

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Noviembre 2013

---

**Problema 1** Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + my + 2z = 4 \\ -x + 2y + mz = 3 \\ 5x - my + 4z = 6 \end{cases}$$

1. Discutir el sistema según los valores del parámetro  $m$
2. Resuelve el sistema para  $m = 0$  y para el caso en el que tenga infinitas soluciones.

**Solución:**

1.

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & m & 2 & 4 \\ -1 & 2 & m & 3 \\ 5 & -m & 4 & 6 \end{array} \right); |A| = 6(m^2 + m - 2) = 0 \implies m = -2, m = 1$$

- Si  $m \neq -2$  y  $m \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = \text{n}^\circ$  de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si  $m = 1$ :

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 & 6 \end{array} \right); |A| = 0, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = |A_4| = 0 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 2$$

Como  $\text{Rango}(A) = \text{Rango}(\bar{A}) < \text{n}^\circ$  de incógnitas  $\implies$  el sistema es compatible indeterminado. (Infinitas soluciones)

- Si  $m = -2$ :

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 6 \end{array} \right); |A| = 0, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 12 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{vmatrix} = -84 \neq 0 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 3$$

Como  $\text{Rango}(A) \neq \text{Rango}(\bar{A}) \implies$  Sistema incompatible y no tiene solución.

2. Si  $m = 1$ :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ -x + 2y + z = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 5/3 - \lambda \\ y = 7/3 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Si  $m = 0$ :

$$\begin{cases} x + 2z = 4 \\ -x + 2y = 3 \\ 5x + 4z = 6 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -2/3 \\ y = 7/6 \\ z = 7/3 \end{cases}$$

**Problema 2** Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} m & -1 \\ -1 & m \end{pmatrix}$$

1. Determina los valores de  $m$  para los que la matriz  $A$  no tiene inversa.
2. Para  $m = 2$  calcular  $A^{-1}$
3. Para  $m = 2$  resolver la ecuación matricial  $AX + I = B$ , donde  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ .

**Solución:**

1.

$$A = \begin{pmatrix} m & -1 \\ -1 & m \end{pmatrix} \implies |A| = m^2 - 1 = 0 \implies m = \pm 1$$

- Si  $m = -1$  o  $m = 1 \implies |A| = 0 \implies$  No existe inversa.
- Si  $m \neq -1$  y  $m \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies$  Si existe inversa.

2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

3.  $AX + I = B \implies X = A^{-1}(B - I)$ :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}; \quad B - I = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}(B - I) = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

**Problema 3** (2 puntos). Una nación importa 21.000 vehículos mensuales de las marcas  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ , al precio de 12.000, 15.000 y 20.000 euros, respectivamente. Si el total de la importación ascendió a 332.000.000 euros y de la marca  $X$  se importa el 40% de la suma de las otras dos marcas. Se pide calcular cuanto vehículos se importarán mensualmente de cada marca.

(Islas Baleares Junio 2011)

**Solución:**

Sean:  $x$  el n° de vehículos de la marca  $X$ ,  $y$  el n° de vehículos de la marca  $Y$  y  $z$  el n° de vehículos de la marca  $Z$ .

$$\begin{cases} x + y + z = 21000 \\ 12000x + 15000y + 20000z = 332000000 \\ x = 0,4(y + z) \end{cases} \implies \begin{cases} x = 6000 \\ y = 8000 \\ z = 7000 \end{cases}$$