadas.

Solución:

1. $t = e^x \implies dt = e^x dx \implies dx = \frac{dt}{e^x} = \frac{dt}{t} \implies \int e^{2x} \sin e^x dx = \int t \sin t dt$, integral que resolvemos por partes, $u = t \implies du = dt$ y $dv = \int \sin t dt \implies v = -\cos t$

$$\int t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t + C$$

$$\int e^{2x} \sin e^x dx = -e^x \cos e^x + \sin e^x + C$$

2. $-\cos 1 + \sin 1 + C = 0 \implies C = \cos 1 - \sin 1$

(Zaragoza: Selectividad Junio 2002)